

エネルギー管理研修

電気の基礎

1. 電気及び電子理論

大阪大学 大学院 舟木 剛

平成20年12月15日

9:30～11:30

テキスト II-1

1.1.1 静電界

- クーロンの法則

- クーロン力

- 電荷間に働く反発力(同符号), 吸引力(異符号)

- 2つの電荷 $q_1, q_2 [C]$ の間に働く力 $F[N]$

- 電荷量の積 $q_1 q_2$ に比例

- 距離 $r[m]$ の二乗に反比例

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} [N]$$

ϵ : 誘電率

$$\epsilon_0 : \text{真空の誘電率} = 8.854 \times 10^{-12} [F/m] = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} [F/m]$$

$$\epsilon_r : \text{比誘電率} = \epsilon / \epsilon_0$$

テキスト II-1

1.1.1 静電界

- 電界(電場)

- クーロン力(電気力)が作用する場

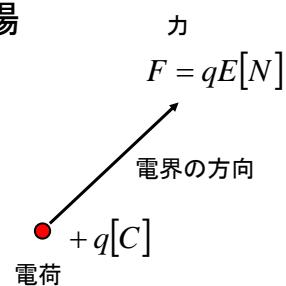
- 単位 V/m

- 静電界

- 電荷が静止している場合

- 電界 E により電荷 q に作用する力 F

$$F = qE \quad [N]$$



- 電気力線

- クーロン力の方向を表す軌跡

- 面積密度は、電界の強さを表す $E[V/m] = E[\text{本}/m^2]$

2008年12月15日

電気及び電子理論

3

テキスト II-2

1.1.1 静電界

- 電位

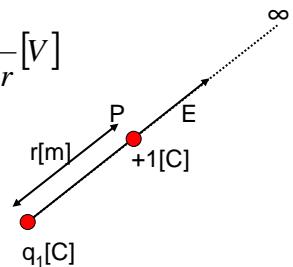
- 点電荷 q_1 より距離 r の点 P の電位 V

- 無限遠点から r まで電界に逆らって、単位正電荷を運ぶ仕事

- 無限遠点の電位を基準にとる(0V)

$$V = - \int_{\infty}^r Edr = - \int_{\infty}^r \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} [V]$$

- 電位は方向を持たないスカラー量



2008年12月15日

電気及び電子理論

4

テキスト II -3

1.1.1 静電界

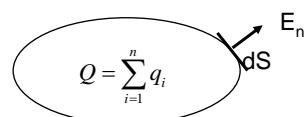
• ガウスの定理

– 電界内に任意の閉曲面から出る電界 E_n を面積分すると、

閉曲面内の総電荷量を誘電率 ϵ で割った値に一致

- 面 S で囲まれる n 個の点電荷 q_1, q_2, \dots, q_n , 総和 Q

$$\int_S E_n ds = \iint E_n dS = \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{Q}{\epsilon}$$



– 誘電率 ϵ [F/m] の媒質中にある電荷 Q [C] から出る電気力線の総本数は Q/ϵ [本]

- 電気力線の総本数 [本] = 電気力線の面積密度 [本/m²] × 面積 [m²]

2008年12月15日

電気及び電子理論

5

テキスト II -4

1.1.1 静電界

• 静電容量

– 1個の導体に電荷 Q [C] 与えたときの電位 V [V], $Q=CV$

- 比例定数 $C=Q/V$ [F] を静電容量

– 二個の導体 A, B にそれぞれ $+Q$ [C], $-Q$ [C] の電荷を与えたとき、導体間の電位差が V_{AB} である場合に、二導体間の静電容量は次式で表される。

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} [F] \quad Q = CV_{AB} [C]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

6

テキスト II -4

1.1.1 静電界

- Cに蓄えられるエネルギー

- 電荷の無い状態

- 電圧v=0
 - 電荷q=0

- 電荷が蓄えられた状態

- 電圧v=V
 - 電荷q=Q

- 静電容量C,電荷Q,電圧Vの関係

- $Q=CV$

- 電圧の定義

- 無限遠から単位電荷を運ぶ仕事[J/C]

- エネルギーW

$$W = \int_0^Q V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$$



2008年12月15日

電気及び電子理論

7

テキスト II -5

1.1.2 電流と磁界

- 静磁界

- 磁気力

- クーロン力に対応

- 真空中におかれた強さ m_1, m_2 [Wb]の磁極

- 磁極間距離r[m]

- 磁極間に働く磁気力F[N]

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 r^2} [N]$$

- 真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H/m]$

2008年12月15日

電気及び電子理論

8

テキスト II -5

1.1.2 電流と磁界

- 磁界(磁場)

- 磁極に磁気力が作用する場
- 磁界の強さ H [A/m](昔はAT/m)
 - 磁極 m [Wb]による単位磁極(1Wb)に作用する力

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2} [A/m]$$

- 作用する力 $F = mH[N]$
- 磁束密度 B
 - 磁極1Wbから1本の磁束
 - 単位面積当たりの磁束 $B = \frac{\Phi}{S} [Wb/m^2] = \frac{\Phi}{S} [T]$
 - 面積 $S[m^2]$, 磁束 ϕ [Wb]

2008年12月15日

電気及び電子理論

9

テキスト II -5

1.1.2 電流と磁界

- 右ねじの法則

- 導体に流れる電流は、円周方向に磁界を発生する

- 磁界の方向は、電流の向きに対して時計廻り

- アンペアの周回路の法則

- 電流 I が流れている n 本の導体が、閉曲線 C に鎖交するとき、 C に沿って磁界を積分すると

$$\oint_C H dl = nI [A]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

10

テキスト II -6

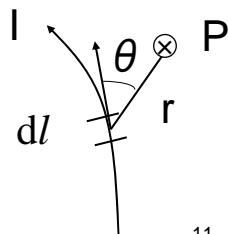
1.1.2 電流と磁界

• ビオ・サバールの法則

– 電流の生成する磁束密度に対する法則

- 電流Iが流れる導体上の電流素IΔlが、r離れた点Pに生じる磁界
 - 向きは表から裏(右ねじの法則)

$$\Delta H = \frac{I\Delta l}{4\pi r^2} \sin \theta$$



2008年12月15日

電気及び電子理論

11

テキスト II -7

1.1.2 電流と磁界

• 磁界Hと磁束Bの関係

– μ :透磁率

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_s H [T]$$

– μ_s :比透磁率

• 磁気回路

– 透磁率 μ の大きな磁性体(強磁性体)で閉じた磁束の通路(磁路)

- 磁束は殆ど漏れずに磁路の中を通り

- 磁路長さl[m], 断面積S[m²]

$$NI = R_m \Phi [A] \quad R_m = \frac{l}{\mu S} [A/Wb]$$

2008年12月15日

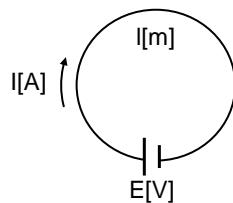
電気及び電子理論

12

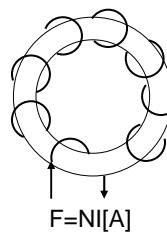
テキスト II -7

1.1.2 電流と磁界

• 電気と磁気の対応関係



導体
•長さl[m]
•断面積S[m²]
•抵抗率ρ[Ωm]
(導電率k=1/ρ[S/m])



- 磁路長さl[m]
- 磁路断面積S[m²]
- 透磁率μ[H/m]
- 巻数N[回]
- 電流I[A]

$$\text{起電力} \quad E[V] \Leftrightarrow \text{起磁力} \quad F = NI = R_m \Phi [A]$$

$$\text{電流} \quad I[A] \Leftrightarrow \text{磁束} \quad \Phi[Wb]$$

$$\text{電気抵抗} \quad R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{kS} [\Omega] \Leftrightarrow \text{磁気抵抗} \quad R_m = \frac{l}{\mu S} [A/Wb]$$

$$\text{オームの法則} \quad I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\rho \frac{l}{S}} [A] \Leftrightarrow \text{オームの法則} \quad \Phi = \frac{F}{l} \frac{1}{\mu S} [Wb]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

13

テキスト II -8

1.1.2 電流と磁界

• 電磁力

- 磁界中を流れる電流に対して働く力F[N]

- 磁束密度B[T]の磁界中で、電流I[A]、長さl[m]の導体に働く力

$$F = IBl \sin \theta [N]$$

- θ :磁界と電流の角度

- フレミングの左手の法則

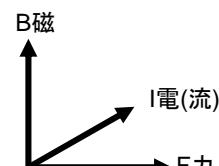
- 電流、磁界、力の方向の関係

- 電子に働く力

- 磁界B[T]中を速度v[m/s]で動く電子e[C]に働く力

$$F = evB \sin \theta [N]$$

- 電界E[V/m]が存在する場合は、電界の方向に力eE[N]が働く



2008年12月15日

電気及び電子理論

14

テキスト II -8

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

• 電磁誘導

- 磁界中を動く導体に誘導起電力が生じる

- 磁束密度 B [T] の磁界に対して、長さ l [m] の導体が角度 θ 、速度 v [m/s] で動く

$$V_e = vBl \sin \theta [V]$$

- フレミングの右手の法則

- 起電力の方向は、移動方向と磁界に垂直

- ファラデーの法則

- 電磁誘導で生じる起電力は、回路に鎖交する磁束数の減少する割合に比例する

$$V_e = -N \frac{d\Phi}{dt} [V]$$

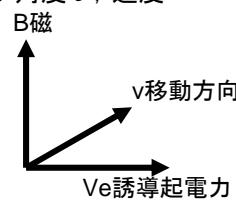
- 磁束中と右ねじの関係にある起電力を正

- 負符号は磁束変化を妨げる向きの起電力を現す

2008年12月15日

電気及び電子理論

15



テキスト II -9

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

• 自己インダクタンス

- 自己誘導作用

- L に流れる電流を変化させると磁束が変化し、電流変化を妨げる向きに起電力 V_e が誘導される

- 自己インダクタンス(自己誘導係数)

- 卷数 N [回] のコイルに電流 I [A] 流したときに生じる磁束 ϕ [Wb] とするとき、電流 I と鎖交する全磁束数

$$\phi = N\Phi [Wb]$$

- 鎖交する全磁束数は電流 I に比例する

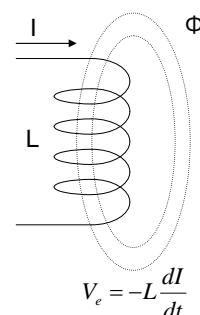
$$\phi = LI$$

- 比例定数 L

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{N\Phi}{I} [H]$$

- コイル自身に誘導される起電力

$$V_e = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$



2008年12月15日

電気及び電子理論

16

テキスト II-10

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 相互インダクタンス

- 相互誘導作用

- 結合された二つのコイルにおいて、一方の電流を変化させると、他方のコイルの鎖交磁束数が変化して、起電力が誘起される

- 一次側電流 I_1 [A] による磁束で、二次側と鎖交する磁束 ϕ_{21}

$$\phi_{21} = M_{21} I_1 \quad M_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1} [H]$$

- 二次側電流 I_2 [A] による磁束で、一次側と鎖交する磁束 ϕ_{12}

$$\phi_{12} = M_{12} I_2 \quad M_{12} = \frac{\phi_{12}}{I_2} [H]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

17

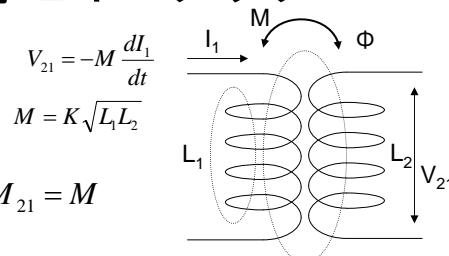
テキスト II-10

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 相互インダクタンス

- 総合誘導係数

- 一般的に $M_{12} = M_{21} = M$



- 相互誘導で一次側電流変化が二次側に生ずる起電力

$$V_{21} = -M \frac{dI_1}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt} [V]$$

- 相互誘導で二次側電流変化が一次側に生ずる起電力

$$V_{12} = -M \frac{dI_2}{dt} = -M \frac{dI_2}{dt} [V]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

18

テキスト II-11

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

• 電磁エネルギー

- 自己インダクタンス $L[H]$ のコイルの電流 $0 \rightarrow I[A]$

- L の電流が増加すると、 L の端子に逆起電力が発生

$$V = L \frac{di}{dt} [V]$$

- 逆起電力に打ち勝ち、電流を増加させるのに必要な電力

$$P = VI [W]$$

- 電流が 0 から $|I|$ に達するまでに必要なエネルギー

- コイルの磁界に蓄積される電磁エネルギー

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t L \frac{di}{dt} i dt = \int_0^t L i di = \frac{1}{2} L I^2 [J]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

19

テキスト II-11

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

• 電磁エネルギー

- 透磁率 μ の磁性体内の磁界のエネルギー密度

$$w = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} HB = \frac{B^2}{2\mu} [J/m^3]$$

- 磁界全体のエネルギー

- 磁界全体にわたって w を微小体積 dV で積分

$$W = \int w dV = \frac{1}{2} \int HB dV = \frac{1}{2} \int H B S dl = \frac{1}{2} \Phi \int H dl = \frac{1}{2} \Phi NI [J]$$

- 自己インダクタンスの定義 $N\Phi = LI$

$$W = \frac{1}{2} L I^2 [J]$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

20

テキスト II-12

1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

- オームの法則

- $R[\Omega]$: 抵抗, $V[V]$: 電圧, $I[A]$: 電流

$$V = IR$$

- ジュール熱

- 抵抗での消費電力 $W = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

- 消費電力量=消費電力を時間積分したもの

$$Q = RI^2 t$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

21

テキスト II-12

1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

- キルヒ霍ッフの法則

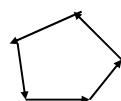
- KCL(電流則)

- 任意の節点に流入する電流の合計は0



- KVL(電圧則)

- 任意の閉路について、各部の電圧を合計すると0



2008年12月15日

電気及び電子理論

22

テキスト II-12

1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

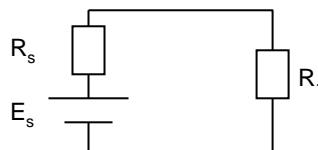
• テブナン・ノートンの等価回路

- テブナンの定理

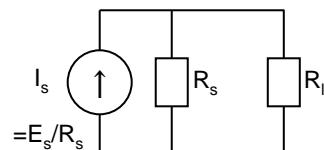
- 電圧源、電流源と抵抗からなる回路は、抵抗と電圧源の直列等価回路であらわすことができる。

- ノートンの定理

- 電圧源、電流源と抵抗からなる回路は、抵抗と電流源の並列等価回路であらわすことができる。



2008年12月15日



電気及び電子理論

23

テキスト II-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

• 正弦波交流

- 交流電圧

- 瞬時値: $e(t)$ $e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta)$

- E_m [V]: 振幅

- ω [rad/s]: 角周波数

- t [s]: 時間

- θ [rad]: 位相(遅れ負, 進み正)

- f [Hz]: 周波数

$$\omega = 2\pi f$$

- T [s]: 周期

$$f = \frac{1}{T}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

24

テキスト II-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

• 交流電圧

– 平均値

$$E_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_m \sin \varphi d\varphi = 0$$

– 絶対値の平均

$$E_{absave} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_m \sin \varphi d\varphi = \frac{2}{\pi} E_m \approx 0.636 E_m$$

– 二乗平均(実効値)

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_m^2 \sin^2 \varphi d\varphi} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 E_m$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

25

テキスト II-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

• インピーダンス

– 周波数fの正弦波に対する、複素数で表した

R,L,Cの抵抗値

$$R \Rightarrow Z_R = R$$

$$L \Rightarrow Z_L = j\omega L$$

$$C \Rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

複素インピーダンス

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

– 直列接続

$$Z = Z_1 + Z_2$$

– 並列接続

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

26

テキスト II-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

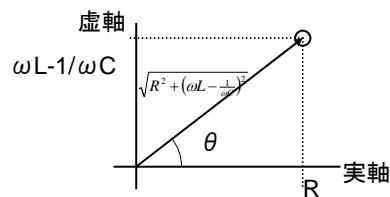
• インピーダンス

– 極座標表示 $\dot{Z} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} e^{j\theta}$

• 大きさ $\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

• 角度

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



2008年12月15日

電気及び電子理論

27

テキスト II-15

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

• 記号法

– 電圧・電流の複素表示を用いる

– 電圧・電流の関係を複素インピーダンスで表す

• 単一周波数・定常状態の表現法

• フェーザー図で表現可能

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e) \Rightarrow \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} = E e^{j\theta_e} = \dot{E}$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i} = I e^{j\theta_i} = \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + jX}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

28

テキスト II-18

1.2 電気回路

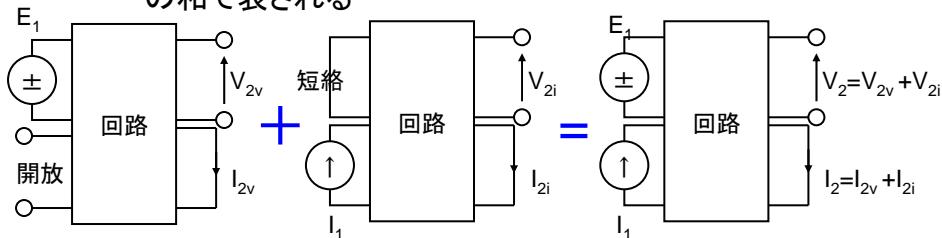
1.2.2 交流回路

- 重ね合わせの理

– 電源とインピーダンスで構成される回路の状態は

- 電流源を開放したときの電圧 V_{2v} ・電流 I_{2v}
- 電圧源を短絡したときの電圧 V_{2i} ・電流 I_{2i}

の和で表される



2008年12月15日

電気及び電子理論

29

テキスト II-18

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流電力

- 交流電圧, 電流

- 瞬時値 $e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e)$ $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$

- フェーザ $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e}$ $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i}$

- 電圧を基準にすると、電流は位相が $\theta_i - \theta_e$ 遅れる

- 平均電力

$$\begin{aligned} P &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e(t)i(t)dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} E_m \sin(\omega t + \theta_e) I_m \sin(\omega t + \theta_i) dt \\ &= \frac{E_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_e) \end{aligned}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

30

テキスト II-18

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

• 交流電力

– 複素電力

- フェーザで表した電圧・電流で求める
- 遅れの無効電力を正とした場合の電力

$$\begin{aligned}\dot{P} &= P + jQ = \dot{V}\dot{I} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\theta_i} = \frac{E_m I_m}{2} e^{j(\theta_e - \theta_i)} \\ &= \frac{E_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_e) + j \frac{E_m I_m}{2} \sin(\theta_i - \theta_e)\end{aligned}$$

- \dot{P} [VA]: 皮相電力
- P [W]: 有効電力は平均電力に等しい
- Q [var]: 無効電力は交流特有の概念

2008年12月15日

電気及び電子理論

31

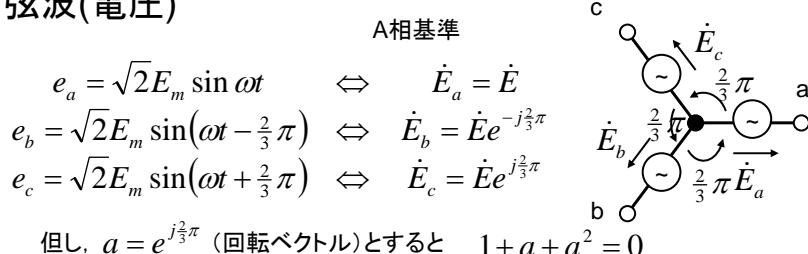
テキスト II-19

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

• 対称三相交流(電圧)

– 振幅が等しく、位相が120度ずつ異なる3つの正弦波(電圧)



但し、 $a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ (回転ベクトル)とすると $1 + a + a^2 = 0$

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad a^3 = e^{j2\pi} = 1$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

32

テキスト II -21

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- Y結線

- 各相の起電力の終端を、共通の中性点Nに接続

- 対称な場合

$$\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = (1 + a + a^2) \dot{E} = 0$$

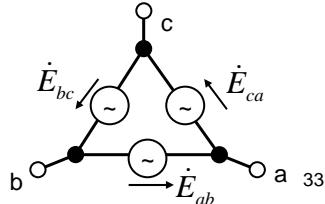
- Δ結線

- 各起電力の終端を、他の起電力の始端に接続

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \dot{E} \quad \dot{E}_{bc} = a^2 \dot{E}_{ab} \quad \dot{E}_{ca} = a \dot{E}_{ab}$$

- 線間電圧は、相電圧の $\sqrt{3}$ 倍。

- 位相が $\pi/6$ 進む(Y-Δ変換)



2008年12月15日

電気及び電子理論

33

テキスト II -21

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- V結線

- Δ結線における電源の一つを外したもの

- 三相交流電圧が取り出せる

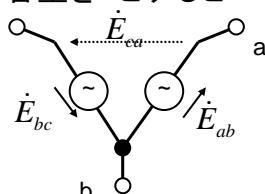
- 変圧器の電圧・電流間には 30° の位相差が発生

- 変圧器の利用率 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 86.6\%$

- V結線時の許容出力は、変圧器容量をPとすると

$$2P \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}P \quad [\text{VA}]$$

利用率悪い



2008年12月15日

電気及び電子理論

34

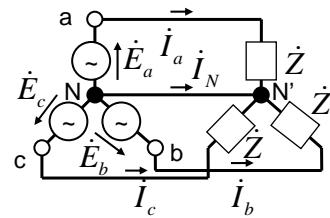
テキスト II-22

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 三相平衡負荷

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{E}_a / \dot{Z} \\ \dot{I}_b = \dot{E}_b / \dot{Z} = a^2 \dot{I}_a \Rightarrow \dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ \dot{I}_c = \dot{E}_c / \dot{Z} = a \dot{I}_a \end{cases}$$



- 電源電圧が対称(平衡)で、負荷が三相平衡の時、中性線電流は流れない
- 電源・負荷共に三相平衡の場合、各相の電圧・電流は位相が $2/3\pi$ 異なるのみとなる。
- 正相で現された単相等価回路で扱える。

2008年12月15日

電気及び電子理論

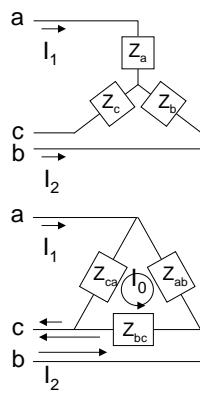
35

テキスト II-22

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 負荷の△Y変換



$$\begin{cases} \dot{V}_{ac} = \dot{I}_1 \dot{Z}_a + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \dot{Z}_c \\ \dot{V}_{bc} = \dot{I}_2 \dot{Z}_b + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \dot{Z}_c \\ \dot{V}_{ab} = -\dot{I}_0 \dot{Z}_{ab} \end{cases}$$

$\dot{V}_{ab}, \dot{V}_{bc}, \dot{V}_{ca}, \dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$
に関する連立方程式を解く

$$\begin{cases} \dot{V}_{ac} = (\dot{I}_0 + \dot{I}_1) \dot{Z}_{ca} \\ \dot{V}_{bc} = (\dot{I}_2 - \dot{I}_0) \dot{Z}_{bc} \\ \dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0 \end{cases}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

36

テキスト II -22

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

• 負荷の△Y変換

$$\dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{I}_0 = \frac{-\dot{I}_1 \dot{Z}_{ca} + \dot{I}_2 \dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

– 任意の I_1, I_2 に対して成立するためには

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_b = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_c = \frac{\dot{Z}_{bc} \dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

– 負荷のY△変換

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \quad \dot{Z}_{bc} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} \quad \dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

37

テキスト II -26

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

• 負荷の△Y変換

– 三相平衡のとき $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$

$$\dot{Z}_{ab} = \dot{Z}_{bc} = \dot{Z}_{ca}$$

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab}} = \frac{\dot{Z}_{ab}}{3}$$

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_a + \dot{Z}_a \dot{Z}_a + \dot{Z}_a \dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} = 3\dot{Z}_a$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

38

テキスト II-27

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

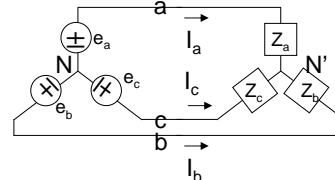
- ミルマンの定理(中性点電位仮定法)

- (全電圧の定理)電圧源が並列接続された電気回路の出力電圧を求める定理

- 電圧源 V_i , 回路のアドミタンス Y_i , 出力電圧 V_o とすると

$$V_o = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i V_i}{\sum_{i=1}^N Y_i}$$

- 三相三線式不平衡回路の解析



2008年12月15日

電気及び電子理論

39

テキスト II-1

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- ミルマンの定理による三相三線式不平衡回路の解析

- 電源の中性点Nと, 負荷の中性点N'の電位差 E_o に対して

$$\begin{cases} \dot{E}_a - \dot{E}_o = \dot{Z}_a \dot{I}_a \\ \dot{E}_b - \dot{E}_o = \dot{Z}_b \dot{I}_b \\ \dot{E}_c - \dot{E}_o = \dot{Z}_c \dot{I}_c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a - \dot{E}_o}{\dot{Z}_a} \\ \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b - \dot{E}_o}{\dot{Z}_b} \\ \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c - \dot{E}_o}{\dot{Z}_c} \end{cases}$$

- 三相三線式では中性線電流は流れないため

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \rightarrow \dot{E}_o = \frac{\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c}{\frac{1}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c}}$$

- E_o を代入して, I_a, I_b, I_c を求めることができる

2008年12月15日

電気及び電子理論

40

テキスト II -28

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析

- RL直列回路

- 磁束の時間変化率が電圧に相当

$$\phi = Li \quad \rightarrow \quad \frac{d\phi}{dt} = V = \frac{d}{dt} Li = L \frac{di}{dt}$$

• KVLより

$$E = Ri + L \frac{di}{dt}$$

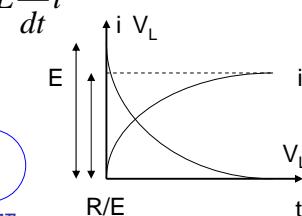
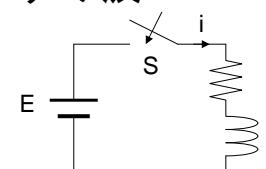
- 微分方程式の解

$$i = ke^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

2008年12月15日

41



テキスト II -29

1.2 電気回路

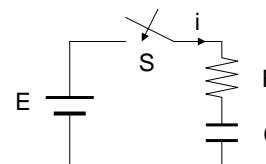
1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析

- RC直列回路

- 電荷の時間変化率が電流に相当

$$q = Cv \quad \rightarrow \quad \frac{dq}{dt} = i = \frac{d}{dt} Cv = C \frac{dv}{dt}$$



$$E = Ri + v = Ri + \frac{q}{C}$$

- 微分方程式の解

$$q = ke^{-\frac{1}{RC}t} + EC$$

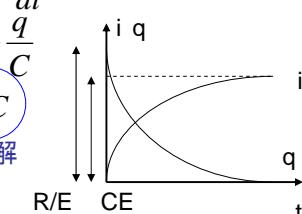
$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} + EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{RC} (EC - q_0) e^{-\frac{t}{RC}}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

42



テキスト II -29

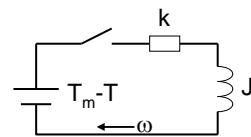
1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

• 過渡解析方法の応用

– 発電機の運動方程式(動搖方程式)

- 電動機トルク T_m
- 回転軸の慣性モーメント J
- 角速度 ω に比例する摩擦トルク $k\omega$
- 回転速度に無関係な負荷トルク T



$$T_m - T - k\omega = J \frac{d}{dt} \omega$$

- 一階の微分方程式として、電気回路と同様に求解すればよい

2008年12月15日

電気及び電子理論

43

テキスト II -29

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

• ひずみ波交流

– 周期性のあるひずみ波交流

- 周期 2π , $\theta = \omega t$ $i(\theta) = i(\theta - 2\pi)$

– フーリエ級数展開

- 複数の周波数成分に分解

$$i(\theta) = b_0 + \sum_{k=1}^n [a_k \sin k\theta + b_k \cos k\theta]$$
$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta) \sin n\theta d\theta \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta) \cos n\theta d\theta \end{cases} \quad b_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta) d\theta$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

44

テキスト II -30

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- **ひずみ波交流**

- 歪波交流実効値

- 周波数成分の二乗和平方根

$$E = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} E_n^2}, I = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2}$$

- 力率

$$\text{力率} = \frac{\text{有効電力}}{\text{皮相電力}} = \frac{E_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n I_n \cos(\theta_m - \theta_{En})}{\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} E_n^2} \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2}}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

45

テキスト II -31

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- **絶縁体**

- 外部から電界を印加しても電流は流れない

- **金属**

- 電界を印加すると、電流が良く流れる

- **半導体(Si, Ge等)**

- 真性半導体

- $10^{-2} \sim 10^4 \Omega m$

- 絶対零度では絶縁体

- 温度が上がると電子と正孔が電流を運ぶ

- 不純物半導体

- 不純物を導入して、伝導電子や正孔を供給

- P形, N形

2008年12月15日

電気及び電子理論

46

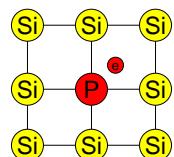
テキスト II -31

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- 不純物半導体

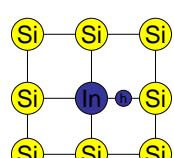
- N型半導体



» シリコン等の4族(元素の周期表の左から4番目)の真性半導体にアンチモン(Sb), リン(P)等の5族の不純物(ドナー)を加えて作る半導体。

» 結晶を構成するとき電子が余り、自由電子となり電気伝導が行われる。

- P型半導体



» シリコン等の4族の真性半導体にホウ素(B), インジウム(In)等の3族の不純物(アクセプタ)を加えて作る半導体。

» 結晶を構成するとき電子が不足し、正孔となり電気伝導が行われる。

» 自由電子や正孔をキャリアと呼ぶ

2008年12月15日

電気及び電子理論

47

テキスト II -32

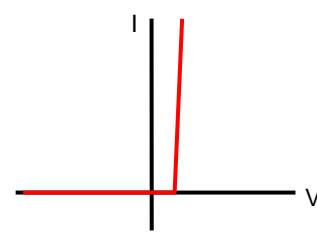
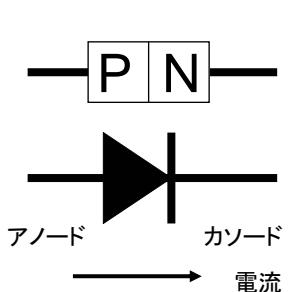
1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- ダイオード

- P形半導体とn形半導体を接合した2端子素子(PN接合ダイオード)

- 点接触形、接合形などがある
 - 整流、検波に用いる



2008年12月15日

電気及び電子理論

48

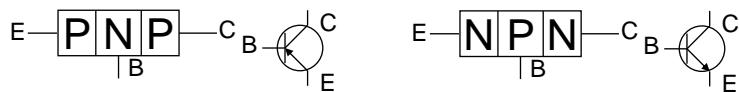
テキスト II -32

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- **トランジスタ**

- 増幅・発振作用を持つ半導体素子
- P,N形半導体を組み合わせ, PNP,NPNを構成
 - ベース(B), エミッタ(E), コレクタ(C)



2008年12月15日

電気及び電子理論

49

テキスト II -33

1.3 電子回路

1.3.2 整流回路

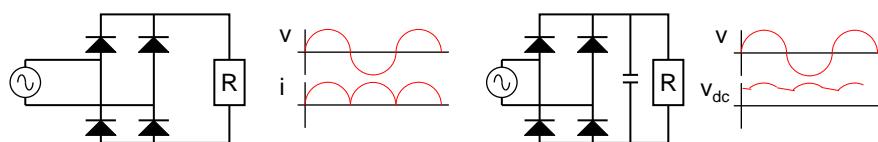
- **半波整流回路**

- 出力電流は正弦波の半分(半波)



- **全波整流回路**

- 半周期毎に半波が反転した全波波形



2008年12月15日

電気及び電子理論

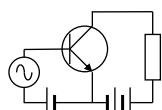
50

テキスト II -34

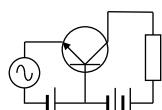
1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

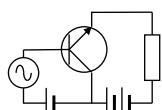
- トランジスタの入出力端子の共通接続(接地)点で三方式に分かれる



エミッタ接地



ベース接地



コレクタ接地

- エミッタ接地増幅率 β

- ベース電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

- ベース接地電流増幅率 α

- エミッタ電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \quad \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E - \Delta I_C} = \frac{\Delta I_C}{\frac{\Delta I_C}{\alpha} - \Delta I_C} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

51

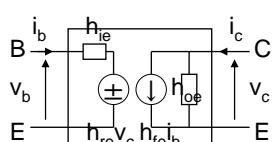
テキスト II -34

1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

- トランジスタの四端子定数(h パラメータ)

- トランジスタの四端子(二端子対)回路



$\bullet h_i [\Omega]$: 出力端短絡入力インピーダンス

$\bullet h_r$: 入力端開放電圧帰還比

$\bullet h_f$: 出力端短絡電流増幅率

$\bullet h_o [S]$: 入力端開放入力アドミタンス

第二添え字に、トランジスタの接地方式をつける
例: $h_{fe} \rightarrow$ エミッタ接地電流増幅率

$$\begin{bmatrix} V_{BE} \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie} & h_{re} \\ h_{fe} & h_{oe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} \quad h_{ie} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \quad h_{re} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} \\ h_{fe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \beta \quad h_{oe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

52

テキスト II -35

1.3 電子回路

1.3.4 発振回路

- 增幅回路の出力の一部を正帰還して発振回路を構成する

- 増幅回路の増幅率 $A = \frac{V_o}{V_i + V_f}$



- 帰還回路の増幅率 $\beta = \frac{V_f}{V_o}$
- 回路全体の増幅率 $A_o = \frac{V_o}{V_i}$

$$A = \frac{V_o}{V_i + V_f} = \frac{V_o}{V_i + \beta V_o} \Rightarrow A(V_i + \beta V_o) = V_o \Rightarrow AV_i = V_o(1 - A\beta)$$

$$\Rightarrow A_o = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

$A\beta = 1$ の時、分母が0となり、 $A_o = \infty$ となる。この条件下で一度発振し始めると持続する。

2008年12月15日

53

テキスト II -37

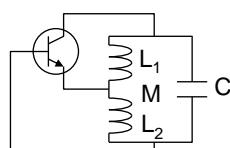
1.3 電子回路

1.3.4 発振回路

- ハートレー発振回路

- コイルにセンタータップを設け、この端子を帰還に用いる

- 発振周波数 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



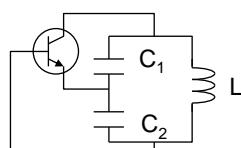
但し $L = L_1 + L_2 - 2M$

- コルピツツ発振回路

- コンデンサを分割し、帰還に用いる

- 発振周波数 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

但し $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$



2008年12月15日

電気及び電子理論

54

テキスト II -37

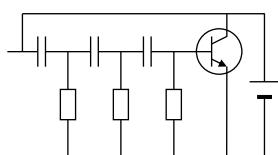
1.3 電子回路

1.3.4 発振回路

- CR形発振回路

- 移相形発振回路は、一段毎に位相が 60° 変化(3段)
- 180° 移相する周波数で発振する
- 移相の段数で、発振周波数とトランジスタの必要利得が変化する

$$3\text{段 } f \approx \frac{1}{2\sqrt{6}\pi RC} \quad G \geq 29$$



微分形

2008年12月15日

電気及び電子理論

55

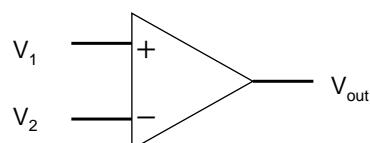
テキスト II -38

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器(オペアンプ)

- オペアンプ

- 加算、積分等の演算回路に用いる
- 同相入力端子(+)と、逆相(反転)入力端子(-)、出力端子を持つ
- 理想的なオペアンプ
 - 入カインピーダンス ∞
 - 出カインピーダンス 0
 - 増幅度 ∞



増幅度 α とすると

$$V_{out} = \alpha(V_2 - V_1)$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

56

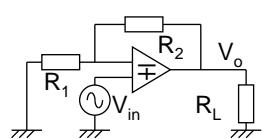
テキスト II -38

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器(オペアンプ)

- オペアンプ

- 同相(非反転)増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha(V_{in} - V) \\ V = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_o \end{cases}$$

$$V_o = \alpha(V_{in} - V) = \alpha\left(V_{in} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_o\right) \quad V_o\left(1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}\right) = \alpha V_{in}$$

$$A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} A = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

57

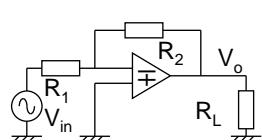
テキスト II -39

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器(オペアンプ)

- オペアンプ

- 逆相(反転)増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha(-V) \\ V = V_{in} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(V_o - V_{in}) \end{cases}$$

$$V_o = -\alpha\left[V_{in} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(V_o - V_{in})\right] \quad V_o\left[1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}\right] = -\alpha V_{in}\left[1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right]$$

$$A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-\alpha\left[1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right]}{1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{-\alpha[R_1 + R_2 - R_1]}{R_1 + R_2 + \alpha R_1} = \frac{-\alpha R_2}{R_1 + R_2 + \alpha R_1} = \frac{-R_2}{\frac{R_1 + R_2}{\alpha} + R_1}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} A = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{-R_2}{\frac{R_1 + R_2}{\alpha} + R_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

2008年12月15日

電気及び電子理論

58