電力システム解析論

第13回　潮流計算2

平成22年1月29日

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力

$$P_k + jQ_k = \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} \overline{\dot{V}}_m \dot{V}_k$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} \left(e_m - jf_m\right)\left(e_k + jf_k\right)$$

  - スラック母線1→電圧，位相角指定
  - 発電機母線→P,V指定(Pgs,Vgs)
  - 負荷母線→P,Q指定(Pls,Qls)

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- 繰返し計算n回目で得られた母線電圧の値

$$e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}$$

- 各母線の有効・無効電力,母線電圧の計算値と設定値の差
  - 発電機母線
    - g=2,3,・・・,h
  - 負荷母線
    - l=h+1,・・・,N

$$\begin{cases} \Delta P_g^{\ n} = P_{gs} - P_g\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \\ \Delta\left|V_g^{\ n}\right|^2 = V_{gs}^{\ 2} - \left\{\left(e_g^{\ n}\right)^2 + \left(f_g^{\ n}\right)^2\right\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta P_l^{n} = P_{ls} - P_l\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \\ \Delta Q_l^{\ n} = Q_{ls} - Q_l\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標3

ヤコビアン

- 修正方程式

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_g{}^n \\ \cdots \\ \Delta \left| V_g{}^n \right|^2 \\ \cdots \\ \Delta P_l{}^n \\ \cdots \\ \Delta Q_l{}^n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\dfrac{\partial P_g}{\partial e_2} & \dfrac{\partial P_g}{\partial f_2} & \cdots & \dfrac{\partial P_g}{\partial e_N} & \dfrac{\partial P_g}{\partial f_N} \\
\dfrac{\partial V_g{}^2}{\partial e_2} & \dfrac{\partial V_g{}^2}{\partial f_2} & \cdots & \dfrac{\partial V_g{}^2}{\partial e_N} & \dfrac{\partial V_g{}^2}{\partial f_N} \\
& & & & \\
\dfrac{\partial P_l}{\partial e_2} & \dfrac{\partial P_l}{\partial f_2} & & \dfrac{\partial P_l}{\partial e_N} & \dfrac{\partial P_l}{\partial f_N} \\
\dfrac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \dfrac{\partial Q_l}{\partial f_2} & & \dfrac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \dfrac{\partial Q_l}{\partial f_N}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta e_2{}^n \\ \Delta f_2{}^n \\ \cdots \\ \Delta e_N{}^n \\ \Delta f_N{}^n \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k{}^{n+1} = e_k{}^n + \Delta e_k{}^n \\ f_k{}^{n+1} = f_k{}^n + \Delta f_k{}^n \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}\left(k, m = 1,2,\cdots,N\right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\dot{I}_k = a_k + jb_k = \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km} \dot{V}_m = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} + jB_{km} \right) \left(e_m + jf_m \right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m - B_{km} f_m \right) + j \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} f_m + B_{km} e_m \right)$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^{\ 2} = e_k^{\ 2} + f_k^{\ 2}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$
\begin{aligned}
P_k &= e_k a_k + b_k f_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k \right)
\end{aligned}
$$

- 母線kから流出する無効電力

$$
\begin{aligned}
Q_k &= f_k a_k - e_k b_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \left(-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k \right)
\end{aligned}
$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_k{}^n + B_{ki} f_k{}^n\right)$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-B_{ki}e_k{}^n + G_{ki} f_k{}^n\right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i^{\ n}e_k^{\ n} - B_{ki}e_k^{\ n}f_i^{\ n} + G_{ki}f_i^{\ n}f_k^{\ n} + B_{ki}e_i^{\ n}f_k^{\ n}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-B_{ki}e_k^{\ n} + G_{ki}f_k^{\ n}\right) = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k^{\ n}f_i^{\ n} - B_{ki}e_k^{\ n}e_i^{\ n} + G_{ki}e_i^{\ n}f_k^{\ n} - B_{ki}f_i^{\ n}f_k^{\ n}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k^{\ n} - B_{ki}f_k^{\ n}\right) = -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) + G_{kk}e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n + G_{kk}e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki} f_i{}^n - B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki} f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki} f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) - B_{kk}e_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n$$

$$= b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n - 2b_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) - G_{kk}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n - G_{kk}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n$$

$$= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial V_k^{\ 2}}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\left(e_k^{\ 2^n} + f_k^{\ 2^n}\right) = 2e_k^{\ n}$$

$$\left(\frac{\partial V_k^{\ 2}}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\left(e_k^{\ 2^n} + f_k^{\ 2^n}\right) = 2f_k^{\ n}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k{}^N = e_k{}^N + jf_k{}^N \qquad k = 2,3,\cdots,n$$

- N+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned}\dot{V}_k{}^{N+1} &= e_k{}^{N+1} + jf_k{}^{N+1} \\ &= e_k{}^N + \Delta e_k{}^N + j\left(f_k{}^N + \Delta f_k{}^N\right)\end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g{}^{N+1}, \left|\Delta V_g{}^{N+1}\right|, \Delta P_l{}^{N+1}, \Delta Q_l{}^{N+1}$$

ニュートンラフソン法の適用 極座標１

- 電圧・アドミタンス

$$\begin{cases} V_k = |V_k| \angle \delta_k \\ V_n = |V_n| \angle \delta_n \end{cases} \qquad Y_{kn} = |Y_{kn}| \angle \theta_{kn}$$

- 電力の極座標表現

$$P_k - jQ_k = \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \angle \theta_{kn} + \delta_n - \delta_k$$

$$\begin{cases} P_k = \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \\ Q_k = -\sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \sin(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用 極座標2

- 修正方程式
  - 指定値P_k,Q_kと計算値$P_{k,calc}$,$Q_{k,calc}$の誤差 ΔP_k, ΔQ_k

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \cdots \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\
\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\
 & & & & \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\
\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \cdots \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標3

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial}{\partial \delta_l} \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k)$$

  – 非対角項l≠k

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_l} = |V_k V_l Y_{kl}| \sin(\theta_{kl} + \delta_l - \delta_k)$$

  – 対角項l=k

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \sin(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k)$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標4

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial}{\partial \delta_l} - \sum_{n=1}^{N} \left| V_k V_n Y_{kn} \right| \sin\left(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k\right)$$

  - 非対角項l≠k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_l} = \left| V_k V_l Y_{kl} \right| \cos\left(\theta_{kl} + \delta_l - \delta_k\right)$$

  - 対角項l=k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} \left| V_k V_n Y_{kn} \right| \cos\left(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k\right)$$

ニュートンラフソン法の適用 極座標 5

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial P_k}{\partial |V_l|} = \frac{\partial}{\partial |V_l|} \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k)$$

– 非対角項l≠k

$$\frac{\partial P_k}{\partial |V_l|} = |V_k Y_{kl}| \cos(\theta_{kl} + \delta_l - \delta_k)$$

– 対角項l=k

$$\frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} |V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) + 2|V_k Y_{kk}| \cos\theta_{kk}$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標6

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial Q_k}{\partial |V_l|} = \frac{\partial}{\partial |V_l|} - \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \sin(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k)$$

– 非対角項l≠k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial |V_l|} = -|V_k Y_{kl}| \sin(\theta_{kl} + \delta_l - \delta_k)$$

– 対角項l=k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial |V_l|} = -\sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} |V_n Y_{kn}| \sin(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) - 2|V_n Y_{kn}| \sin \theta_{kn}$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標7

- 潮流計算へのニュートンラフソン法の適用
  - PV指定母線
    - 電圧は与えられているので求める必要が無い
      - 位相角のみ求める
        - » 位相角の収束計算は不要
- 極座標表示と直交座標表示
  - 極座標表示では，P_kとδ_k，Q_kと$|V_k|$の関係が明示的に現れる