

# 電力システム解析論

第一回 送電線路  
三相回路と対称回路  
平成21年10月02日

# 授業の取り扱い内容

- 電力回路
  - 多相交流回路の扱い
  - 対称回路
- 送電線の電気特性のモデル化
  - 構造からの諸量の算出
- 回路の状態量算出
  - 潮流計算

# 電力システムにおける現象

- 電磁氣的現象
  - － 分布定数線路
    - サージ現象(遅延現象)
  - － 静電磁現象
    - 集中定数回路
    - 時間的变化が正弦的な電磁現象
      - － 交流回路
      - － 複素電力, インピーダンス

# 内容

- 電力システムは三相交流で構成されている
  - 電力システムの解析法
    - 発電機→運動方程式(微分方程式)
    - 電気回路の扱い
      - RLCの回路方程式を解く
        - » 瞬時値解析(過渡解析)
      - インピーダンスで考える
        - » 交流解析
        - » どのようにして一本の線路(単相回路)で表現するのか？

# 電磁気現象

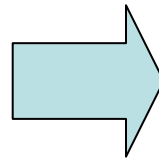
- Maxwellの方程式(微分表示)

$$\nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\nabla \times H = J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 E = \rho$$

$$\nabla \cdot \mu_0 H = 0$$



FDTD (Finite-difference  
time-domain)法

などで解く

(空間・時間領域での  
差分方程式に展開して  
逐次計算をすることで、  
電場・磁場を求める)

# TEM波(電磁波)

- Transverse Electro-Magnetic wave
  - 電界・磁界が伝搬方向に直角な横面内の成分のみで構成される, 完全横波の電磁波
    - 伝搬方向には電界・磁界成分共に存在しない
    - 伝搬方向を直角座標系のz軸方向とすると電磁界は

$$E = i_x E_x + i_y E_y \equiv E_T$$

$$H = i_x H_x + i_y H_y \equiv H_T$$

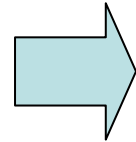
- $E_T, H_T$ は伝搬方向に直角な横断面内(xy面内)の電界および磁界

# TEM波のMaxwell方程式

- 電荷・電流を含まない線形・等方・均質かつ非分散性の無損失媒質中の電磁波

$$\nabla \times E_T = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\nabla \times H_T = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$



$$\nabla_T \times E_T = 0$$

$$\nabla_T \times H_T = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (i_z \times E_T) = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (i_z \times H_T) = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$

$$\nabla_T = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y}$$

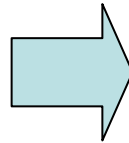
# 波動方程式

- 電界成分:x方向のみ  $E_x$
- 磁界成分:y方向のみ  $H_y$

$$E_T = i_x E_x(z, t)$$

$$H_T = i_y H_y(z, t)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$
$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$



波動方程式

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = 0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \text{伝搬速度}$$



# 電信方程式(無損失線路)

- $x:0 \rightarrow b, y:0 \rightarrow a$

$$\begin{aligned}
 \text{電圧 } V &\leftarrow \frac{\partial}{\partial z} \int_0^b E_x dx = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^b \mu H_y dx \rightarrow \text{磁束 } \Phi = LI \\
 \text{電流 } I &\leftarrow \frac{\partial}{\partial z} \int_0^a H_y dy = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^a \epsilon E_x dy \rightarrow \text{電荷 } Q = CV
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial z} &= -L \frac{\partial I}{\partial t} \\
 \frac{\partial I}{\partial z} &= -C \frac{\partial V}{\partial t}
 \end{aligned}
 \quad \Rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} &= 0 & v &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
 \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= 0 & LC &= \epsilon\mu
 \end{aligned}$$

速度 $v$ で $z$ 方向に伝搬する電圧・電流の波動を現す  
 $L, C$ は伝搬方向・単位長当たりの値(無損失伝送線路)

# TEM伝搬の定常状態

- 角周波数  $\omega$  の正弦波に対するTEM波

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= \text{Re}[\dot{E}_x(z)e^{j\omega t}] \\ H_y(z,t) &= \text{Re}[\dot{H}_y(z)e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad \frac{\partial}{\partial t} = j\omega$$

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{E}_x}{dz} &= -j\omega\mu\dot{H}_y \\ \frac{d\dot{H}_y}{dz} &= -j\omega\varepsilon\dot{E}_x \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} + k^2\dot{E}_x &= 0 \\ \frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} + k^2\dot{H}_y &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} k &= \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \\ \frac{\dot{E}_x}{\dot{H}_y} &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta \end{aligned}$$

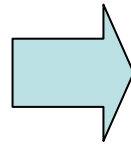
媒質の固有インピーダンス

# TEM伝搬の定常状態

- 角周波数 $\omega$ の正弦波に対する無損失分布定数線路の複素表示

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = -j\omega L\dot{I}$$

$$\frac{d\dot{I}}{dz} = -j\omega C\dot{V}$$



$$\frac{d^2\dot{V}}{dz^2} + k^2\dot{V} = 0$$

$$\frac{d^2\dot{I}}{dz^2} + k^2\dot{I} = 0$$

$$k = \omega\sqrt{LC}$$

$$\frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

$$\dot{V}(z) = \int_0^b \dot{E}_x dx = b\dot{E}_x$$

$$\dot{I}(z) = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^a \dot{H}_y dy = a\dot{H}_y$$

線路の特性インピーダンス

# 損失がある場合

- 伝送方向に単位長あたり漏洩電流  $GV$
- 伝送方向に単位長あたり電圧降下  $RI$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -RI - L \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -GV - C \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = -(R + j\omega L)\dot{I}$$

$$\frac{d\dot{I}}{dz} = -(G + j\omega C)\dot{V}$$

# 電線路の特性

- 分布定数線路
  - 対象とする周波数の波長に比べて線路が短い場合
- 集中定数線路
  - 対象とする周波数の波長に比べて線路が長い場合
  - 60Hzの波長
    - 光速30万km/秒→波長5000km

# 線路モデル

- 50km以下(短距離送電線路)
  - C,g無視
  - R,Lの直列インピーダンス回路
- 50km～100km(中距離送電線路)
  - G無視
  - T,  $\pi$  型等価回路
- 100km以上(長距離送電線路)
  - 分布定数回路

# 分布定数線路(損失線路)

- 単位長あたりの  
抵抗: $r[\Omega]$ , インダクタンス: $L[H]$ , 静電容量: $C[F]$ , 漏れコンダクタンス: $g[S]$
- 角周波数: $\omega[\text{rad/s}]$
- 単位長あたりの直列インピーダンス $[\Omega/\text{km}]$

$$\dot{z} = r + j\omega L$$

- 単位長あたりの並列アドミタンス $[S/\text{km}]$

$$\dot{y} = g + j\omega C$$

# 分布定数線路

- 線路の亘長 $l[\text{km}]$
- 受電端から $x[\text{km}]$ の点での電圧, 電流  
 $\dot{E}[\text{V}], \dot{I}[\text{A}]$
- 微小距離 $dx[\text{km}]$ 区間のインピーダンス

	$\dot{z}dx, \dot{y}dx$	
– 電圧上昇分	$d\dot{E} = \dot{I}\dot{z}dx$	$\frac{d\dot{E}}{dx} = \dot{I}\dot{z}$
– 分流電流	$d\dot{I} = \dot{E}\dot{y}dx$	$\frac{d\dot{I}}{dx} = \dot{E}\dot{y}$



# 分布定数線路

- 伝播定数  $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}\dot{y}}$
- 特性インピーダンス  $\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{z}/\dot{y}}$
- 受電端電圧・電流との関係

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d\dot{E}}{dx} \right) = \frac{d^2 \dot{E}}{dx^2} = \frac{d}{dx} (\dot{I} \dot{z}) = \dot{z} \frac{d\dot{I}}{dx} = \dot{z} \dot{E} \dot{y} = \dot{z} \dot{y} \dot{E}$$

$$\dot{E} = \dot{E}_r \frac{e^{\dot{\gamma}x} + e^{-\dot{\gamma}x}}{2} + \dot{I}_r \dot{Z}_c \frac{e^{\dot{\gamma}x} - e^{-\dot{\gamma}x}}{2} = \dot{E}_r \cosh \dot{\gamma}x + \dot{I}_r \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}x$$

# 分布定数線路

- 受電端電圧・電流との関係

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d\dot{I}}{dx} \right) = \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = \frac{d}{dx} (\dot{E} \dot{y}) = \dot{y} \frac{d\dot{E}}{dx} = \dot{y} \dot{I} \dot{z} = \dot{z} \dot{y} \dot{I}$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_r}{Z_c} \frac{e^{\dot{\gamma}x} - e^{-\dot{\gamma}x}}{2} + \dot{I}_r \frac{e^{\dot{\gamma}x} + e^{-\dot{\gamma}x}}{2} = \frac{\dot{E}_r}{Z_c} \sinh \dot{\gamma}x + \dot{I}_r \cosh \dot{\gamma}x$$

- 送電端電圧・電流との関係

$$\dot{E}_s = \dot{E}_r \cosh \dot{\gamma}l + \dot{I}_r Z_c \sinh \dot{\gamma}l$$
$$\dot{I}_s = \frac{\dot{E}_r}{Z_c} \sinh \dot{\gamma}l + \dot{I}_r \cosh \dot{\gamma}l$$

# 分布定数線路

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & -Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{-1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

# 分布定数線路

- 伝播定数を減衰定数  $\alpha$  と位相定数  $\beta$  に分割

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$$

– 前進波と後退波で表される

$$\dot{E} = \frac{\dot{E}_r + \dot{I}_r Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{\dot{E}_r - \dot{I}_r Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

$$\dot{I} = \frac{\frac{\dot{E}_r}{Z_c} + \dot{I}_r}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{\frac{\dot{E}_r}{Z_c} - \dot{I}_r}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

# 分布定数線路

- 特性インピーダンス
  - 電圧の前進波と後退波の差を電流で割ったもの
  - 波動インピーダンス, サージインピーダンス

$$\left[ \frac{\dot{E}_r + \dot{I}_r Z_c}{2} \right] - \left[ \frac{\dot{E}_r - \dot{I}_r Z_c}{2} \right] = \dot{I}_r Z_c$$

# 分布定数線路

- 伝播定数, 特性インピーダンスの測定
  - 受電端の開放・無負荷時

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 送電端から見た無負荷アドミタンス

$$\dot{Y}_0 = \frac{\dot{I}_s}{\dot{E}_s} = \frac{\frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l}{\cosh \gamma l} = \frac{1}{Z_c} \tanh \gamma l$$

# 分布定数線路

－ 受電端の短絡時

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_r \end{bmatrix}$$

－ 送電端から見た短絡インピーダンス

$$\dot{Z}_s = \frac{\dot{E}_s}{\dot{I}_s} = \frac{Z_c \sinh \gamma l}{\cosh \gamma l} = Z_c \tanh \gamma l$$

# 分布定数線路

- 無負荷アドミタンスと短絡インピーダンスの関係

$$\tanh \gamma l = \frac{\dot{Z}_s}{\dot{Z}_c} = \dot{Z}_c \dot{Y}_0$$

$$\dot{Z}_c^2 = \frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0} \quad \dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0}}$$

$$\tanh \gamma l = \sqrt{\frac{\dot{Z}_s}{\dot{Y}_0}} \dot{Y}_0 = \sqrt{\dot{Z}_s \dot{Y}_0} \quad \gamma = \frac{1}{l} \arctan \sqrt{\dot{Z}_s \dot{Y}_0}$$