

# エネルギーシステム・要素論

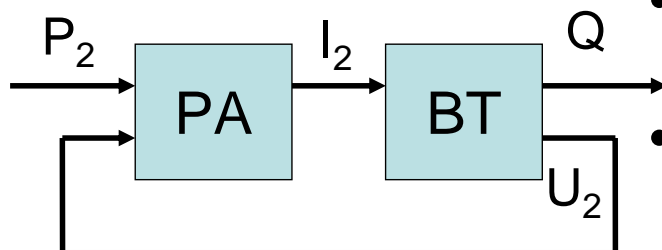
## 第5回 電池4

### 二次電池のモデル化

ゆっくりとした充放電応答  
平成22年11月26日

## 二次電池の準定常モデル1

BT:二次電池反応  
PA:内部変数変換



- 入力変数
  - 端子出力電力 $P_2(t)$
- 出力変数
  - 電池の電荷量 $Q(t)$
- 内部変数
  - 端子電圧 $U_2(t)$
  - 端子電流 $I_2(t)$

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

## 二次電池の準定常モデル2

- 電池の容量はAhで表す
  - 定電流の充電・放電で評価
    - 定電流放電試験
      - 満充電時 開放端子電圧Uoc
      - 放電終了電圧まで定電流I2で放電 (例Uocの80%)
      - 放電時間tf
      - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = \text{const} \cdot I_2^{-n}$$

- » n:ポイカート指数  
1~1.5(鉛電池で1.35程度)
- » 電池の容量は充放電電流に依存する

## 二次電池の準定常モデル3

- 放電電流I2\*に対する容量Q0\*
  - 放電電流が異なると容量も変化する

- 非線形性

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot \text{const} \cdot I_2^{*-n} = \text{const} \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = \text{const} \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{\text{const} \cdot I_2^{1-n}}{\text{const} \cdot I_2^{*1-n}} = \left( \frac{I_2}{I_2^*} \right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式
  - Kc:定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1) \left( \frac{I_2}{I_2^*} \right)^{n-1}}$$

## 二次電池の準定常モデル4

- 電池の容量の表現

- Cレート

- 1Cレート

- 電池の全容量を一時間で充放電する電流値

- » 自動車用では100Cレートで評価するのが一般的

- 電池容量 $Q_0$  (Ah)

- 放電電流 $I_0$ (A)

$$c(t) = \frac{I_2(t)}{I_0} \quad I_0 = \frac{Q_0}{1}$$

- $C=1/x$ で表す

- $x(h)$ は電池を放電するのに要する時間

## 二次電池の準定常モデル5

- 充電状態(SoC: State of charge): $q(t)$

- 定格電池容量 $Q_0$ に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$$

- 電荷残量 $Q$ は通常測れない

- 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t) = -I_2(t)$$

- 充電電流は全部充電電荷とはならない

- 充電損失

$$\dot{Q}(t) = -\eta_c I_2(t)$$

- $\eta_c$ :クーロン効率

## 二次電池の準定常モデル6

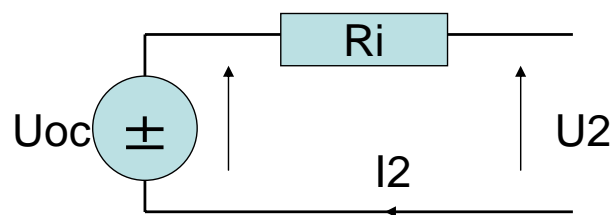
- 電池の等価回路

- 構成

- 理想電圧源(開回路電圧) $U_{oc}$
- 内部抵抗 $R_i$

- KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) = U_2(t)$$



2010/11/26

エネルギーシステム・要素論

7

## 二次電池の準定常モデル7

- 等価回路の開回路電圧

- 電池の開回路電圧 $U_{oc}$

- 電池電荷の関数

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

- 平衡電位をあらわす
- $\kappa_1, \kappa_2$ は電池の組成, セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
- 電圧源とコンデンサの直列回路ととれる
- Nernst式でより厳密に表す
- 実用上は表参照方式

2010/11/26

エネルギーシステム・要素論

8

## 二次電池の準定常モデル8

- 等価回路の内部抵抗

- 電池の内部抵抗 $R_i$

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

- オーム性抵抗 $R_o$

- 電解質・電極・端子間接続を直列した成分

- 電荷移動抵抗 $R_{ct}$

- 電極反応における電荷移動に関する成分

- 拡散・濃度抵抗 $R_d$

- 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分

- 欠点 電池電流に依存しないため、モデルの制約大

- Tafel式を用いた非線形モデル

## 二次電池の準定常モデル9 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗 $R_i$

- 充電状態 $q$ に応じて変化するモデル

- 満充電 $q=1$

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧

$$U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t)$$

$$= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3]I_2(t)$$

$$= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)$$

- 満充電時開放電圧  $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$

- 満充電時端子電圧の電圧降下分

$$[\kappa_3 + \kappa_4]I_2(t)$$

## 二次電池の準定常モデル9 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 充電状態 $q$ における端子電圧の電圧降下の増分

$$\begin{aligned} & \{ \kappa_1 + \kappa_2 \} - \{ \kappa_3 + \kappa_4 \} I_2(t) - \{ \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) \} \\ &= -[\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) + \kappa_2 - \kappa_4 I_2(t) \\ &= [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] [1 - q(t)] \end{aligned}$$

## 二次電池の準定常モデル10 端子電圧のSOC表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流 $I_2$ を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$\begin{aligned} U_2(t) &= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) \\ &= \kappa_1 - \kappa_3 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + \left[ \kappa_2 - \kappa_4 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] q(t) \end{aligned}$$

$$U_2(t)^2 = \kappa_1 U_2(t) - \kappa_3 P_2(t) + [\kappa_2 U_2(t) - \kappa_4 P_2(t)] q(t)$$

$$U_2(t)^2 - [\kappa_1 + \kappa_2 q(t)] U_2(t) + P_2(t) [\kappa_3 + \kappa_4 q(t)] = 0$$

$$U_2(t) = \frac{\kappa_1 + \kappa_2 q(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{[\kappa_1 + \kappa_2 q(t)]^2}{4} - P_2(t) [\kappa_3 + \kappa_4 q(t)]}$$

# 二次電池の準定常モデル11

## 端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 等価回路のKVLから電流 $I_2$ を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t)$$

$$= U_{oc}(t) - R_i(t)\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)^2 - U_{oc}(t)U_2(t) + R_i(t)P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4} - P_2(t)R_i(t)}$$

# 二次電池の準定常モデル12

## 端子電圧と入力電力の関係

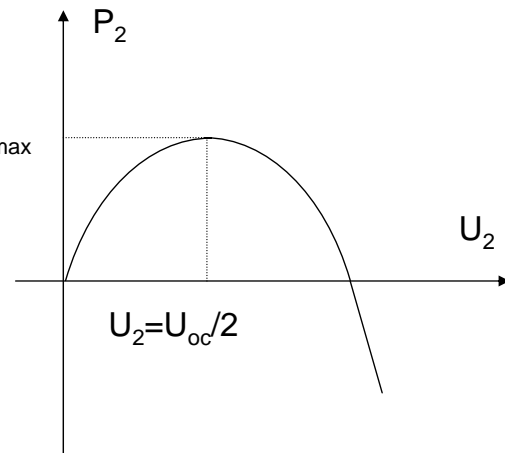
- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

- 出力電力は端子電圧の二次関数

$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$$



# 二次電池の準定常モデル13

## 端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力  $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2} \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$   
 - 極値条件  $= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \quad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$
- 最大電力  $P_{2,max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2 + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)} = \frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$
- ピーク電圧, 電流  $U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$   
 $U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t) \quad I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$

2010/11/26

エネルギーシステム・要素論

15

# 二次電池の準定常モデル14

## 端子電圧と入力電力の関係

- 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in (U_{2,min}, U_{2,max})$$

$$U_{2,min} > U_{2,P}$$

- 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,max}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,min} - U_{2,min}^2}{R_i(t)}$$

$$U_{2,min}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,max}(t)$$

$$I_{2,max}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,min}}{R_i(t)}$$

2010/11/26

エネルギーシステム・要素論

16



# 二次電池の準定常モデル15

## 端子電圧と入力電力の関係

- 制約条件下における最大充電電力・電流

- 端子電圧  $U_2 > U_{oc}$

- 最大電力は端子電圧上限で決まる

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}^2}{R_i(t)}$$

- 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$

## 電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率

- 完全充放電サイクルで定義

- 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比

- 動作に依存する

- 定電流充放電 Peukert test
- 定電力充放電 Ragone test

# 電池の充放電効率

- 定電流での放電時間

- 充電電荷量  $Q_0$

- 放電電流  $I_2$

$$t_f = Q_0 / I_2$$

- エネルギーによる効率評価

- 電池の開回路電圧  $U_{oc}$

- 内部抵抗  $R_i$

- 放電エネルギー  $E_d = \int_0^{t_f} P_2(t) dt = t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2$

- 充電エネルギー  $|E_c| = \int_0^{t_f} |P_2(t)| dt = t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|$

- 充放電効率  $\eta_b = \frac{E_d}{E_c} = \frac{t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2}{t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|} = \frac{U_{oc} - R_i |I_2|}{U_{oc} + R_i |I_2|}$

# 電池の充放電効率

- 局所効率

- パワーによる効率評価

$$\begin{aligned} \eta_b &= \frac{P_{2,d}(t)}{|P_{2,c}(t)|} \\ &= \frac{\{U_{oc} - R_i |I_2(t)|\} |I_2(t)|}{\{U_{oc} + R_i |I_2(t)|\} |I_2(t)|} \\ &= \frac{U_{oc} - R_i |I_2(t)|}{U_{oc} + R_i |I_2(t)|} \end{aligned}$$