電力システム解析論

第10回

系統計算

平成21年12月11日

対称座標法

- 対称座標の利点
  - インピーダンス行列の扱い
    - 送電線路の場合
      - 自己インダクタクス　$L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$
      - 相互インダクタンス　$L_{ab} \cong L_{ba} \cong L_{bc} \cong L_{cb} \cong L_{ca} \cong L_{ac}$
      - 相座標系でのインピーダンス行列

$$\dot{Z}_s \equiv \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc}$$

$$\dot{Z}_m \equiv \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \leftarrow \text{密}$$

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い
  - 相座標表現

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\ \dot{V}_b\\ \dot{V}_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac}\\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc}\\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m\\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m\\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix}$$

  - 対象座標表現

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\\ 1 & \alpha & \alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\ \dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m\\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m\\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\\ 1 & \alpha & \alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合
    - 送電線インピーダンスの対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \leftarrow \text{疎}$$

    - インピーダンスの対称座標成分は対角項のみ
    - 零相，正相，逆相が互いに干渉しない
    - アドミタンスでも同様

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases}$$

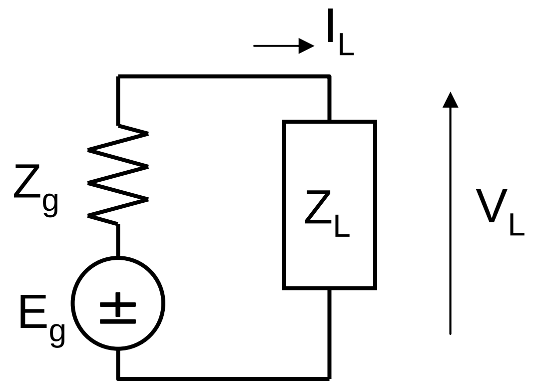
$$\dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

- 対称分の各相を独立に表現可能
  - 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$
  - 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$
  - 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$
    - » 送電線の回路が簡単に描ける

系統計算

- 系統の計算=回路計算
  - 起電力E_g,内部抵抗Z_g, 負荷電流I_L, 負荷電圧V_L

$$V_L = E_g - I_L Z_g$$

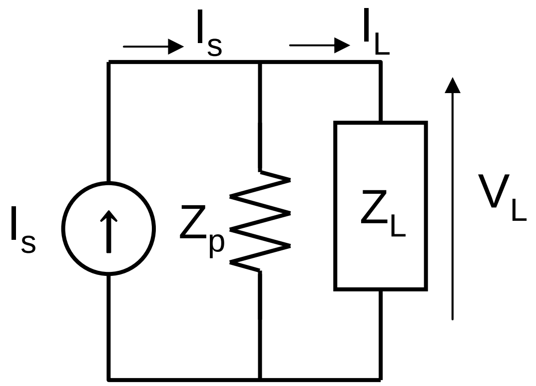


  - 電源の電圧源⇔電流源変換
    - 内部抵抗Z_p, 電流源I_g,

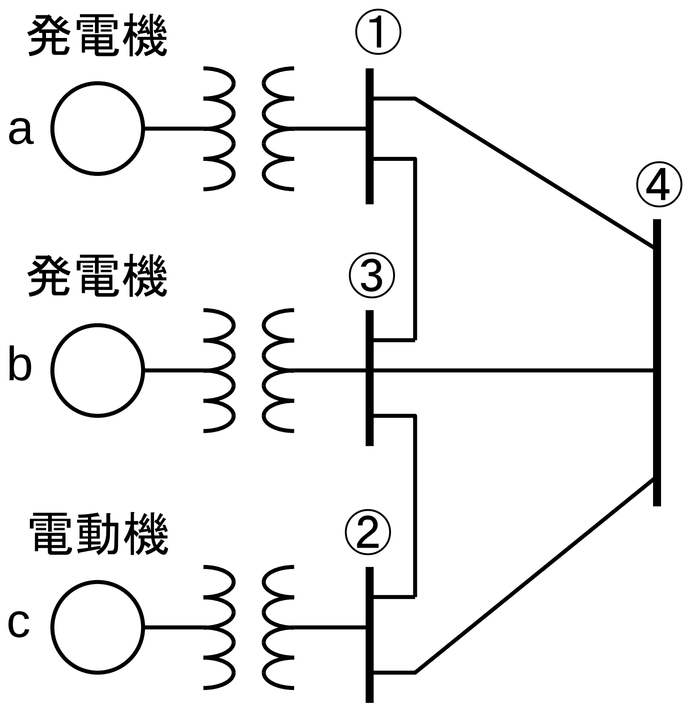
$$E_g = I_s Z_p \qquad Z_g = Z_p$$

  - 負荷電圧が等しければ電源及びインピーダンスは等価に表される

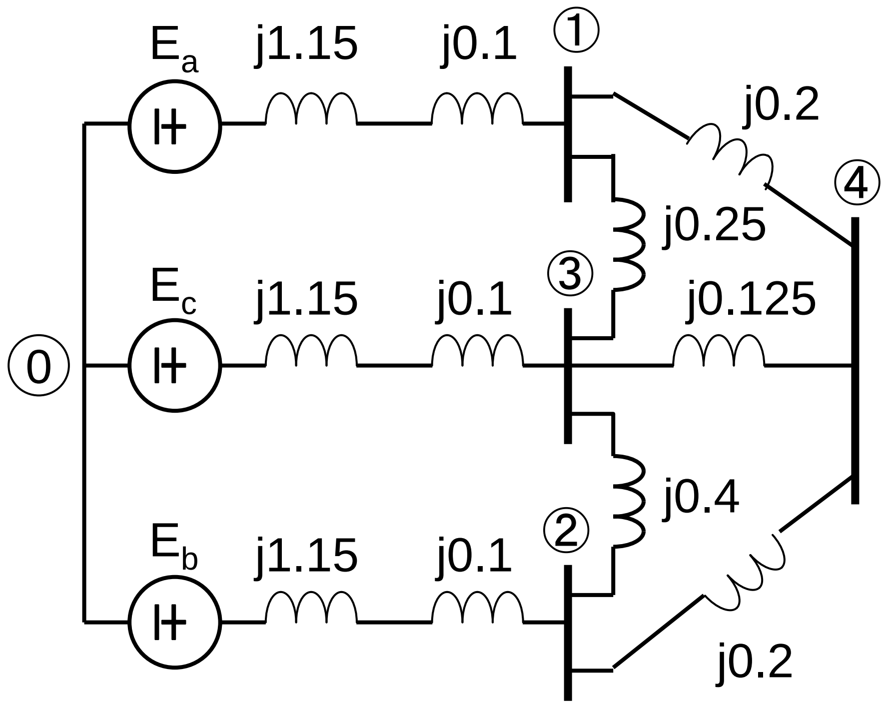
$$V_L = \left(I_s - I_L\right) Z_p = I_s Z_p - I_L Z_p$$



系統の節点方程式

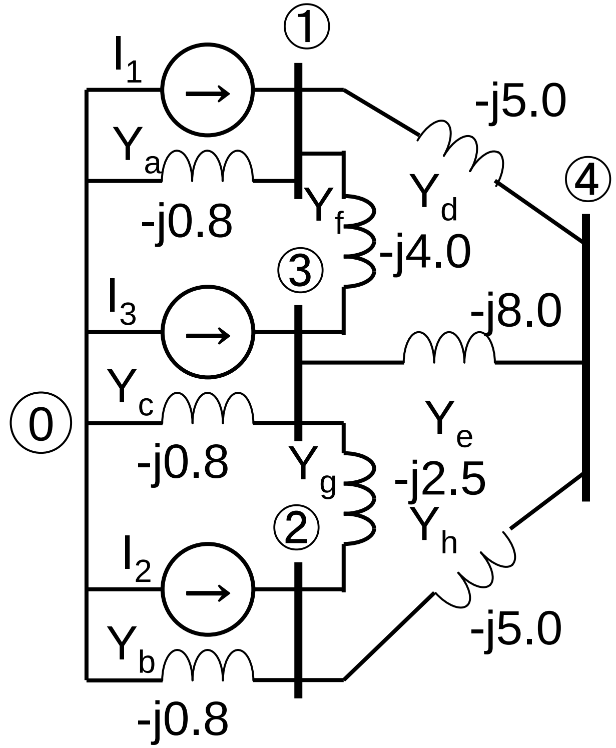


電力系統の単線結線図



電力系統のリアクタンス表現の結線図
(pu表示)

系統の節点方程式



電力系統のアドミタンス表現の結線図
(pu表示)

節点1のKCL

$$I_1 = V_1 Y_a + (V_1 - V_3) Y_f + (V_1 - V_4) Y_d$$

節点2のKCL

$$I_2 = V_2 Y_b + (V_2 - V_3) Y_g + (V_2 - V_4) Y_h$$

節点3のKCL

$$I_3 = V_3 Y_c + (V_3 - V_2) Y_g + (V_3 - V_1) Y_f + (V_3 - V_4) Y_e$$

節点4のKCL

$$0 = (V_4 - V_1) Y_d + (V_4 - V_2) Y_h + (V_4 - V_3) Y_e$$

系統の節点方程式

$$I_1 = (Y_a + Y_f + Y_d)V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$$
$$I_2 = (Y_b + Y_g + Y_h)V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$$
$$I_3 = -Y_f V_1 - Y_g V_2 + (Y_c + Y_e + Y_f + Y_g)V_3 - Y_e V_4$$
$$0 = -Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3 + (Y_d + Y_e + Y_h)V_4$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Y_{ii} 自己アドミタンス
その節点に接続された
アドミタンスの総和

Y_{ij} 相互アドミタンス(i≠j)
二節点間のアドミタンス
の負値

行列の分割

$$C = AB$$

$$A = \left[\begin{array}{cc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right] \qquad B = \left[\begin{array}{c} b_{11} \\ b_{21} \\ \hline b_{31} \end{array}\right]$$

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \quad J = b_{31}$$

$$F = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad G = a_{33}$$

$$A = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

行列の分割

$$C = AB = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} DH + EJ \\ FH + GJ \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$M = DH + EJ$$

$$N = FH + GJ$$

$$N = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} + a_{33} b_{31}$$

$$= a_{31} b_{11} + a_{32} b_{21} + a_{33} b_{31}$$

系統の縮約

$$I = Y_{bus}V$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_x \end{bmatrix}$$

$$I_A = KV_A + LV_x$$

$$I_x = L^T V_A + MV_x$$

I_x 要素が全て0の場合

$$I_x = 0 = L^T V_A + MV_x$$

$$V_x = -M^{-1} L^T V_A$$

$$\begin{aligned} I_A &= KV_A + LV_x \\ &= KV_A - LM^{-1} L^T V_A \end{aligned}$$

母線のインピーダンス行列とアドミタンス行列

- アドミタンス行列Y_{bus}とインピーダンス行列Z_{bus}の関係

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

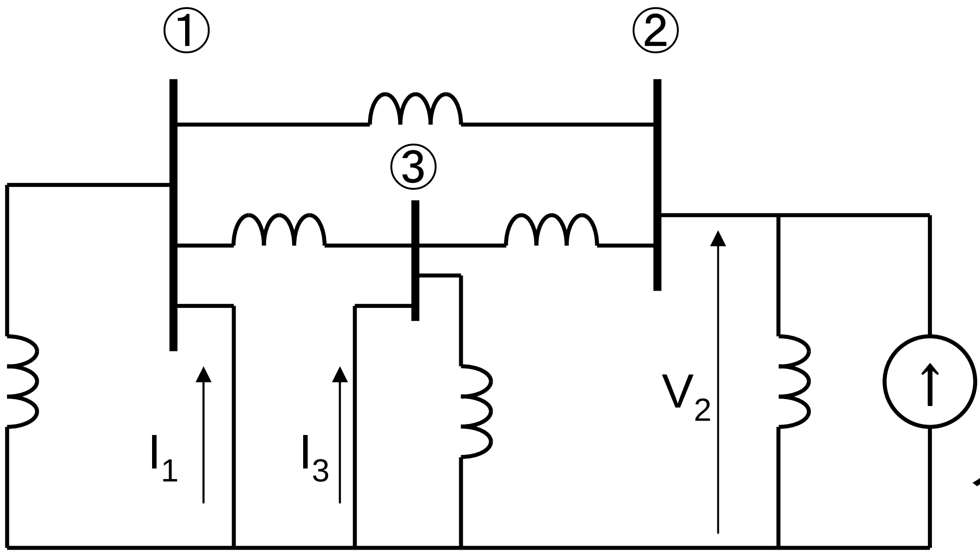
Z_{ii}　駆動点インピーダンス

Z_{ij}　伝達インピーダンス(i≠j)

アドミタンス行列Y_{bus}が対称なので
インピーダンス行列も対称

アドミタンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンスY_{22}，Y_{12}，Y_{32}決定用回路

$$I = Y_{bus} V$$

ノード②

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3$$

自己アドミタンスY_{22}は，
節点①，③を接地して求める

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=V_3=0}$$

ノード①

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3$$

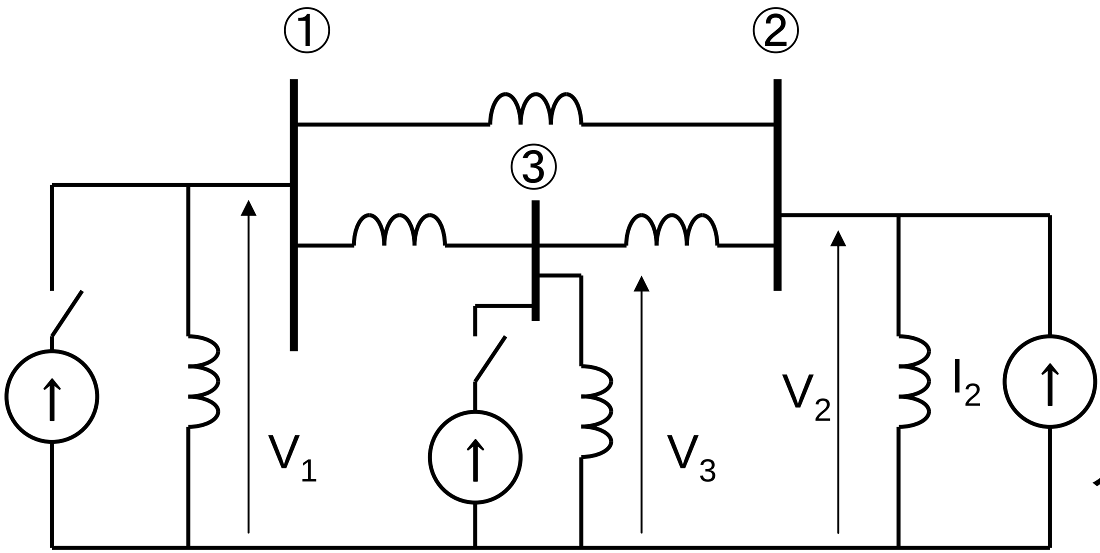
相互アドミタンスY_{12}は，
節点①，③を接地して求める

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=V_3=0}$$

インピーダンス行列の作り方

重ね合わせの理

$$V = Z_{bus} I$$



アドミタンスZ_{22}，Z_{12}は，Z_{32}決定用回路

ノード②

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_{23} I_3$$

駆動点インピーダンスZ_{22}は，節点①，③の電流源を開放して求める

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

ノード①

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3$$

伝達インピーダンスZ_{12}は，節点①，③の電流源を開放して求める

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 他の母線に繋がっていない母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hdashline V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & & & 0 \\ & Z_{bus} & & & 0 \\ & & & & \vdots \\ & & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & \cdots & Z_n \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hdashline I_p \end{bmatrix}$$

新しい母線pができても
他は変わらない

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線に繋がった母線の場合
    - 母線pを増設
    - 母線pは母線kに繋がる

$$V_{k(new)} = V_{k(orig)} + V_{k(new)} Z_{kk}$$

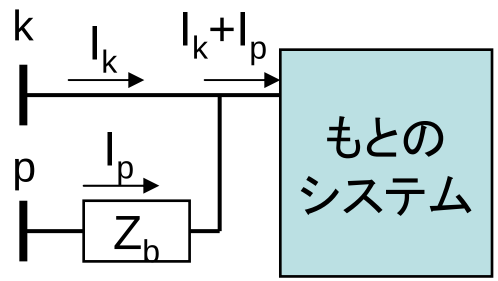
$$V_p = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk} + I_p Z_b$$

$$V_p = \underbrace{I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} \cdots I_n Z_{kn}}_{V_{k(orig)}} + I_p \left(Z_{kk} + Z_b \right)$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線に繋がった母線の場合

$$
\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & & & Z_{1k} \\ & Z_{orig} & & & Z_{2k} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{nk} \\ \hdashline Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk}+Z_b \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}
$$



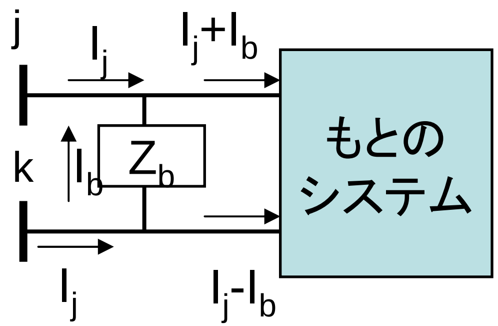
最後の行・列が変わる

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$V_1 = Z_{11}I_1 + \cdots + Z_{1j}\left(I_j + I_b\right) + Z_{1k}\left(I_k - I_b\right) + \cdots$$

$$= Z_{11}I_1 + \cdots + Z_{1j}I_j + Z_{1k}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{1j} - Z_{1k}\right)$$



同様に

$$V_j = Z_{j1}I_1 + \cdots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{jj} - Z_{jk}\right)$$

$$V_k = Z_{k1}I_1 + \cdots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{kj} - Z_{kk}\right)$$

インピーダンスに流れる電流と電位差の関係

$$V_k - V_j = I_b Z_b$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  – 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$
\begin{aligned}
0 &= I_b Z_b - V_k + V_j \\
&= I_b Z_b - \left[Z_{k1} I_1 + \cdots + Z_{kj} I_j + Z_{kk} I_k + \cdots + I_b \left(Z_{kj} - Z_{kk} \right) \right] \\
&\quad + \left[Z_{j1} I_1 + \cdots + Z_{jj} I_j + Z_{jk} I_k + \cdots + I_b \left(Z_{jj} - Z_{jk} \right) \right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 &= \left(Z_{j1} - Z_{k1} \right) I_1 + \cdots + \left(Z_{jj} - Z_{kj} \right) I_j + \left(Z_{jk} - Z_{kk} \right) I_k \\
&\quad + \left[\left(Z_{jj} - Z_{jk} \right) - \left(Z_{kj} - Z_{kk} \right) + Z_b \right] I_b \\
&= \left(Z_{j1} - Z_{k1} \right) I_1 + \cdots + \left(Z_{jj} - Z_{kj} \right) I_j + \left(Z_{jk} - Z_{kk} \right) I_k \\
&\quad + \left(Z_{jj} + Z_{kk} - 2 Z_{jk} + Z_b \right) I_b
\end{aligned}
$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$Z_{bb} = Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk} + Z_b$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_j \\ V_k \\ \vdots \\ V_n \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} & Z_{1j} - Z_{1k} \\ Z_{orig} & \vdots \\ & Z_{jj} - Z_{jk} \\ & Z_{kj} - Z_{kk} \\ & \vdots \\ & Z_{nj} - Z_{nk} \\ \hdashline Z_{j1} - Z_{k1} \quad \cdots \quad Z_{jk} - Z_{kk} & Z_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_b \end{bmatrix}$$