# 電力システム解析論

第一回　送電線路

三相回路と対称回路

平成21年10月02日

# 授業の取り扱い内容

- 電力回路
  - 多相交流回路の扱い
  - 対称回路
- 送電線の電気特性のモデル化
  - 構造からの諸量の算出
- 回路の状態量算出
  - 潮流計算

# 電力システムにおける現象

- 電磁気的現象
  - 分布定数線路
    - サージ現象(遅延現象)
  - 静電磁現象
    - 集中定数回路
    - 時間的変化が正弦的な電磁現象
      - 交流回路
      - 複素電力，インピーダンス

# 内容

- 電力システムは三相交流で構成されている
  - 電力システムの解析法
    - 発電機→運動方程式(微分方程式)
    - 電気回路の扱い
      - RLCの回路方程式を解く
        - » 瞬時値解析(過渡解析)
      - インピーダンスで考える
        - » 交流解析
        - » どのようにして一本の線路(単相回路)で表現するのか？

# 電磁気現象

- Maxwellの方程式(微分表示)

$$\nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\nabla \times H = J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 E = \rho$$

$$\nabla \cdot \mu_0 H = 0$$

FDTD (Finite-difference time-domain)法などで解く
(空間・時間領域での差分方程式に展開して逐次計算をすることで、電場・磁場を求める)

# TEM波(電磁波)

- Transverse Electro-Magnetic wave
  - 電界・磁界が伝搬方向に直角な横面内の成分のみで構成される，完全横波の電磁波
    - 伝搬方向には電界・磁界成分共に存在しない
    - 伝搬方向を直角座標系のz軸方向とすると電磁界は

$$E = i_x E_x + i_y E_y \equiv E_T$$

$$H = i_x H_x + i_y H_y \equiv H_T$$

    - ET,HTは伝搬方向に直角な横断面内(xy面内)の電界および磁界

# TEM波のMaxwell方程式

- 電荷・電流を含まない線形・等方・均質かつ非分散性の無損失媒質中の電磁波

$$\nabla \times E_T = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\nabla \times H_T = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow$$

$$\nabla_T \times E_T = 0$$

$$\nabla_T \times H_T = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(i_z \times E_T\right) = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(i_z \times H_T\right) = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$

$$\nabla_T = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y}$$

# 波動方程式

- 電界成分:x方向のみ Ex
- 磁界成分:y方向のみ Hy

$$E_T = i_x E_x(z,t)$$
$$H_T = i_y H_y(z,t)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$
$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\Rightarrow$$

波動方程式

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$
$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = 0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$ 伝搬速度

# 電信方程式(無損失線路)

- x:0→b, y:0→a

電圧V

$$\frac{\partial}{\partial z}\int_0^b E_x dx = -\frac{\partial}{\partial t}\int_0^b \mu H_y dx$$

磁束Φ=LI

電流I

$$\frac{\partial}{\partial z}\int_0^a H_y dy = -\frac{\partial}{\partial t}\int_0^a \varepsilon E_x dy$$

電荷Q=CV

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -L\frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C\frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \qquad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0 \qquad LC = \varepsilon\mu$$

速度vでz方向に伝搬する電圧・電流の波動を現す
L,Cは伝搬方向・単位長当たりの値(無損失伝送線路)

# TEM伝搬の定常状態

- 角周波数$\omega$の正弦波に対するTEM波

$$E_x(z,t) = \mathrm{Re}\left[\dot{E}_x(z)e^{j\omega t}\right]$$
$$H_y(z,t) = \mathrm{Re}\left[\dot{H}_y(z)e^{j\omega t}\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$$

$$\frac{d\dot{E}_x}{dz} = -j\omega\mu\dot{H}_y$$
$$\frac{d\dot{H}_y}{dz} = -j\omega\varepsilon\dot{E}_x$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} + k^2\dot{E}_x = 0 \qquad k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$
$$\frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} + k^2\dot{H}_y = 0 \qquad \frac{\dot{E}_x}{\dot{H}_y} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$$

媒質の固有インピーダンス

# TEM伝搬の定常状態

- 角周波数$\omega$の正弦波に対する無損失分布定数線路の複素表示

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = -j\omega L\dot{I}$$

$$\frac{d\dot{I}}{dz} = -j\omega C\dot{V}$$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{d^2\dot{V}}{dz^2} + k^2\dot{V} = 0$$

$$\frac{d^2\dot{I}}{dz^2} + k^2\dot{I} = 0$$

$$k = \omega\sqrt{LC}$$

$$\frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

$$\dot{V}(z) = \int_0^b \dot{E}_x dx = b\dot{E}_x$$

$$\dot{I}(z)\frac{\partial}{\partial z}\int_0^a \dot{H}_y dy = a\dot{H}_y$$

線路の特性インピーダンス

# 損失がある場合

- 伝送方向に単位長あたり漏洩電流 $GV$
- 伝送方向に単位長あたり電圧降下 $RI$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -RI - L\frac{\partial I}{\partial t} \qquad \frac{d\dot{V}}{dz} = -\left(R + j\omega L\right)\dot{I}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -GV - C\frac{\partial V}{\partial t} \qquad \frac{d\dot{I}}{dz} = -\left(G + j\omega C\right)\dot{V}$$

# 電線路の特性

- 分布定数線路
  - 対象とする周波数の波長に比べて線路が短い場合
- 集中定数線路
  - 対象とする周波数の波長に比べて線路が長い場合
  - 60Hzの波長
    - 光速30万km/秒→波長5000km

# 線路モデル

- 50km以下(短距離送電線路)
  - C,g無視
  - R,Lの直列インピーダンス回路
- 50km～100km(中距離送電線路)
  - G無視
  - T, $\pi$ 型等価回路
- 100km以上(長距離送電線路)
  - 分布定数回路

# 分布定数線路(損失線路)

- 単位長あたりの
抵抗:r[Ω], インダクタンス:L[H], 静電容量:C[F],漏れコンダクタンス:g[S]
- 角周波数:ω[rad/s]
- 単位長あたりの直列インピーダンス[Ω/km]

$$\dot{z} = r + j\omega L$$

- 単位長あたりの並列アドミタンス[S/km]

$$\dot{y} = g + j\omega C$$

# 分布定数線路

- 線路の亘長l[km]
- 受電端からx[km]の点での電圧，電流

$$\dot{E}[V], \dot{I}[A]$$

- 微小距離dx[km]区間のインピーダンス

$$\dot{z}dx, \dot{y}dx$$

  - 電圧上昇分 $d\dot{E} = \dot{I}\dot{z}dx$ $\qquad \dfrac{d\dot{E}}{dx} = \dot{I}\dot{z}$
  - 分流電流 $d\dot{I} = \dot{E}\dot{y}dx$ $\qquad \dfrac{d\dot{I}}{dx} = \dot{E}\dot{y}$

# 分布定数線路

- 伝播定数 $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}\dot{y}}$
- 特性インピーダンス $\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{z}/\dot{y}}$
- 受電端電圧・電流との関係

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\dot{E}}{dx}\right) = \frac{d^2\dot{E}}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\dot{I}\dot{z}\right) = \dot{z}\frac{d\dot{I}}{dx} = \dot{z}\dot{E}\dot{y} = \dot{z}\dot{y}\dot{E}$$

$$\dot{E} = \dot{E}_r \frac{e^{\dot{\gamma}x} + e^{-\dot{\gamma}x}}{2} + \dot{I}_r Z_c \frac{e^{\dot{\gamma}x} - e^{-\dot{\gamma}x}}{2} = \dot{E}_r \cosh\dot{\gamma}x + \dot{I}_r Z_c \sinh\dot{\gamma}x$$

# 分布定数線路

- 受電端電圧・電流との関係

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\dot{I}}{dx}\right)=\frac{d^2\dot{I}}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\dot{E}\dot{y}\right)=\dot{y}\frac{d\dot{E}}{dx}=\dot{y}\dot{I}\dot{z}=\dot{z}\dot{y}\dot{I}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{E}_r}{Z_c}\frac{e^{\dot{\gamma}x}-e^{-\dot{\gamma}x}}{2}+\dot{I}_r\frac{e^{\dot{\gamma}x}+e^{-\dot{\gamma}x}}{2}=\frac{\dot{E}_r}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}x+\dot{I}_r\cosh\dot{\gamma}x$$

- 送電端電圧・電流との関係

$$\dot{E}_s=\dot{E}_r\cosh\dot{\gamma}l+\dot{I}_r Z_c\sinh\dot{\gamma}l$$

$$\dot{I}_s=\frac{\dot{E}_r}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}l+\dot{I}_r\cosh\dot{\gamma}l$$

# 分布定数線路

$$
\begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\dot{\gamma}l & Z_c\sinh\dot{\gamma}l \\ \dfrac{1}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}l & \cosh\dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\dot{\gamma}l & Z_c\sinh\dot{\gamma}l \\ \dfrac{1}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}l & \cosh\dot{\gamma} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \cosh\dot{\gamma}l & -Z_c\sinh\dot{\gamma}l \\ \dfrac{-1}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}l & \cosh\dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}
$$

# 分布定数線路

- 伝播定数を減衰定数 $\alpha$ と位相定数 $\beta$ に分割

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$$

  - 前進波と後退波で表される

$$\dot{E} = \frac{\dot{E}_r + \dot{I}_r Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{\dot{E}_r - \dot{I}_r Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

$$\dot{I} = \frac{\dfrac{\dot{E}_r}{Z_c} + \dot{I}_r}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{\dfrac{\dot{E}_r}{Z_c} - \dot{I}_r}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

# 分布定数線路

- 特性インピーダンス
  - 電圧の前進波と後退波の差を電流で割ったもの
  - 波動インピーダンス，サージインピーダンス

$$\left[\frac{\dot{E}_r+\dot{I}_r Z_c}{2}\right]-\left[\frac{\dot{E}_r-\dot{I}_r Z_c}{2}\right]=\dot{I}_r Z_c$$

# 分布定数線路

- 伝播定数，特性インピーダンスの測定
  - 受電端の開放・無負荷時

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\dot{\gamma}l & Z_c \sinh\dot{\gamma}l \\ \dfrac{1}{\dot{Z}_c}\sinh\dot{\gamma}l & \cosh\dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

  - 送電端から見た無負荷アドミタンス

$$\dot{Y}_0 = \frac{\dot{I}_s}{\dot{E}_s} = \frac{\dfrac{1}{\dot{Z}_c}\sinh\dot{\gamma}l}{\cosh\dot{\gamma}l} = \frac{1}{\dot{Z}_c}\tanh\dot{\gamma}l$$

# 分布定数線路

– 受電端の短絡時

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\dot{\gamma}l & Z_c \sinh\dot{\gamma}l \\ \dfrac{1}{Z_c}\sinh\dot{\gamma}l & \cosh\dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_r \end{bmatrix}$$

– 送電端から見た短絡インピーダンス

$$\dot{Z}_s = \frac{\dot{E}_s}{\dot{I}_s} = \frac{\dot{Z}_c \sinh\dot{\gamma}l}{\cosh\dot{\gamma}l} = \dot{Z}_c \tanh\dot{\gamma}l$$

# 分布定数線路

- 無負荷アドミタンスと短絡インピーダンスの関係

$$\tanh \dot{\gamma} l = \frac{\dot{Z}_s}{\dot{Z}_c} = \dot{Z}_c \dot{Y}_0$$

$$\dot{Z}_c{}^2 = \frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0} \qquad \dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0}}$$

$$\tanh \dot{\gamma} l = \sqrt{\frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0}} \dot{Y}_0 = \sqrt{\dot{Z}_s \dot{Y}_0} \qquad \dot{\gamma} = \frac{1}{l} \operatorname{arctan} \sqrt{\dot{Z}_s \dot{Y}_0}$$