

エネルギー管理研修

電気の基礎

3. 電気計測

大阪大学 大学院 舟木 剛

平成21年12月14日

13:20～14:40

3.1 電気計測概説

3.1.1 測定

- 測定の種類
 - － 直接測定
 - 電圧・電流等を指示計器から直接読み取る
 - － 間接測定
 - 測定量から間接的に求める方法（抵抗値＝電圧/電流など）
- 測定方法
 - － 偏位法
 - 指示計器の指針の振れに変換して読む（アナログメータ）
 - － 零位法
 - 同種の標準量と平衡させて、針が零を指すように測定（ブリッジ）
 - － 補償法
 - 測定量から一定量を差し引いて測定

3.1 電気計測概説

3.1.1 測定

- 測定値

- 平均値

- 瞬時値の半周期平均値

$$I_m = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I \sin \omega t dt = \frac{2I}{T} \left[-\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{T/2} = \frac{2I}{\pi}$$

- 二乗平均値

- 瞬時値の二乗の一周期平均値

$$\begin{aligned} I_{ms} &= \frac{1}{T} \int_0^T (I \sin \omega t)^2 dt = \int_0^T \frac{I^2}{2} (1 - \cos 2\omega t) dt \\ &= \frac{I^2}{2T} \left[t + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^T = \frac{I^2}{2} \end{aligned}$$

3.1 電気計測概説

3.1.1 測定

- 測定値

- 実効値

- 瞬時値の二乗の一周期分平均(2乗平均値)の平方根

$$I_{rms} = \sqrt{I_{ms}} = \sqrt{\frac{I^2}{2}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

- 波高値

- 瞬時値の最大値－最小値(の絶対値)
(peak to peak)

$$I_{pp} = I_{\max} - I_{\min} = I - (-I) = 2I$$

3.1 電気計測概説

3.1.2 実用電気単位

- SI単位系
 - 電流A(アンペア)
 - 1 m離れた2本の導体に, 1 m当たり 2×10^{-7} Nの力を及ぼす電流を1 A
 - 電力W(ワット)
 - 仕事率 $1W = 1 \text{ J/sec}$
 - 電圧V(ボルト)
 - 1 A流したとき, 1 W消費されるとき電圧1 V
 - 抵抗 Ω (オーム)
 - 1 A流したとき, 電圧降下1 Vとなる時1 Ω
 - 電荷C(クーロン)
 - 1 Aの電流が一秒間に運ぶ電荷量1 C
 - 静電容量F(ファラッド)
 - 1 C充電したとき, 1Vとなる静電容量を1 F
 - インダクタンスH(ヘンリー)
 - 1 A/sで変化する電流に対して, 1 V生じるインダクタンスを1 H
 - 磁束Wb(ウェーバー)
 - 一回巻の閉回路に, 一秒の変化で1 Vが生じる磁束 1 Wb

3.1 電気計測概説

3.1.3 電気標準

- 絶対測定
 - 単位の定義に従って測定したもの
 - これから基礎標準が求まる
- 電気標準器
 - 基礎標準を安定に維持するもの
 - 電気計測器の構成に用いる
 - 電圧標準器: カドミウム標準電池・ツェナーダイオード
 - 標準抵抗器: マンガニン(Cu-Mn-Ni)巻線抵抗
 - 標準リアクタンス: 溶融石英コンデンサ, 空気コンデンサetc
 - 交流(電圧・電流)は実効値と直流標準を比較して校正

3.1 電気計測概説

3.1.4 測定の誤差

- 測定値は必ずしも真値とならない
- 測定を何度か繰り返し、平均値を真値とする
 - － 誤差
 - 測定値と真値の差
 - － 誤差率
 - 真値に対する誤差の比率

3.1 電気計測概説

3.1.4 測定の誤差

－ 誤差の種類

- 過失誤差

- － 読み取り誤差等 ← 測定者の過失
- － 原因究明・対策による補正可能

- 系統誤差

- － 器差, 環境変化, 測定法 ← 器具, 温度等により発生
- － 原因究明・対策による補正可能

- 偶然誤差

- － 原因不明
- － 測定毎に異なる値
- » 正規分布でばらつく

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x - X_m}{2\sigma^2}\right)$$

測定値 x , 測定の平均値 X_m , ばらつきの程度 $f(x)$, 標準偏差 σ

3.1 電気計測概説

3.1.4 測定の誤差

- 測定の平均値

$$X_m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- 標準偏差
 - 平均2乗誤差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - X_m)^2}{n}}$$

- 測定の精度
 - 正確さ
 - 測定値と真値の差
 - 再現性
 - ばらつきの度合いを%で表したもの

3.1 電気計測概説

3.1.4 測定の誤差

- 測定装置の性能
 - － 器差
 - 計器の指示値－真値
 - 計測器の精度を表す指標(%表示)
 - － 感度
 - 指示量の変化分／測定量の変化分
 - － 分解能
 - 検出可能な出力変化を与える入力の最小値

3.1 電気計測概説

3.1.4 測定の誤差

- 正規分布
 - 標準正規分布

$$z = \frac{x - x_m}{\sigma}$$

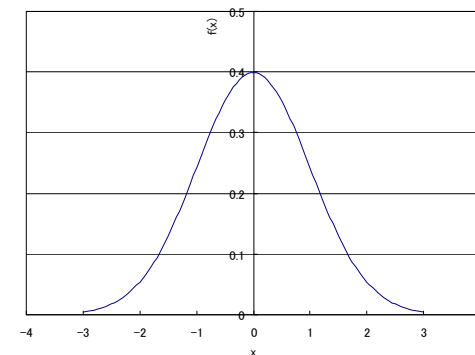
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

- 累積密度で確率求める

$$\phi(z) = \int_0^z f(z) dz$$

- 平均値を中心として

- » $\pm 1\sigma \rightarrow 68.2\%$ の確率
- » $\pm 2\sigma \rightarrow 95.44\%$ の確率
- » $\pm 3\sigma \rightarrow 99.74\%$ の確率



3.1 電気計測概説

3.1.5 計器の精度と許容誤差

- 計器の精度
 - － 許容誤差
 - 器差(=計器の指示-基準入力)の%値
 - 5階級に分類
 - － 測定誤差の低減法
 - 基底値(定格値)に近い範囲で測定
 - － 誤差の絶対値は, 許容誤差×定格で決まるため
 - － 温度変化が器差に与える影響
 - 可動コイルの電気抵抗 r
 - － 正の温度係数
 - － 温度が上がると抵抗増加
 - 温度補償
 - － 温度係数極小のマンガニン線(高抵抗 R_c)を直列接続
 - » 合成抵抗($r+R_c$)の温度係数が小さくなる
 - － 温度係数が負のサーミスタで, 温度係数を相殺する

3.1 電気計測概説

3.1.5 計器の精度と許容誤差

計器の階級と許容誤差

階級	基底値に対する許容誤差[%]	主な用途
0.2級	±0.2%	副標準器:校正用基準器, 高精密測定
0.5級	±0.5%	精密測定:一般の測定(精密)
1.0級	±1.0%	通常の測定:簡易測定(携帯形機器)
1.5級	±1.5%	工業計器:配電盤等のパネル用計器
2.5級	±2.5%	概略値測定

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 可動コイル形

- 電圧・電流の測定に用いる

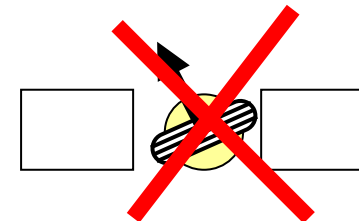
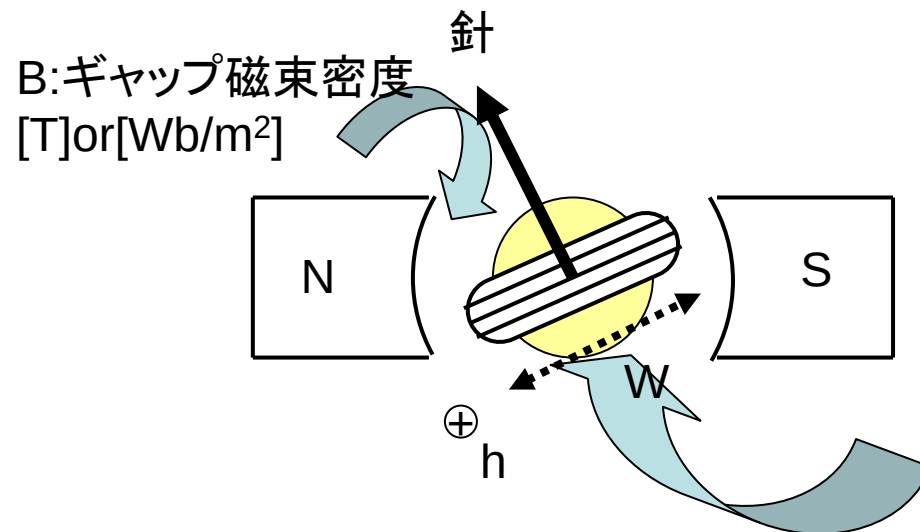
- 数 $\mu\text{A} \sim 100\text{A}$, $10\text{mV} \sim 1\text{kV}$

- 永久磁石の界磁とコイルに流れる電流の相互作用

- フレミングの左手の法則

- コイルの駆動トルク T_D

$$T_D = BNwhI \quad [N \cdot m]$$



$$T_D = BNwhI \cos \theta$$

コイル→w:幅[m],h:高さ[m],N:巻数 [回]

I:電流 [A]

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 可動コイル形

- 渦巻きバネの制動トルク T_C

$$T_C = k\theta \quad [N \cdot m]$$

θ :回転角[rad], k :比例定数[Nm/rad]

- 両トルクが釣り合う所で止まる

$$T_C = k\theta = T_D = BNwhI$$

- 回転角

$$\theta = BNwhI/k = KI \quad [rad] \quad K:感度係数$$

- コイルに流れる電流に比例

- コイルの抵抗が小さい

- 高抵抗を直列に入れて電圧計

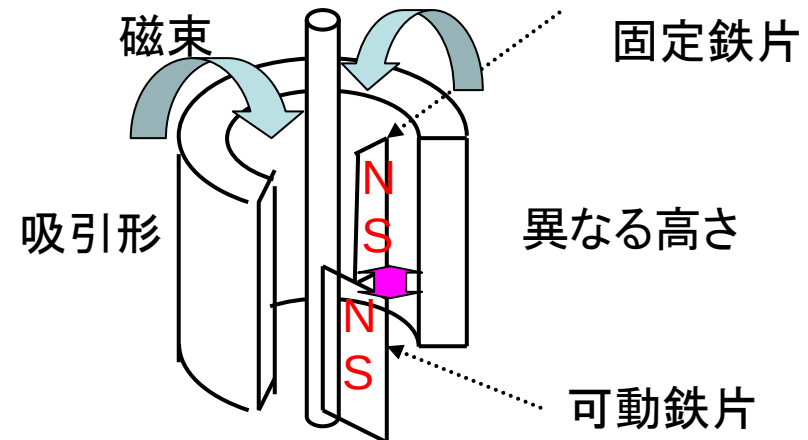
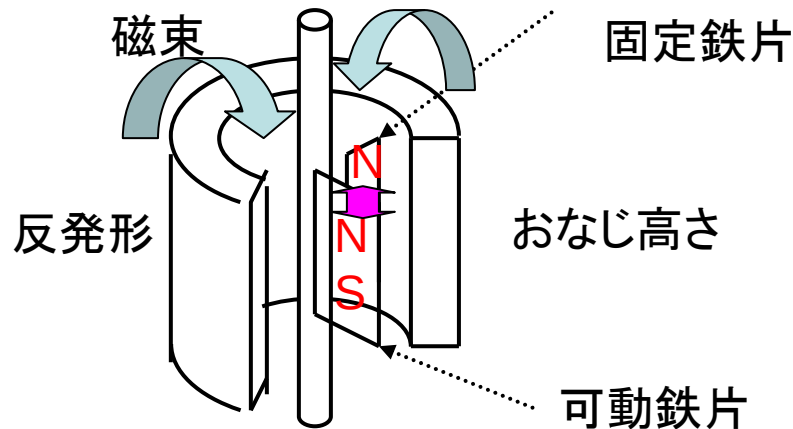
- 分流器を並列に入れて電流計

- 数kA, 数十kVまで測定範囲の拡大可能

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 可動鉄片形
 - 500Hz程度以下の交流電圧・電流測定用
 - 10mA～100A, 10V～1kV
 - 磁化された鉄片間の吸引・反発力を利用
 - 反発形・吸引形・吸引反発形がある
 - 固定コイルに測定電流を流し, 発生した磁界で固定鉄片と可動鉄片を同時に磁化する
 - 両鉄片は同じ向きに磁化されるので, 同じ高さに配置すると反発, ずらして配置すると吸引する



3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 可動鉄片形

- 駆動トルク T_D

- 電流 I の二乗と、可動鉄片と固定鉄片の角度差（振れ角） θ による関数 $f(\theta)$ の積 $I^2 f(\theta)$ に比例

- 磁化の強さは電流に比例

- 吸引・反発力は両鉄片の磁化の強さの積に比例

- » 指針を動かすトルク τ は固定コイル電流の二乗の時間平均に比例

$$\tau = k \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt \quad [N \cdot m]$$

$$T_C = k_C \theta \quad [N \cdot m]$$

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 電流力計形

- 1kHz以下交流・直流, 電流, 電圧・電力測定

- 10mA~20A, 1V~1kV

- 固定コイル(FC)と可動コイル(MC)で構成される

- 駆動トルク $\tau_d = k I_F I_M \cos(\alpha - \theta)$

I_F 固定コイル電流, I_M 可動コイル電流,

- 固定コイルと可動コイルを直列接続すると, トルクは電流の2乗に比例

$$I_f = i_f \sin(\omega t - \phi)$$

- 固定コイル電流

- 可動コイル電圧

$$V_m = v_m \sin \omega t$$

→ 電流 I_M に比例,

- I_f と i_m の積に比例, 即ち負荷の平均電力に駆動トルクは比例

$$P = V_m I_m \sin(\omega t - \phi) \sin \omega t = \frac{V_m I_m}{2} \{ \cos \phi - \cos(2\omega t - \phi) \}$$

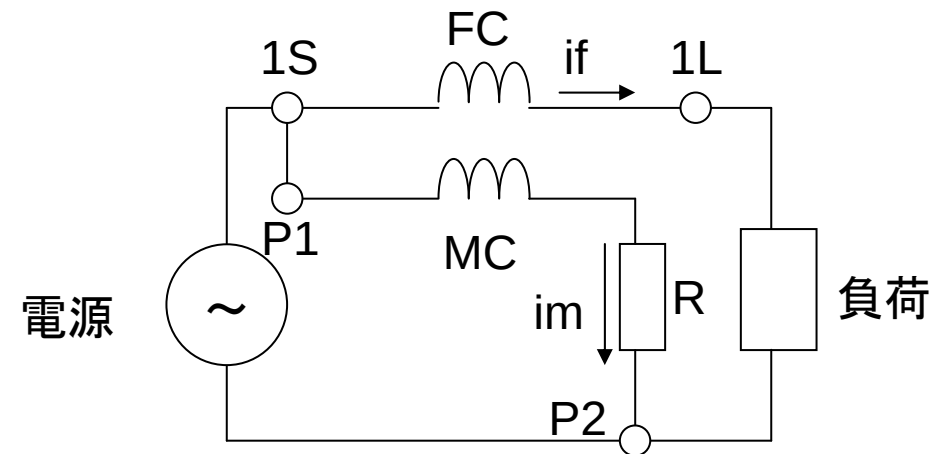
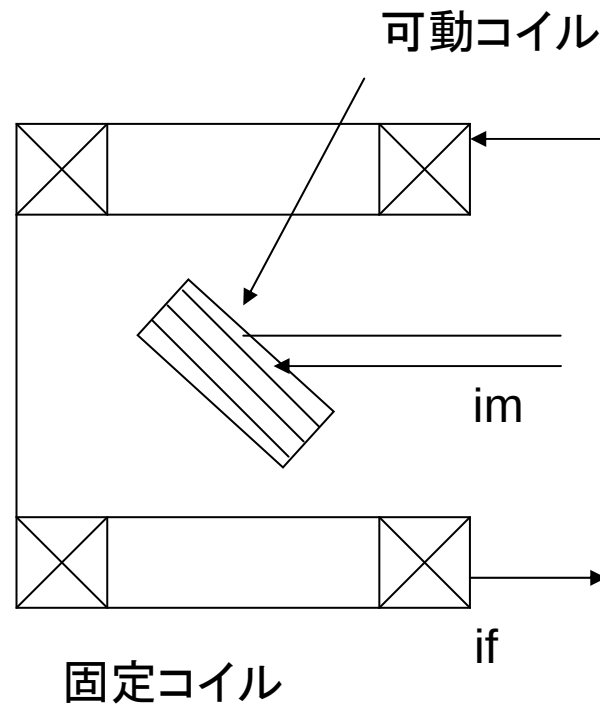
$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \phi \quad (\text{直流成分})$$

ϕ : 力率角

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 電流力計形

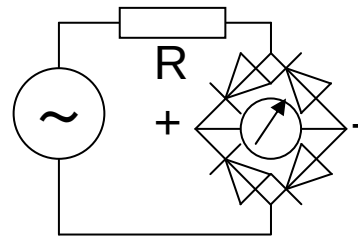


電力計

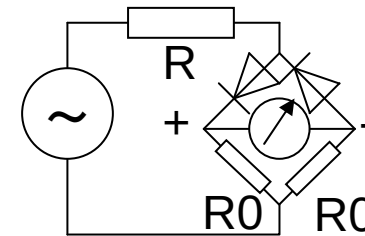
3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 熱電形
 - 100MHz以下の交流・直流，電流・電圧
 - 測定電流を熱線に流し，熱線の温度上昇を熱電対と可動コイル形計器で測定。
 - 熱量は電流の二乗に比例→実効値の二乗に比例
- 整流形
 - 10～1MHz, $100\mu \sim 0.1\text{A}$, 1～1kV
 - 整流器を内蔵した可動コイル形計器
 - 整流された脈流波形の平均値を指示。正弦波で校正して実効値で目盛る
 - 歪波では誤差大



電気計測



3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 誘導形
 - 10～500Hz, 交流電流, 電圧, 電力量, 0.1～100A, 1～100V
 - 交流電流・電圧・電力量を測る
 - 移動磁界・回転磁界及びそれが誘導する渦電流の相互作用
 - 回転磁界形
 - 二つのコイルに, 測定電圧と同相と $\pi/2$ 位相が遅れた電流を流す→両コイルが回転磁界を形成
 - 回転磁界が回転子に渦電流を流し, トルクを発生→回転
 - 駆動トルクは V^2 に比例→実効値を示す
 - 励磁コイルに測定電流を流すと, くまとりコイルの付いた極の磁束は $30\sim 60^\circ$ 遅れるようにして移動磁界を作る。

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 誘導形
 - 積算電力計
 - 電圧コイル
 - » 巻数大(L大) 負荷電圧に比例した磁束 ϕ_B
 - » 電圧に対して90° 位相が遅れる
 - 電流コイル
 - » 巻数小(L小) 負荷電流に比例した磁束 ϕ_I
 - » 電流と同相
 - 電流コイルから電圧コイルの磁束方向に移動磁界が発生

$$\phi_B \Rightarrow \phi_I \Rightarrow -\phi_I$$

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 誘導形

- 積算電力計

- 回転トルク

$$\tau_1 = K_1 EI \cos \phi \quad E: \text{電圧}, I: \text{電流}, \phi: \text{位相差}$$

- 制動トルク

$$\tau_2 = K_2 n B \quad B: \text{制動磁石の磁束}, n: \text{回転速度}$$

- 回転子は、回転トルク・制動トルクが平衡する回転速度で回転

$$\tau_1 = K_1 EI \cos \phi = \tau_2 = K_2 n B$$

$$n = \frac{K_1}{K_2 B} EI \cos \phi = K_c P$$

- 回転速度nは負荷電力Pに比例

- 時間tの回転子の回転数N=ntよりN=KcPt

- 回転数を数えることで、消費電力量が求まる。

3.2 計測機器

3.2.1 アナログ計器

- 静電形

- 100kHz以下の交流・直流電圧, 1～100V
- 二つの帯電された電極間に働く静電力を利用(コンデンサ)

- 一方の電極板を固定, 他方の電極板を可動としてバネと指針をつける
- 蓄えられる静電エネルギー

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$

C:電極間の静電容量, V:測定電圧

- 電極間に働く吸引力

$$F = K_s \frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} K_s V^2 \frac{dC}{dx}$$

電圧の二乗に比例する

3.2 計測機器

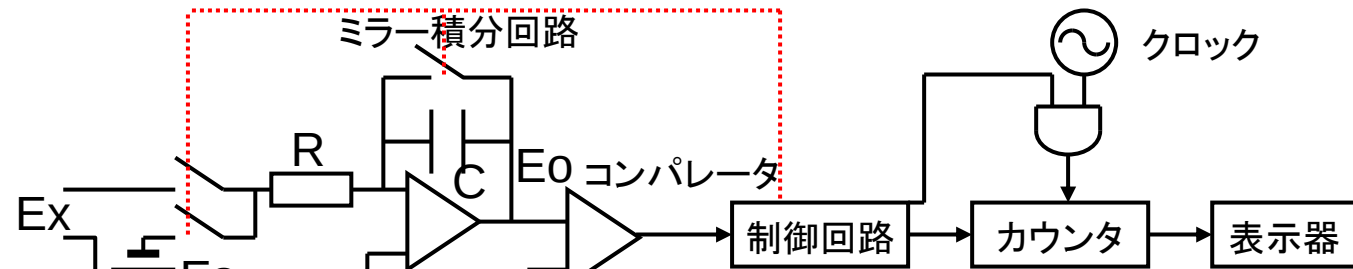
3.2.2 デジタル計器

- デジタルマルチメータ, デジタルテスタ等
- 機器構成
 - AD変換器
 - 2重積分形
 - ノイズに強い
 - 変換速度は低速
 - 入力増幅器
 - 分圧器
 - 各種トランスデューサ

3.2 計測機器

3.2.2 デジタル計器

• 二重積分形AD変換器

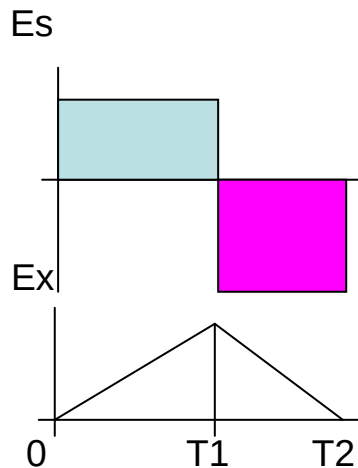


- 入力Exを一定時間(T1)積分する
- Exの逆極性の基準電圧Esを積分。積分器出力電圧が零になるまでの時間(T2)をコンパレータで検出

$$\frac{1}{CR} \int_{t_0}^{t_1} E_X dt + \frac{1}{CR} \int_{t_1}^{t_2} (-E_s) dt = \frac{1}{CR} (E_X T_1 - E_s T_2) = 0$$

- T2よりExが求まる。周波数fのクロックパルスTで、T2期間カウントしたnを用いる

$$E_X = E_s \frac{T_2}{T_1} = \frac{E_s}{T} \frac{n}{f} = k_C n$$



3.2 計測機器

3.2.3 記録計器

- 測定値を紙に記録する
 - － 直動式
 - 測定信号でペンを動かす
 - － 自動平衡式
 - 別電源からエネルギーを供給。
 - 入力と帰還信号が等しくなるようにサーボモータでペンを駆動
 - 高精度
 - － 記録紙
 - 感熱紙
 - 放電記録紙等
 - 円形
 - 帯状
 - － 記録機構
 - 連続記録
 - 打点記録
 - 最近はペーパーレス(液晶表示等)もあり

3.2 計測機器

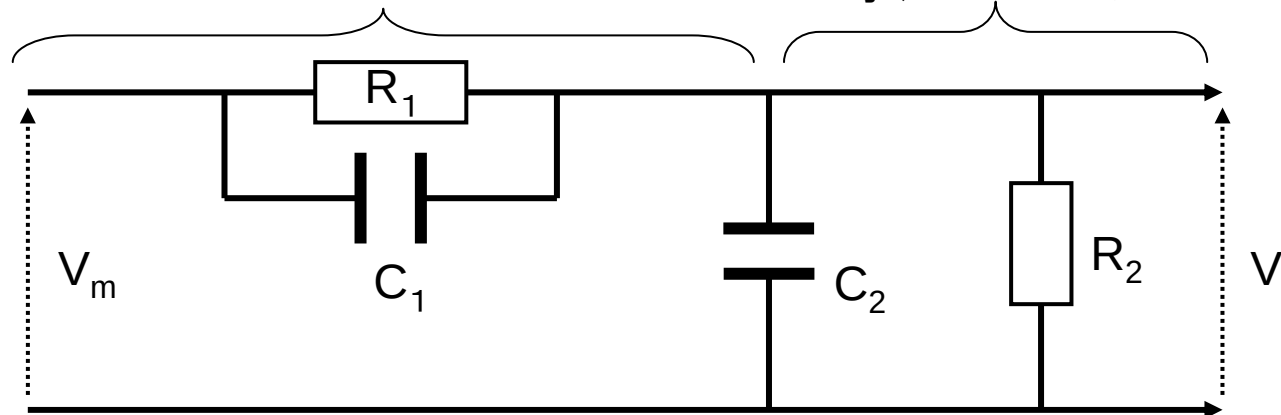
3.2.4 オシロスコープ

- 電圧(電流)の波形をブラウン管(CRT, Cathode Ray Tube陰極線管)に投影して, 水平軸に時間・垂直軸に振幅を描く
 - 波形・周波数・位相が見られる
- 入力信号に管面の時間を同期させることからシンクロスコープと呼ぶ
- X軸に時間信号の代わりに, 別の信号を入れると垂直軸信号との合成波形が得られる
 - リサージュ図形。X-y位相面図が描ける。
- ストレージオシロスコープ
 - 波形観測が難しい場合に使用
 - 繰り返し周波数が数Hz以下の遅い現象
 - 一回限りの早い現象
 - 古くは管面に長い間像が残るアナログ方式
 - AD変換し, メモリ上に記録するデジタル方式
- サンプリングオシロスコープ
 - 信号の周波数が高い場合(500MHz以上,10GHz程度まで)に用いる
 - 入力信号の周期Tからずれた周期 $T + \Delta T$ でサンプルし蓄積して表示

3.2 計測機器

3.2.4 オシロスコープ

- 測定用高インピーダンスプローブ等価回路
 - R_1, C_1 : プローブのインピーダンス
 - R_2, C_2 : オシロスコープの入ラインピーダンス + 調整インピーダンス + ケーブルインピーダンス
- 周波数による測定波形への影響を除去
 - プローブ
 - オシロスコープ



3.3 測定法

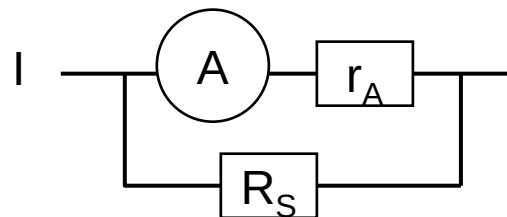
3.3.1 電圧・電流の測定

- 直流電流・電圧

- 可動コイル計器を用いる

- 大電流測定

- 分流抵抗 R_S を用いる(電流計の内部抵抗 R_A)

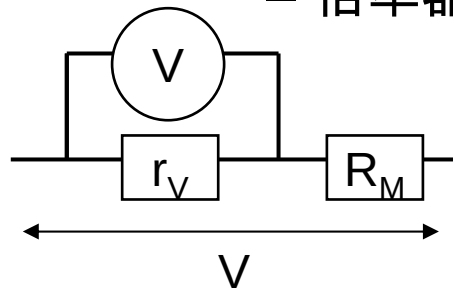


$$I = \frac{r_A + R_S}{R_S} I_A = m_A I_A$$

m_A は電流計の倍率

- 高電圧測定

- 倍率器(分圧抵抗) R_M を用いる(内部抵抗 R_V)



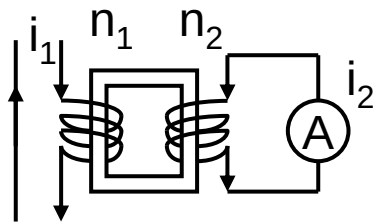
$$V = \frac{r_V + R_M}{r_V} V_V = m_V V$$

m_V は電圧計の倍率

3.3 測定法

3.3.1 電圧・電流の測定

- 交流電流・電圧の測定
 - 交流電圧・電流計は通常実効値で表す
 - 高電圧・大電流の計測
 - 積層鉄心を持つ計器用変成器を用いる
 - 変流器(CT)
 - 直列接続
 - 一次側に電流が流れている状態で二次側を開放すると, 磁束増加による温度上昇・二次端子に高電圧発生
 - 巻線比($n_1:n_2$)で測定範囲が拡大



$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} i_2$$

i_1 : 測定電流, i_2 : 指示電流,
 n_1 : 一次巻線数, n_2 : 二次巻線数

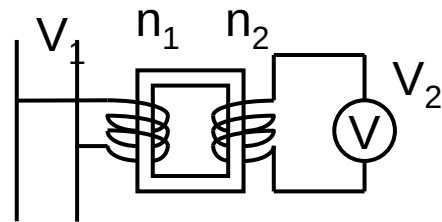
3.3 測定法

3.3.1 電圧・電流の測定

- 交流電流・電圧

- 計器用変成器(PT)

- 並列接続
 - 巻線比($n_1:n_2$)で測定範囲が拡大



$$V_1 = \frac{n_1}{n_2} V_2$$

V_1 :測定電圧, V_2 :指示電圧,
 n_1 :一次巻線数, n_2 :二次巻線数

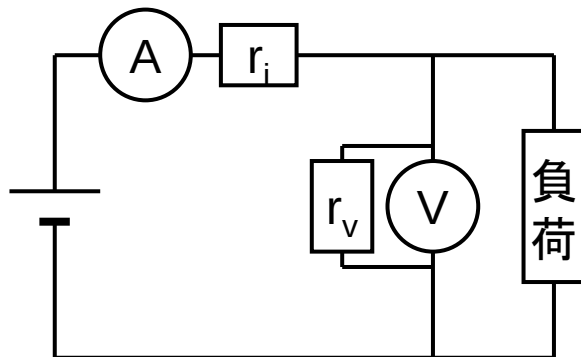
- 変流器の使用時は, 変流比の誤差及び位相角の比誤差を補正する必要有
 - 巻数の多い方の巻数を1%程度巻き戻して補正
- クランプ式電流計
 - 変流器の原理を利用

3.3 測定法

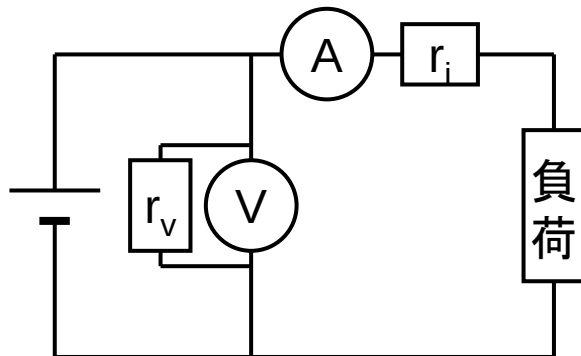
3.3.2 電力の測定

- 直流電力の測定

－ 電圧計, 電流計の指示値 V, I に対する内部抵抗 r_v, r_i を考慮した電力



$$P = VI - \frac{V^2}{r_v}$$



$$P = VI - r_i I^2$$

$r_v \doteq \infty, r_i \doteq 0$ の時 $P=VI$ となる

3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

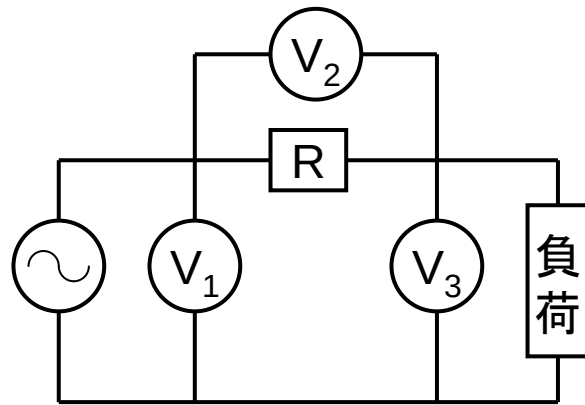
- 単相交流電力の測定
 - 有効電力 $VI\cos\phi$ の測定
 - 電流力計形電力計の固定子コイルに電流 I ，可動コイルに電圧 V を加える
 - 力率が低い時は誤差大となるので，低力率電力計を用いる
 - 無効電力 $VI\sin\phi$ の測定
 - 電圧又は，電流を 90° 移相した無効電力計を用いる

3.3 測定法

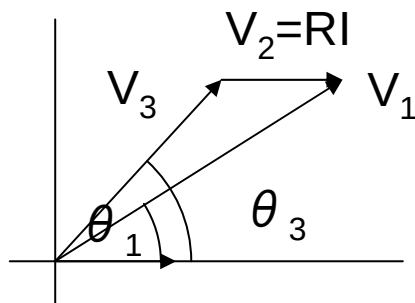
3.3.2 電力の測定

• 単相交流電力の測定 － 3電圧計法

無誘導抵抗Rを用いて、平均電力 P_a を求める



負荷電流 I の位相を基準した電圧ベクトル



2009年12月14日

$$P_a = \frac{1}{2R} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

$$\begin{cases} V_1 \cos \theta_1 = V_3 \cos \theta_3 + V_2 \\ V_1 \sin \theta_1 = V_3 \sin \theta_3 \end{cases}$$

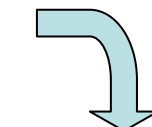
辺々二乗して加算

$$V_1^2 (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) = V_3^2 (\cos^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_3) + 2V_2V_3 \cos \theta_3 + V_2^2$$

$$V_1^2 = V_3^2 + 2V_2V_3 \cos \theta_3 + V_2^2$$

$$V_2V_3 \cos \theta_3 = \frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

$$I = \frac{V_2}{R}$$



$$P_a = IV_3 \cos \theta_3 = \frac{V_2}{R} V_3 \cos \theta_3 = \frac{1}{2R} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

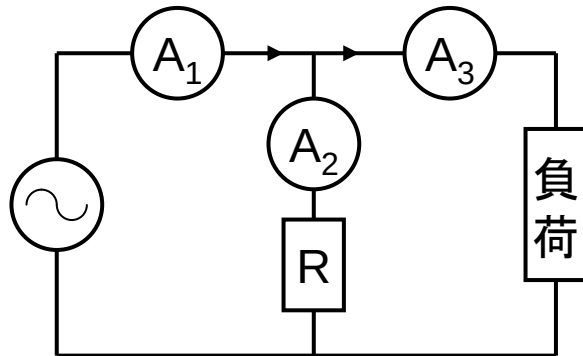
電気計測

3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

• 単相交流電力の測定

－3電流計法



無誘導抵抗Rを用いて、平均電力 P_a を求める

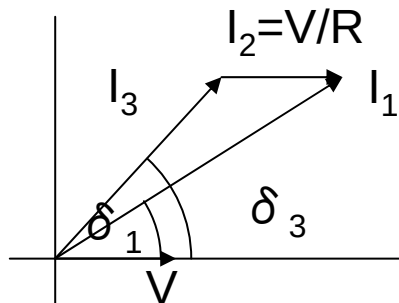
$$P_a = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

$$\begin{cases} I_1 \cos \delta_1 = I_3 \cos \delta_3 + I_2 \\ I_1 \sin \delta_1 = I_3 \sin \delta_3 \end{cases}$$

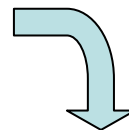
辺々二乗して加算

$$I_1^2 (\cos^2 \delta_1 + \sin^2 \delta_1) = I_3^2 (\cos^2 \delta_3 + \sin^2 \delta_3) + 2I_2 I_3 \cos \delta_3 + I_2^2$$

負荷電圧 V の位相を基準した電圧ベクトル



$$I_2 = \frac{V}{R}$$



$$I_1^2 = I_3^2 + 2I_2 I_3 \cos \delta_3 + I_2^2$$

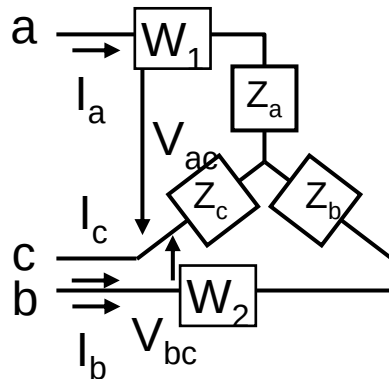
$$I_2 I_3 \cos \delta_3 = \frac{1}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

$$P_a = VI_3 \cos \theta_3 = RI_2 I_3 \cos \theta_3 = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

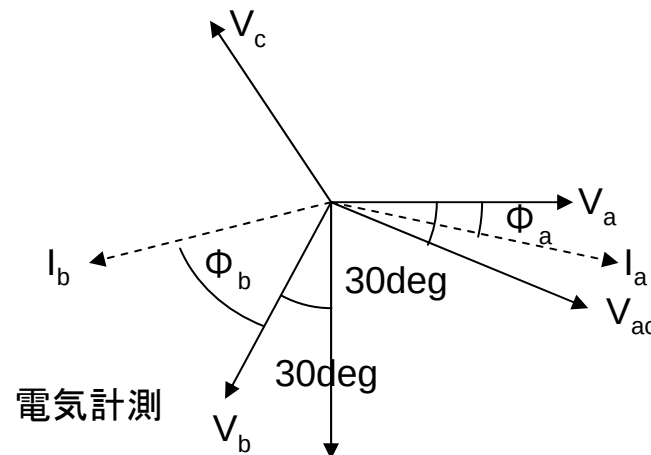
3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

- 三相交流電力の測定
 - 2電力計法(ブロンデルの定理)
 - n相n線式のn相交流電力はn-1台の单相電力計の和となる
 - 三相平衡, 不平衡に関わらず適用可能
 - C相線路を電流帰路と考える
 - 電力(瞬時値) $p = v_{ca}i_a + v_{bc}i_b$
 - 相電圧と線間電圧には 30° の位相差があるため



$$P = P_1 + P_2 = V_{ca} I_a \cos(\phi_a - 30^\circ) + V_{bc} I_b \cos(\phi_b + 30^\circ)$$



3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

- 三相交流電力の測定

- 2電力計法(ブロンデルの定理)

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V_a \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V_b \sin(\omega t + \theta) \\ v_c = -v_a - v_b \end{cases} \quad \begin{cases} i_a = \sqrt{2}I_a \sin(\omega t + \phi_a) \\ i_b = \sqrt{2}I_b \sin(\omega t + \theta + \phi_b) \\ i_c = -i_a - i_b \end{cases}$$

$$p_a = v_a i_a = 2V_a I_a \sin \omega t \sin(\omega t + \phi_a) = V_a I_a [\cos \phi_a - \cos(2\omega t + \phi_a)]$$

$$p_b = v_b i_b = 2V_b I_b \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \theta + \phi_b) = V_b I_b [\cos \phi_b - \cos(2\omega t + 2\theta + \phi_b)]$$

$$p_c = v_c i_c = (-v_a - v_b)(-i_a - i_b) = v_a i_a + v_a i_b + v_b i_a + v_b i_b$$

$$v_a i_b = 2V_a I_b \sin \omega t \sin(\omega t + \theta + \phi_b) = V_a I_b [\cos(\theta + \phi_b) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_b)]$$

$$v_b i_a = 2V_b I_a \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \phi_a) = V_b I_a [\cos(\phi_a - \theta) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_a)]$$

$$P = P_a + P_b + P_c$$

$$= V_a I_a \cos \phi_a + V_b I_b \cos \phi_b + [V_a I_a \cos \phi_a + V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta)]$$

$$= 2V_a I_a \cos \phi_a + 2V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta)$$

3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

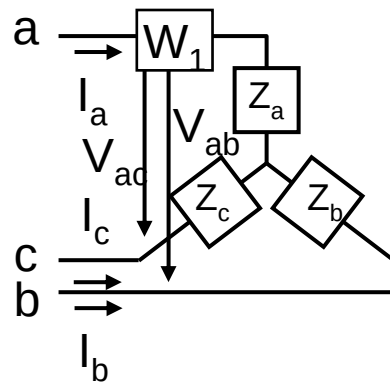
- 三相交流電力の測定
 - 2電力計法(ブロンデルの定理)

$$\begin{aligned}
 v_{ca}i_a &= [(-v_a - v_b) - v_a]i_a = -(2v_a + v_b)i_a \\
 &= -2[2V_a \sin \omega t + V_b \sin(\omega t + \theta)]I_a \sin(\omega t + \phi_a) \\
 &= -\{2V_a [\cos \phi_a - \cos(2\omega t + \phi_a)] + V_b [\cos(\phi_a - \theta) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_a)]\}I_a \\
 P_1 &= -[2V_a \cos \phi_a + V_b \cos(\phi_a - \theta)]I_a \\
 v_{bc}i_b &= [v_b - (-v_a - v_b)]i_b = [v_a + 2v_b]i_b \\
 &= 2[V_a \sin \omega t + 2V_b \sin(\omega t + \theta)]I_b \sin(\omega t + \theta + \phi_b) \\
 &= \{V_a [\cos(\theta + \phi_b) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_b)] + 2V_b [\cos \phi_b - \cos(2\omega t + 2\theta + \phi_b)]\}I_b \\
 P_2 &= [V_a \cos(\theta + \phi_b) + 2V_b \cos \phi_b]I_b \\
 -P_1 + P_2 &= [2V_a \cos \phi_a + V_b \cos(\phi_a - \theta)]I_a + [V_a \cos(\theta + \phi_b) + 2V_b \cos \phi_b]I_b \\
 &= 2V_a I_a \cos \phi_a + 2V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta) \\
 &= P
 \end{aligned}$$

3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

- 三相交流電力の測定
 - 1電力計法
 - 三相平衡の場合
 - 一台の单相電力計
 - 切り替えスイッチで, 三相負荷の二線間で切り替え



$$P_{ab} = V_{ab} I_a \cos(30^\circ + \phi)$$

$$P_{ac} = V_{ac} I_a \cos(-30^\circ + \phi)$$

$$V = V_{ab} = V_{ac}$$

$$I = I_a$$

$$P = \frac{\sqrt{3}}{\cos \phi} (P_{ab} + P_{ac}) = \sqrt{3} VI \cos \phi$$

3.3 測定法

3.3.2 電力の測定

- 電力20kW,遅れ力率0.8

－ 電力計の指示値

$$P_{ab} = V_{ab} I_a \cos(30^\circ + \phi)$$

$$= VI(\cos 30^\circ \cos \phi - \sin 30^\circ \sin \phi)$$

$$V_{ab} = V_{bc} = V_{ca} = V$$

$$P = \sqrt{3}VI \cos \phi$$

$$I_a = I_b = I_c = I$$

$$P_{ab} = \frac{P}{\sqrt{3} \cos \phi} (\cos 30^\circ \cos \phi - \sin 30^\circ \sin \phi)$$

$$= \frac{20k}{\sqrt{3} \cdot 0.8} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} 0.8 - \frac{1}{2} 0.6 \right) = 5.67kW$$

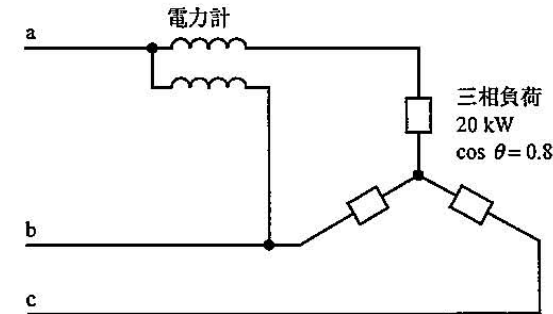


図 3.19 電力測定の数値例

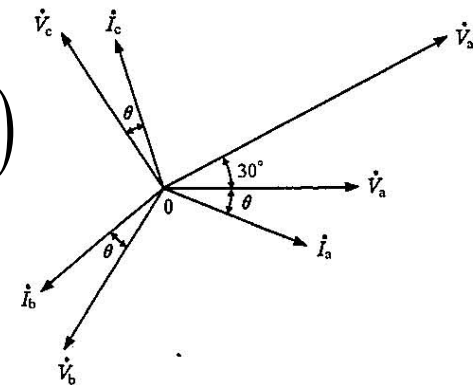


図 3.20 電力測定の数値例のベクトル図

3.3 測定法

3.3.3 周波数の測定

- オシロスコープを用いた方法
 - リサーチ波形
 - 水平軸に既知の基準周波数を入力
 - 垂直軸に測定対象の正弦波を入力
 - $\omega_1 = \omega_2$ の時楕円となる
- 周波数カウンタ
 - 一定時間中のパルス数を数える
 - ゲート回路を通過したパルス数を計数する。
 - 計数回路には, FF(双安定マルチバイブレータ)を用いる
- ヘテロダイン周波数計
- ブリッジ平衡法
- FFT

$$x(t) = A \sin(\omega_1 t + \theta_1)$$

$$y(t) = B \sin(\omega_2 t + \theta_2)$$

3.3 測定法

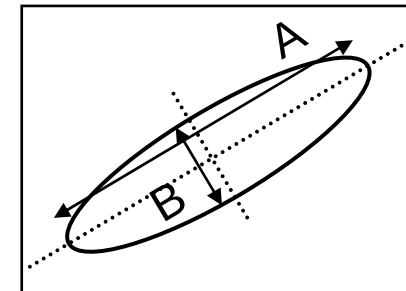
3.3.4 位相の測定

- リサージュ図による方法
 - オシロスコープに同じ周波数の正弦波基準信号を入力し、リサージュ図を用いて計測する

- 水平軸入力 $x(t) = A \sin \omega t$
- 垂直軸入力 $y(t) = B \sin(\omega t + \theta)$

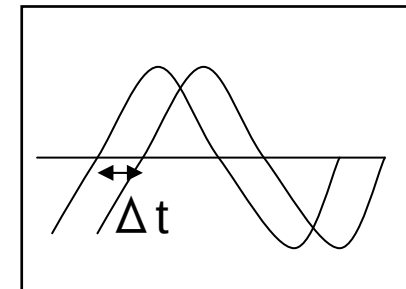
- 楕円の長軸A・短軸Bの関係

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{B}{A}$$



- 2chオシロスコープの零点通過時間差による方法

$$\theta = 2\pi \frac{\Delta T}{T}$$



3.3 測定法

3.3.5 抵抗の測定

- 1Ω 以下
 - 電位差計
 - ケルビン・ダブルブリッジの平衡
- $1\Omega \sim 1M\Omega$
 - 電圧・電流法(オームの法則)
 - 簡易測定:テスタ
 - 精密測定:ホイートストーン・ブリッジ
- $1M\Omega$ 以上
 - メガー(絶縁抵抗計)
- 接地抵抗
 - 接地電極と2個の測定電極で、電圧が平衡する条件の電流比により接地導体と大地との抵抗を求める

3.3 測定法

3.3.6 インピーダンスの測定

- 直流回路
 - 電気抵抗は, 電圧・電流比で決まる
 - インピーダンス=抵抗
- 交流回路
 - インピーダンスの構成要素
 - 抵抗R
 - インダクタンスL
 - キャパシタンスC
 - 各周波数 ω [rad/sec]の交流
 - Lの端子電圧に対して, 電流の位相は 90° 遅れる
 - インピーダンス $j\omega L$
 - Cの端子電圧に対して, 電流の位相は 90° 進む
 - インピーダンス $1/j\omega C$
 - 実数で表す抵抗成分(レジスタンス)R
 - インピーダンスの複素表示
 - 実部:レジスタンス
 - 虚部:リアクタンス

$$\dot{Z} = R + jX$$

3.3 測定法

3.3.6 インピーダンスの測定

- インピーダンスの精密測定

- 交流ブリッジ

- 交流4辺ブリッジ, 変成器ブリッジ

- 交流4辺ブリッジ

- 構成要素

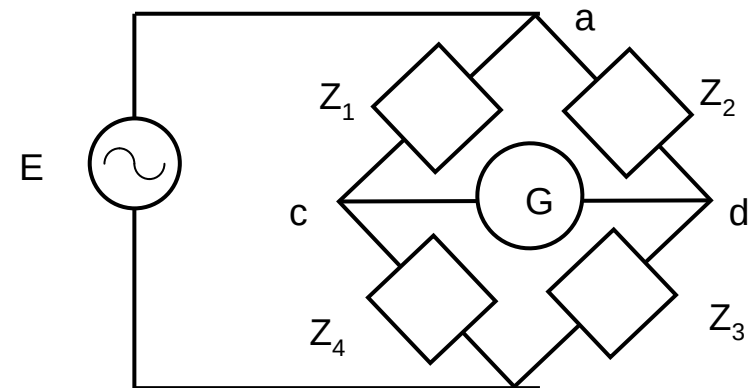
- 交流電源E, 検流計G, インピーダンスZ1~Z4

- 検流計出力が0となるよう調整

- インピーダンス比が一致
 - 三つを既知, 一つを未知

$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_3 = \dot{Z}_2 \dot{Z}_4$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 \dot{Z}_3 = x_1 + jy_1 \\ \dot{Z}_2 \dot{Z}_4 = x_2 + jy_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$



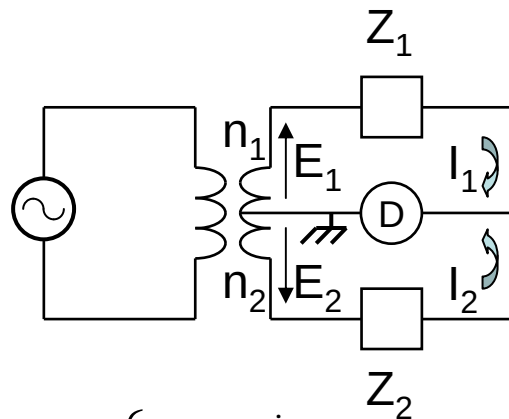
対地静電容量が平衡条件に影響を与える場合

CD間を大地電位となるようにする → ワグナー接地
電気計測

3.3 測定法

3.3.6 インピーダンスの測定

- 静電誘導により交流電源が影響を及ぼす時
－ 変成器ブリッジを用いる



平衡条件 $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$

KVL
$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\ \dot{E}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

但し、 E_1, E_2 は変成器の巻数 n_1, n_2 に比例

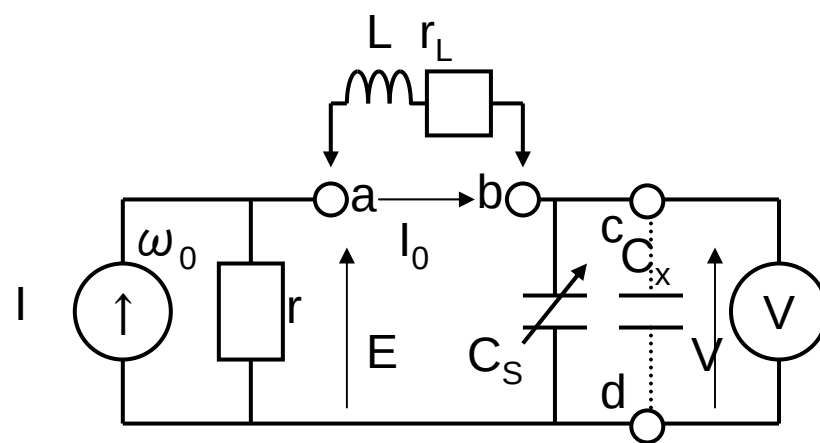
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \\ \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2} \Rightarrow \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}$$

E_1, E_2 は同相，従って Z_1, Z_2 も同相。よって， Z_1, Z_2 の一方が分れば他方が分る。

3.3 測定法

3.3.6 インピーダンスの測定

- 高周波インピーダンス
 - 測定回路を共振させ，共振条件からインピーダンスを求める
 - リアクタンスと実効抵抗の比をQメータで計測
 - Qはコイル・コンデンサの性能を示す



$$Q = \omega L / R = 1 / \omega C R$$

電源から交流電流Iを注入

$$\dot{I} = I \sin \omega t$$

無誘導抵抗rの両端に発生する電圧E

$$\dot{E} = E \sin(\omega t + \theta)$$

端子ab間に測定するインダクタンスLを接続(内部抵抗 r_L)

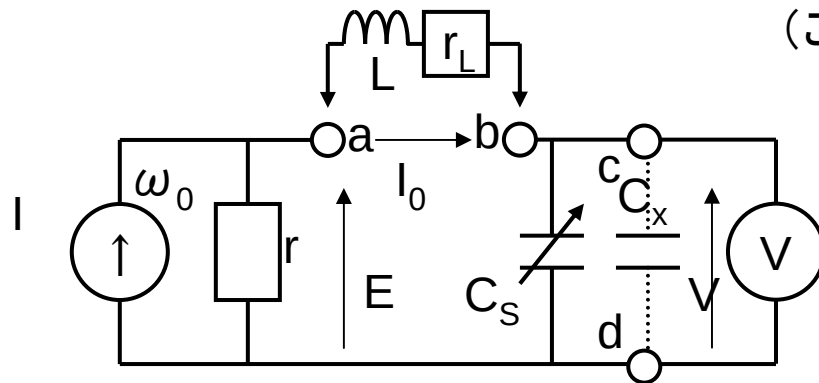
3.3 測定法

3.3.6 インピーダンスの測定

- 高周波インピーダンス

- Lの測定

標準可変コンデンサ C_S を調整, 直列共振状態とする
(この時, 電圧計の指示は最大となる)



共振周波数において $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_S}$
 $C_S = 1/L\omega_0^2$

C_S の端子電圧は

$$V = \frac{I}{\omega_0 C_S} = \frac{1}{\omega_0 C_S} \frac{E}{r_L} = \frac{L\omega_0}{r_L} E = QE$$

電圧 E を一定に保ち, V を測定するとコイルの Q が求まる
 最大電圧 V と Q の対応と, ω_0 と C_S から L と r_L を求める

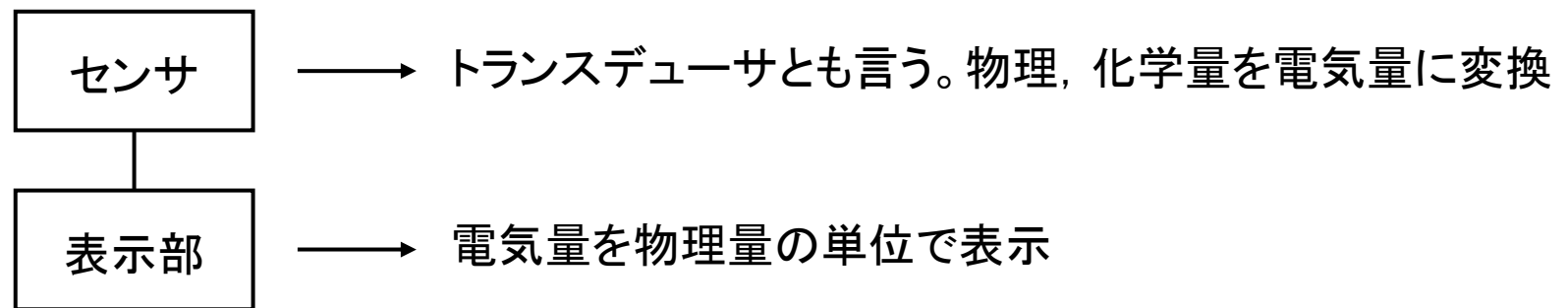
- Cの測定

- ab間にある L を接続する
 - L と C_S を共振させた後, cd 間に被測定 C_x を接続する
 - C_S を調整して共振状態にする C_S'

$$C_x = C_S - C_S'$$

3.4 電気応用計測とセンサ

- 電気応用計測
 - － 物理量, 力学量, 化学量(力, 温度, 濃度)を電気信号に変換・計測する
 - － 特長
 - 精度良い電気計測が可能
 - 増幅・伝送・記録が容易
 - デジタル変換による信号処理が適用可能
 - － 構成 (センサ形[トランスデューサ形]計器)



3.4 電気応用計測とセンサ

- センサ

- 測定量を変換する系の最初の要素(JIS)

- 光センサ

- 光導電セル CdS等。光照射による伝導率増加を利用
 - 光起電力セル 半導体pn接合(太陽電池)の光起電力を利用
 - 光電管 光電子放出効果を利用
 - 焦電体 LiTaO₃等電磁波吸収の際に温度上昇分極電荷を利用
 - 光ファイバセンサ 光磁気効果, 電気光学効果, 光干渉を利用

3.4 電気応用計測とセンサ

- センサ

- 温度センサ

- 熱電対 異種金属で作った閉回路で, 一方の接点と他方の接点温度が異なると起電力が発生 (ゼーベック効果)
 - 測温抵抗体 金属・半導体の電気抵抗が温度で変化 (半導体を使用したものがサーミスタ)
 - 放射温度計 物体から放射されるエネルギーの波長分布と強度の関係
 - 光高温計 物体温度と放射電磁波波長の関係

- 力学センサ

- ストレインゲージ マンガン合金線等。応力による電気抵抗値の変化
 - 変位センサ 変位を静電容量, インダクタンスの変化で検出

3.4 電気応用計測とセンサ

・センサ

－ 流量センサ

- ・ 体積流量 単位時間あたりに流れる体積 → 積算体積流量
- ・ 質量流量 単位時間あたりに流れる質量

測定量	名称	原理	液体	気体	蒸気	
体積流量	差圧式	オリフィス前後の圧力差	○	○	○	圧損大。安価。
	面積式	流量に応じた浮子高さ	○	○	○	圧損大。安価。
	電磁式	流体による電磁誘導	○	×	×	圧損無。導電性流体。
	超音波式	ドップラー効果	○	○	△	圧損無。
体積積算	容積式	歯車の回転	○	○	×	圧損大。精度良。
	渦式	流速に比例した周波数の渦	○	○	○	圧損小。安価。
	タービン式	羽根車の回転数	○	○	△	高精度。寿命有。

体積流量から補正演算で質量流量を得る場合もある

3.4 電気応用計測とセンサ

－ 流量センサ

- 流量計測の例

- － オリフィスと差圧伝送器

$$Q = K_1 \sqrt{\Delta P}$$

- » Q:流量, ΔP :差圧, K1:定数

- » 出力の ΔP の誤差は, フルスケールに対応

- － 渦流量計, 電磁流量計

$$Q = K_2 V$$

- » Q:流量, V:流速, K2:定数

- » 出力Vの誤差は, 指示値に対応