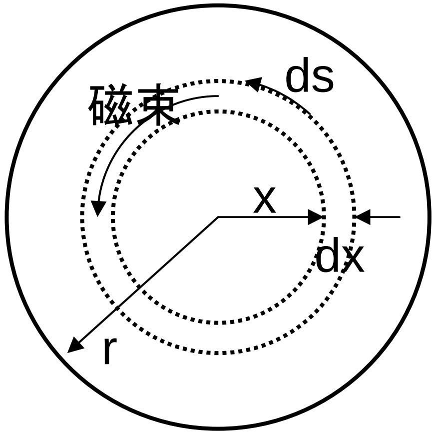
電力システム解析論

第3回　送電線路のモデルと
インダクタンス2
平成21年10月16日

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく，電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 送電線を円柱導体として考える
  - 帰路は十分離れていると仮定
  - 磁束は同心円状に分布すると仮定
  - 起磁力は電流経路のATに比例



$$mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m)，s:経路(m)，I:電流(A)

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

– 中心から距離x(m)の内側の電流Ix(A)による磁界強度Hx(AT/m)

$$\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$$

– 全電流I(A)に対するIx(A)の割合

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

– 全電流に対するHx(AT/m)

$$H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

– Hxに対する磁束密度Bx(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$$

ただしμは導体の透磁率

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 厚さdx(m)の円筒導体の磁束dφ(Wb/m)
  - 磁束密度Bx(Wb/m^2)と磁力線の法線方向dx(m)積

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒内部の電流に鎖交する単位長当たりの鎖交磁束dψ(WbT/m)

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

送電線のインダクタンス
内部鎖交磁束

- 全内部鎖交磁束ψint(WbT/m)
  - 半径方向に積分

$$\psi_{\mathrm{int}} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4}\frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率1
- 真空の透磁率μ0=4π×10-7H/m

$$\Psi = LI$$

$$\psi_{\mathrm{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{\mathrm{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間に鎖交する磁束
  - 磁束は同心円状に分布
  - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

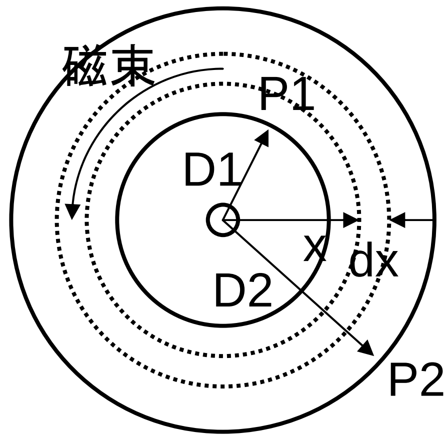
$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$

    - 磁束密度Bx(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

  - 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$



導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は，導体中の電流を一度だけ鎖交する
  - 単位長当たりの鎖交磁束dψは磁束dϕに等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束
  - D1,D2間の鎖交磁束

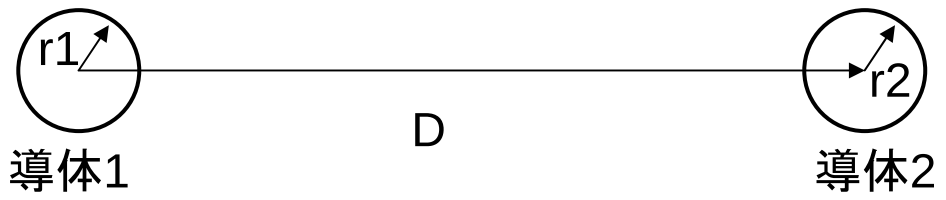
$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi}\left[\log_e x\right]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi}\left(\log_e D_2 - \log_e D_1\right) = \frac{\mu I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

  - 空気の比透磁率1として，真空の透磁率μ0=4π ×10-7H/mより

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1} = 2\times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad \Longrightarrow \quad L_{12} = 2\times 10^{-7}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

導体対の線路インダクタンス

- 距離D(m)離れた半径r1,r2(m)の導体対
  - 導体1,2に流れる電流の和は0
  - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
    - 導体1の中心からD+r2以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
    - 導体1の中心からD-r2以内の磁束は全回路電流に鎖交する
      - 厳密にはr1≦x ≦ D-r2
    - 導体1の中心よりD-r2からD+r2の磁束が鎖交する回路電流は0〜1の範囲で変化する
    - D>>r1, D>>r2を仮定して簡略化



導体対の線路インダクタンス

- 導体1の外部磁束によるインダクタンス
  - 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2\times10^{-7}\log_e\frac{D}{r_1}$$

- 導体1の内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\times10^{-7}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,\mathrm{int}} + L_{1,ext} = \frac{1}{2}\times10^{-7} + 2\times10^{-7}\log_e\frac{D}{r_1} = \left(\frac{1}{2} + 2\log_e\frac{D}{r_1}\right)\times10^{-7}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現
  - 擬似導体半径r1'を導入
    - 半径r1に0.7788をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2\times10^{-7}\times\left(\frac{1}{4}+\log_e\frac{D}{r_1}\right)$$

$$\frac{1}{4}=-\log_e\varepsilon \qquad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2\times10^{-7}\times\left(-\log_e\varepsilon+\log_e\frac{D}{r_1}\right)=2\times10^{-7}\times\log_e\frac{D}{\varepsilon r_1}=2\times10^{-7}\times\log_e\frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス
  - 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号
    - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
    - 合成磁束は2倍となる
  - 導体2のインダクタンスL2(H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{r_2'} \qquad r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

  - 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2\times 10^{-7}\times\left(\log_e \frac{D}{r_1'} + \log_e \frac{D}{r_2'}\right) = 4\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$$

  - 同じ導体サイズの場合

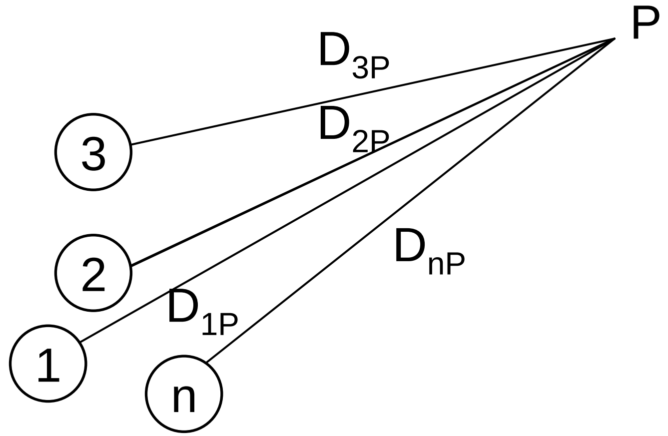
$$r_1' = r_2' = r' \qquad L = \times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{r'}$$

多条導体のインダクタンス

- 導体1,2,3・・・nの電流I1,I2,I3,・・・In
- 或る点Pから各導体の距離D1P,D2P,D3P・・・DnP
  - 電流I1による導体1に対する鎖交磁束ψ1P1(WbT/m)(内部鎖交磁束を含むが，点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\psi_{1P1} = I_1\left(\frac{1}{2} + 2\log_e \frac{D_{1P}}{r_1}\right)\times 10^{-7}$$

$$= I_1 2\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'}$$



多条導体のインダクタンス

– 電流I2による導体1に対する鎖交磁束ψ1P2(WbT/m)(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)
  - 導体1を超え，点Pを越えない部分に鎖交する磁束

$$\psi_{1P2} = I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} \times 2 \times 10^{-7}$$

– 全導体に流れる電流により，導体1に鎖交する全磁束ψ1P(WbT/m)(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\psi_{1P} = \psi_{1P1} + \psi_{1P2} + \psi_{1P2} \cdots + \psi_{1Pn}$$
$$= \left(I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

多条導体のインダクタンス

- 対数の展開

$$\psi_{1P} = \begin{pmatrix} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots + I_n \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \dfrac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \dfrac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \dfrac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \dfrac{1}{D_{1n}} \end{pmatrix} \times 2 \times 10^{-7}$$

- 電流の条件

$$I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n = -\left(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}\right)$$

$$\psi_{1P} = \begin{pmatrix} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots \\ -\left(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}\right) \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \dfrac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \dfrac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \dfrac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \dfrac{1}{D_{1n}} \end{pmatrix} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$= \begin{pmatrix} I_1 \log_e \dfrac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \log_e \dfrac{D_{2P}}{D_{nP}} D_{2P} + I_3 \log_e \dfrac{D_{3P}}{D_{nP}} D_{3P} \cdots + I_{n-1} \log_e \dfrac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \\ + I_1 \log_e \dfrac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \dfrac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \dfrac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \dfrac{1}{D_{1n}} \end{pmatrix} \times 2 \times 10^{-7}$$

多条導体のインダクタンス

- P→∞として導体1に鎖交する磁束ψ1(WbT/m)

$$\lim_{P\to\infty}\log_e\frac{D_{iP}}{D_{nP}}=\log_e 1=0$$

$$\psi_1=\left(I_1\log_e\frac{1}{r_1'}+I_2\log_e\frac{1}{D_{12}}+I_3\log_e\frac{1}{D_{13}}\cdots+I_n\log_e\frac{1}{D_{1n}}\right)\times 2\times 10^{-7}$$