制御工学I
第六回
制御システムの
モデリングとブロック線図

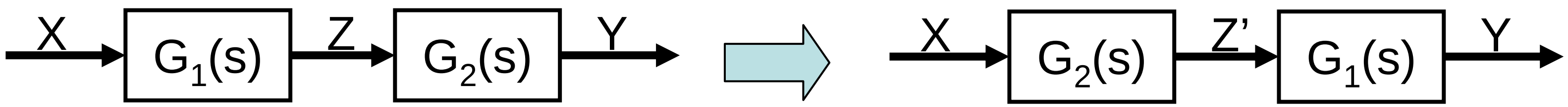
平成21年5月25日

ブロック線図

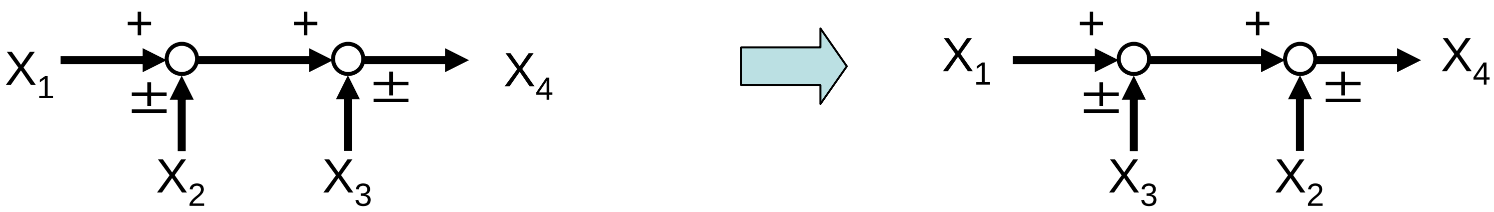
- ブロック線図とは
  - システムの構成要素と信号の流れを図的に表現したもの
    - 伝達関数を機能ブロックとして表現
    - 信号の流れは一方向(矢印)

ブロック線図

- ブロック線図の性質(伝達関数の性質)
  - ブロック置換 $G_1 \cdot G_2 = G_2 \cdot G_1$

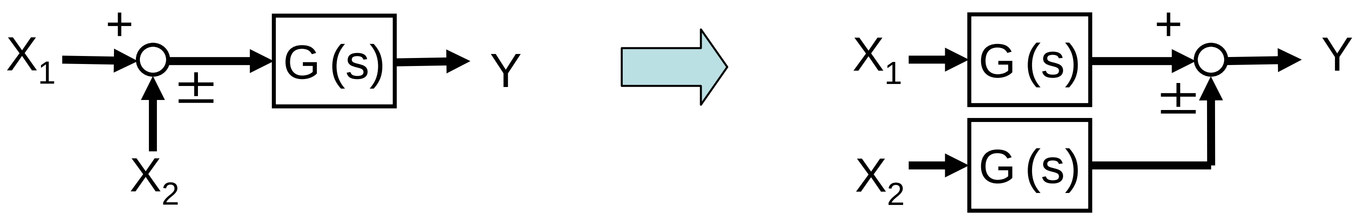


  - 加え合わせ点動作 $\left(X_1 \pm X_3\right) \pm X_2 = \left(X_1 \pm X_2\right) \pm X_3 = X_4$

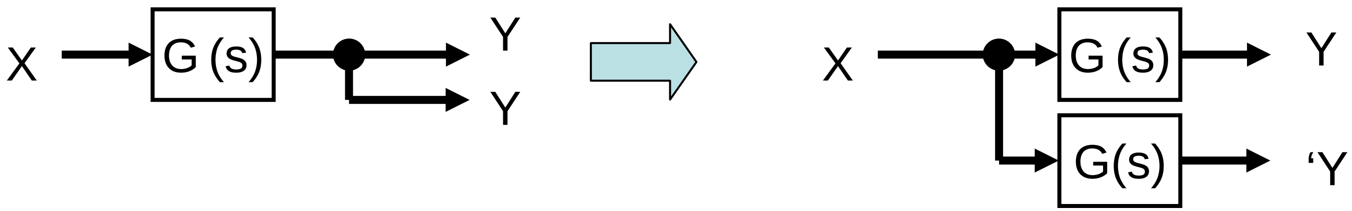


ブロック線図

– ブロック線図の簡略化
  - 加え合わせ点移動 $G(X_1 \pm X_2) = GX_1 \pm GX_2 = Y$



  - 引き出し点移動 $G \cdot X = Y$



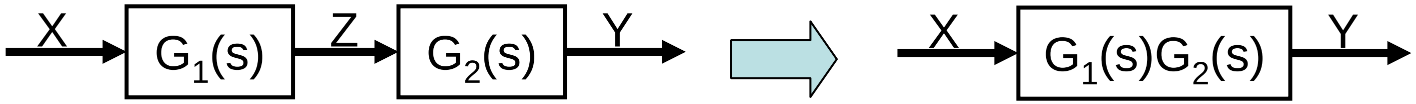
ブロック線図

– ブロック線図の簡略化

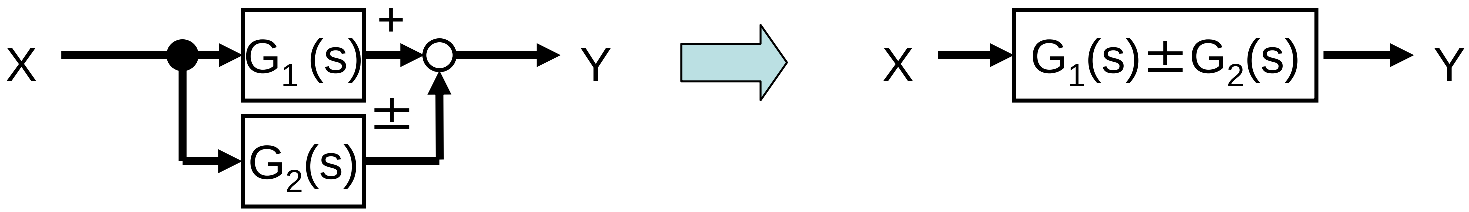
- 直列結合

$$Z / X = G_1 \quad Y / X = G_2$$

$$Y / X = \left(Z / X\right)\left(Y / Z\right) = G_1 \cdot G_2$$

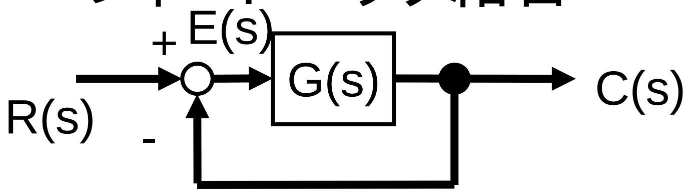


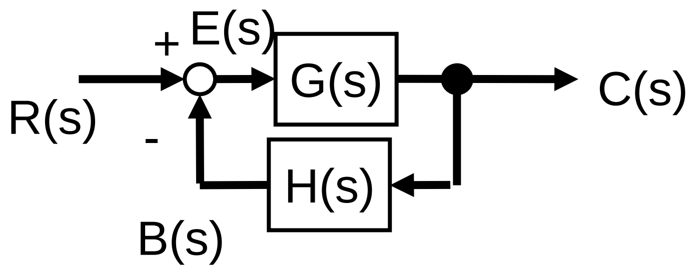
- 並列結合 $G_1 X \pm G_2 X = \left(G_1 \pm G_2\right) X = Y$



閉ループシステム

- 閉ループシステム
  - フィードバック結合





- フィードフォワード伝達関数 $$\frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$$

- 開ループ伝達関数 $$\frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$$

閉ループシステム

- 閉ループシステム
  - フィードバック結合
    - 閉ループ伝達関数

$$\left.\begin{aligned} C(s) &= G(s)E(s) \\ E(s) &= R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) \end{aligned}\right\} \text{より}$$

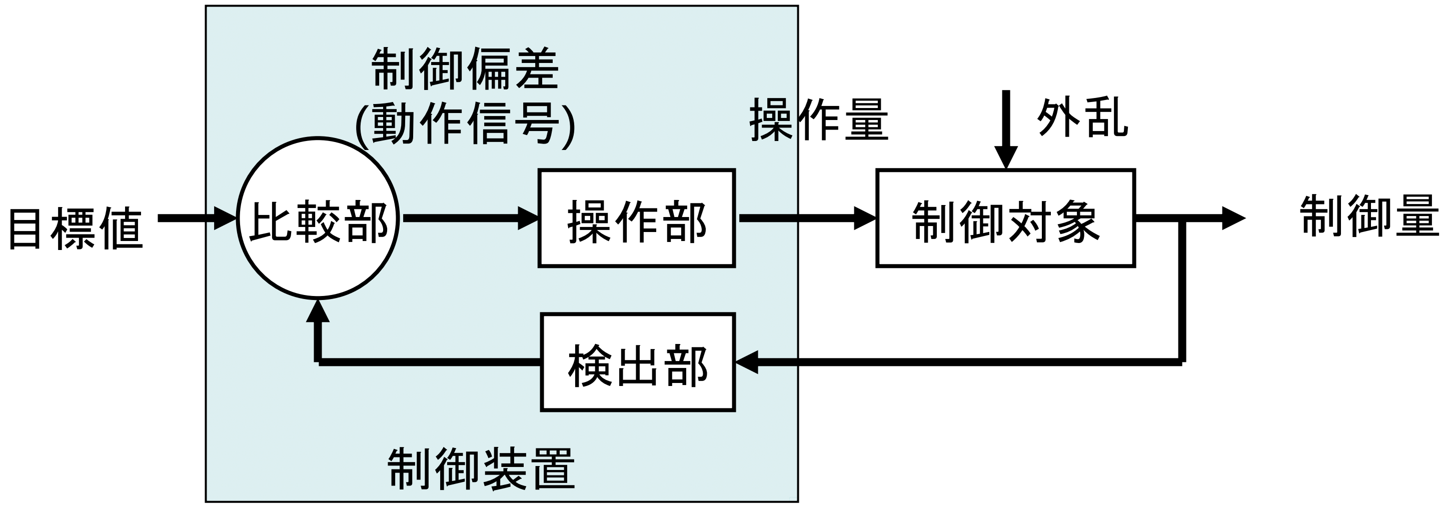
$$C(s) = G(s)\left[R(s) - H(s)C(s)\right]$$

$$C(s)\left[1 + G(s)H(s)\right] = G(s)R(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

自動制御システム

- フィードバック制御系の構成
  - 制御量を目標値と比較し，一致させるように操作量を生成する制御
    - プロセスに内在する遅れに対して，偏差をはやく無くす速応性と，プロセスの安定性を両立させることが課題



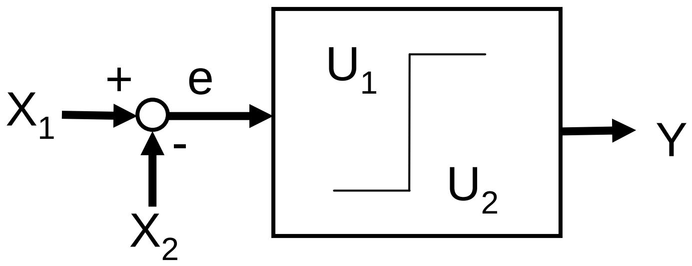
産業用機器における制御器

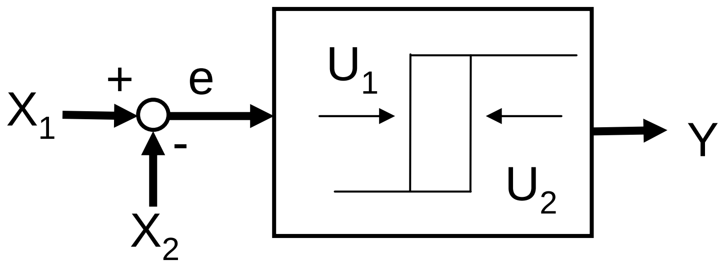
- 二値制御（オン・オフ制御）
- 比例制御
- 積分制御
- 比例積分制御
- 比例微分制御
- 比例積分微分制御

二値（オン・オフ）制御

- 簡単・安価
  - 操作信号u(t)
  - 誤差信号e(t)

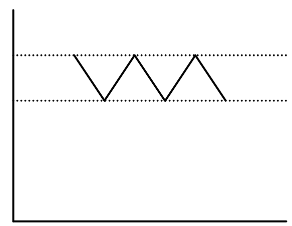
$$u(t) = \begin{cases} U_1 & e(t) > 0 \\ U_2 & e(t) < 0 \end{cases}$$





  - 例　便所の水タンク
  - 不感帯の幅で誤差幅・動作回数変わる

ヒステリシス
（不感帯）



比例制御

- 出力u(t)と誤差e(t)の関係
  - 比例ゲインKp

$$u(t) = K_p e(t)$$

- ラプラス変換

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

積分制御

- 出力変化率が誤差に比例
  - 積分ゲインKi

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$$

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t)dt$$

- ラプラス変換

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

比例積分微分制御

- 比例積分制御 $$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \qquad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

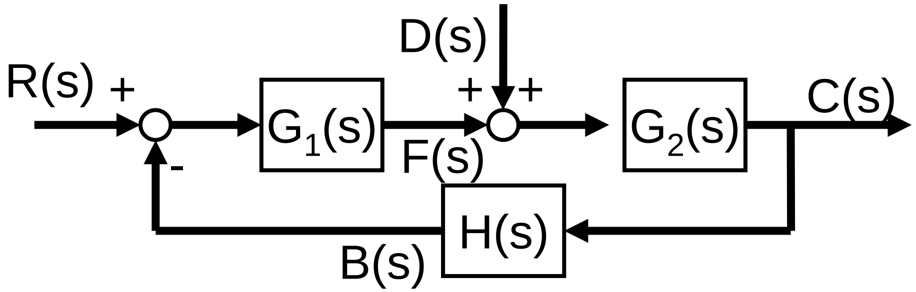
- 比例微分制御 $$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$K_d = K_p T_d \qquad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + T_d s)$$

- 比例積分微分制御 $$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}, K_d = K_p T_d \qquad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

擾乱を考慮した閉ループシステム



- 制御目標入力R(s)に対応する応答C_R(S)

$$B(s) = H(s)C_R(s)$$

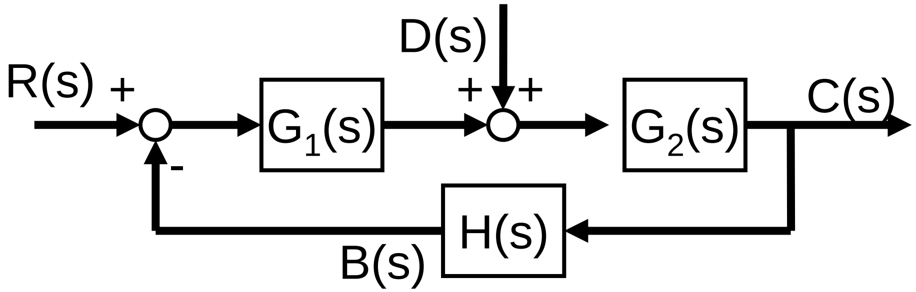
$$C_R(s) = G_1(s)G_2(s)[R(s) - B(s)]$$

$$= G_1(s)G_2(s)[R(s) - H(s)C_R(s)]$$

$$[1 + G_1(s)G_2(s)H(s)]C_R(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$$

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

擾乱を考慮した閉ループシステム



- 擾乱D(s)に対する応答C_D(S)

$$C_D(s) = G_2(s)[D(s) - F(s)]$$

$$F(s) = G_1(s)H(s)G_D(s)$$

$$C_D(s) = G_2(s)[D(s) - G_1(s)H(s)G_D(s)]$$

$$[1 - G_1(s)G_2(s)H(s)]C_D(s) = G_2(s)D(s)$$

$$\frac{C_D(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

擾乱を考慮した閉ループシステム

- 制御目標と擾乱の同時入力に対する応答

$$C(s) = C_R(s) + C_D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}\left[G_1(s)R(s) + D(s)\right]$$

  – 閉ループ系で擾乱の影響が小さくなる条件

$$|G_1(s)H(s)| >> 1$$
$$|G_1(s)G_2(s)H(s)| >> 1$$

$$\frac{C_D(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \to 0$$

  – システムの応答G_1,G_2に影響を受けなくなる条件

$$|G_1(s)G_2(s)H(s)| >> 1$$

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \to \frac{1}{H(s)}$$