電力システム解析論

第7回　送電線路のキャパシタンス1

平成21年11月20日

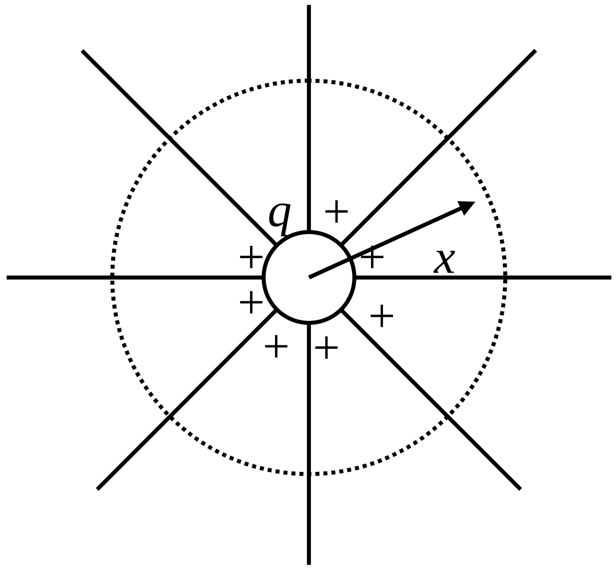
送電線路の静電容量
円柱導体の電界

- 一様媒体中の充分に長い真直ぐな円柱導体
  - 導体上に電荷が一様分布
  - 電束は放射状に伸びる
  - 円柱表面上の電位は同じ
  - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離xの位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

  - q:導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \varepsilon} \quad V/m$$

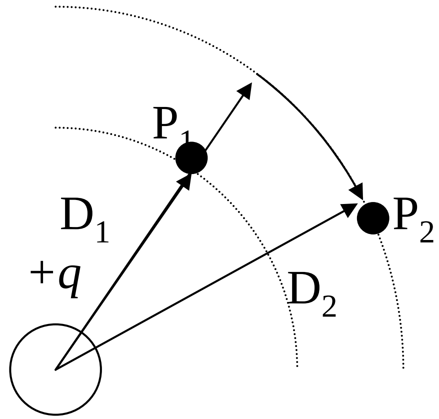


真空の誘電率 ε_0=8.85x10^{-12}F/m

ε :誘電率

送電線路の静電容量
電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷q C/mを持つ円柱導体
- 点P1,P2は各々導体の中心からD1,D2離れている
- P1,P2間の電位差



$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} e dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon} dx$$

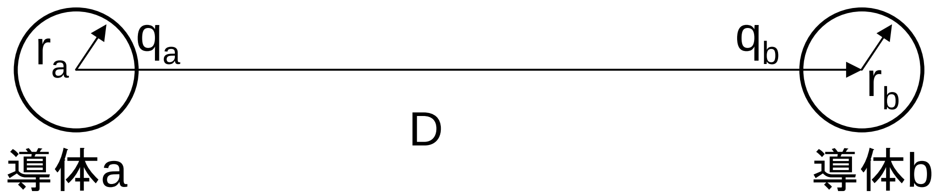
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \left[\log_e x \right]_{D_1}^{D_2}$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
  - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差
  - 導体a上の電荷qaによる電圧降下
  $$V_a = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a} \quad V$$
  - 導体b上の電荷qbによる電圧降下
  $$V_b = \frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D} \quad V$$
  - 重ね合わせ
  $$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D} \quad V$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合 $q_a = -q_b$

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D}{r_a} - \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{r_b}{D} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D^2}{r_a r_b} \quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{q_a}{\dfrac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e \dfrac{D^2}{r_a r_b}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D^2}{r_a r_b}} \quad F/m$$

- 導体径が等しい場合 $r_a = r_b = r$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D^2}{r^2}} = \frac{2\pi\varepsilon}{2\log_e \dfrac{D}{r}} = \frac{\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D}{r}} \quad F/m$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合

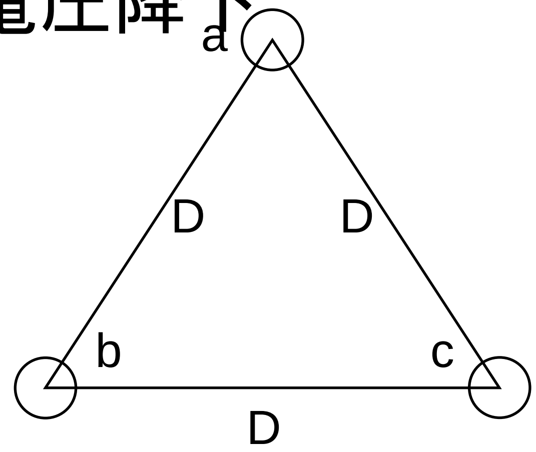
$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

- 周波数fにおけるリアクタンス(比誘電率ε_r=1)

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 導体半径r，導体間距離D
- 導体a,b上の電荷q_a,q_bによるab間の電圧降下



$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D}\right) \quad V$$

- 導体c上の電荷q_cによる電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるab間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D}\right) \quad V$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + [q_b + q_c]\log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

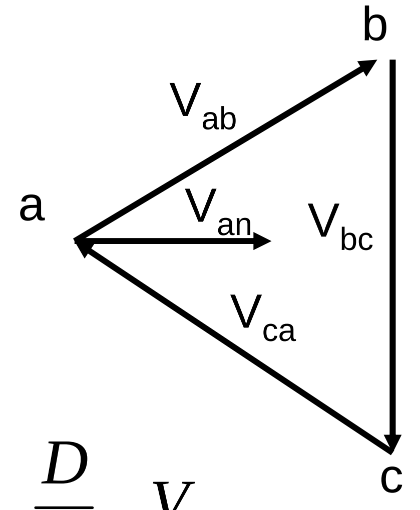
$$q_a = -q_b - q_c$$

- 三相平衡

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D}{r} \quad V$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧



$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an}e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an}\left(0.866 + j0.5\right)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an}e^{-j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an}\left(0.866 - j0.5\right)$$

$$V_{ab} + V_{ca} = 3V_{an} \qquad V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r} \quad V$$

- 中性点に対する静電容量

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

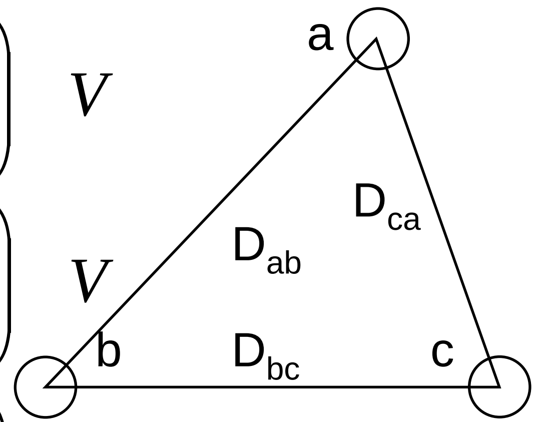
送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 導体半径r，導体間距離D_{ab},D_{bc},D_{ca}
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによる電圧降下

$$V_{ab}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{ab}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{ab}}+q_c\log_e\frac{D_{bc}}{D_{ca}}\right)\quad V$$

$$V_{bc}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{ca}}{D_{ab}}+q_b\log_e\frac{D_{bc}}{r}+q_c\log_e\frac{r}{D_{bc}}\right)\quad V$$

$$V_{ca}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{r}{D_{ca}}+q_b\log_e\frac{D_{ab}}{D_{bc}}+q_c\log_e\frac{D_{ca}}{r}\right)\quad V$$



送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
  - 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab} = \frac{1}{3}\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\begin{array}{l} q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ + q_a \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{bc}} \\ + q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \end{array} \right) \quad V$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}D_{ca}D_{ab}}{D_{ca}D_{ab}D_{bc}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V$$

  - 中性点に対する相電圧

$$V_{ab} + V_{bc} = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) + \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 三相平衡の場合 $q_a + q_b + q_c = 0$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + \left[q_b + q_c\right]\log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{3}{2\pi\varepsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

  – 静電容量 $C_n = \dfrac{q_a}{V_{an}} = \dfrac{2\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D_{eq}}{r}}$