

エネルギーシステム論

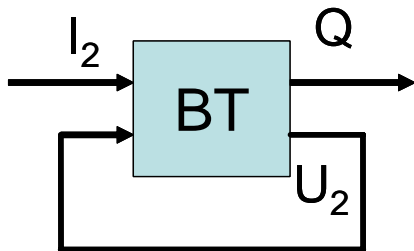
第6回 電池5

二次電池のモデル化

過渡応答モデル

平成22年12月03日

電池の動特性モデル



- 電池の過渡応答モデル
 - BT
- 入力変数
 - 端子電流 $I_2(t)$
 - 正: 放電
 - 負: 充電
 - ブロック線図の矢印とは異なることに注意
- 出力変数
 - 電池の電荷量 $Q(t)$
- 内部変数
 - 端子電圧 $U_2(t)$

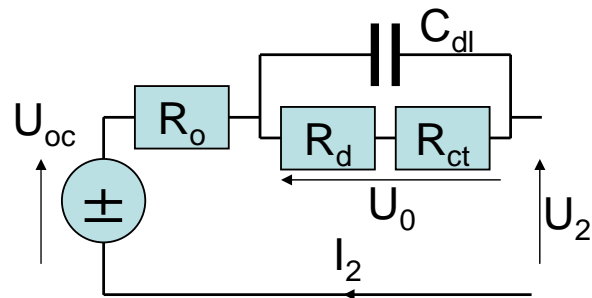
電池の動特性モデル①

Randles / Thevenin model 1

- 静特性モデルの発展版

- 要素分離

- U_{oc} : 開回路電圧
 - U_o : 非オーム性過電圧
 - R_o : オーム性電圧降下
 - U_o : 過電圧・分極電圧 (非オーム性)
 - 電荷移動
 - 表面過電圧
 - 拡散過電圧
 - 電極・電解質間の電荷蓄積・分離
 - C_{dl} : 二重層容量の充放電
 - 化学反応による電荷移動電流
 - R_d : 拡散抵抗
 - R_{ct} : 電荷移動抵抗



2010/12/03

エネルギーシステム・要素論

3

電池の動特性モデル①

Randles / Thevenin model 2

- 等価回路のKVL, KCL

- 定常状態の内部抵抗

$$R_i = R_o + R_{ct} + R_d$$

- KVL $U_2(t) = U_{oc} - R_o I_2(t) - U_o(t)$

- KCL

$$I_2(t) = C_{dl} \frac{dU_o(t)}{dt} + \frac{U_o(t)}{R_d + R_{ct}} \Rightarrow \frac{dU_o(t)}{dt} = \frac{1}{C_{dl}} \left\{ I_2(t) - \frac{U_o(t)}{R_d + R_{ct}} \right\}$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = I_2(t)$$

2010/12/03

エネルギーシステム・要素論

4

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 1

- 回路方程式

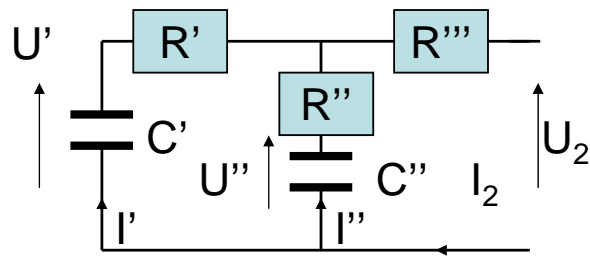
- KVL $U'(t) - R'I'(t) = U''(t) - R''I''(t) = U_2(t) + R'''I_2(t)$

- KCL $I_2(t) = I'(t) + I''(t)$

- 微分方程式

$$C' \frac{dU'(t)}{dt} = -I'(t)$$

$$C'' \frac{dU''(t)}{dt} = -I''(t)$$



電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 2

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

- I', I''を消す

$$I_2(t) = I'(t) + I''(t) = -C' \frac{dU'(t)}{dt} - C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) + R'C' \frac{dU'(t)}{dt} = U''(t) + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) - U''(t) = -R'C' \frac{dU'(t)}{dt} + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 3

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

– du' / dt を求める

$$\begin{aligned}R''I_2(t) + [U'(t) - U''(t)] &= -R''C' \frac{dU'(t)}{dt} - R'C' \frac{dU'(t)}{dt} \\ &= -\frac{dU'(t)}{dt} C'[R'' + R']\end{aligned}$$

$$\frac{dU'(t)}{dt} = \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R'' + R']}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 4

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

– du'' / dt を求める

$$\begin{aligned}R'I_2(t) - [U'(t) - U''(t)] &= -R'C'' \frac{dU''(t)}{dt} - R''C'' \frac{dU''(t)}{dt} \\ &= -\frac{dU''(t)}{dt} C''[R' + R'']\end{aligned}$$

$$\frac{dU''(t)}{dt} = \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C''[R' + R'']}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 5

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

– U_2 出力変数の状態変数表示

$$\begin{aligned}U_2(t) &= U''(t) - R''I''(t) - R'''I_2(t) \\ &= U''(t) - R''I''(t) - R'''[I'(t) + I''(t)] \\ &= U''(t) + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt} + R''' \left[C' \frac{dU'(t)}{dt} + C'' \frac{dU''(t)}{dt} \right] \\ &= U''(t) + R'''C' \frac{dU'(t)}{dt} + [R'' + R''']C'' \frac{dU''(t)}{dt}\end{aligned}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 6

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

– つづき

$$\begin{aligned}U_2(t) &= U''(t) + R'''C' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R'' + R']} \\ &\quad + [R'' + R''']C'' \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C''[R' + R'']} \\ &= U''(t) + R''' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{[R'' + R']} \\ &\quad + [R'' + R'''] \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{[R' + R'']}\end{aligned}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 7

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$\begin{aligned}U_2(t) &= U''(t) + \frac{-R'''R'' - R'[R'' + R''']}{R'' + R'} I_2(t) \\ &\quad + \frac{-R''' + R'' + R'''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R''' - [R'' + R''']}{R'' + R'} U''(t) \\ &= \frac{-R'''[R'' + R'] - R'R''}{R'' + R'} I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t) \\ &= -\left[1 + \frac{R'R''}{R'' + R'}\right] I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t)\end{aligned}$$

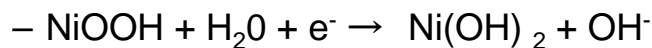
U_2 の状態変数表示。 U', U'' は微分方程式の解, I_2 は入力変数

集中定数電気化学モデル

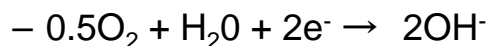
- NiMH電池

– 反応(放電)

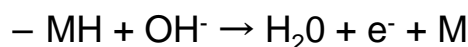
- Ni負極 主反応



- Ni負極 副反応



- MH陽極 主反応



- MH陽極 副反応



集中定数電気化学モデル

- Butler-Volmer 反応速度式(5種の物質の濃度)
 - 4次の反応($Z=1,2,3,4$)に対する電荷移動電流密度式

$$J_z = J_{z,0} \left[\prod_i \left(\frac{c_i}{c_{i,ref}} \right)^{\kappa_i} e^{\alpha_{a,z} K \eta_z} - \prod_j \left(\frac{c_j}{c_{j,ref}} \right)^{\kappa_j} e^{-\alpha_{c,z} K \eta_z} \right]$$

- $J_{z,0}$: 基準濃度における電流密度(正が酸化)
- $\alpha_{a,0}, \alpha_{c,0}$: アノード, カソードの移動係数
- η_z : 電荷移動反応をつかさどる表面過電圧
- $K = F / (R v_b)$: F : ファラデー定数, v_b : セル温度, R : 気体定数
- c : 物質の濃度(refは基準濃度)
- k : モル定数

集中定数電気化学モデル

- 簡略化
 - 電解液中のOH⁻の濃度変化, Ni(OH)₂に対するNiOOH濃度を無視

$$J_1(t) = J_{1,0} \left\{ \left(\frac{c_n(t)}{c_{n,ref}} \right) \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5 K \eta_1(t)} - \left(\frac{c_{n,max} - c_n(t)}{c_{n,max} - c_{n,ref}} \right) e^{-0.5 K \eta_1(t)} \right\}$$

$$J_2(t) = J_{2,0} \left\{ \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right)^2 e^{K \eta_2(t)} - \left(\frac{p_o(t)}{p_{o,ref}} \right)^{0.5} e^{-K \eta_2(t)} \right\}$$

$$J_3(t) = J_{3,0} \left\{ \left(\frac{c_m(t)}{c_{m,ref}} \right)^\mu \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5 K \eta_3(t)} - e^{-0.5 K \eta_3(t)} \right\}$$

- $c_n(t)$: Ni(OH)₂濃度
- c_e : OH⁻濃度(KOH電解質)
- $c_m(t)$: MH中の水素濃度
- μ : 化学反応係数
- $p_o(t)$: 酸素分圧

$$J_4(t) = -J_{4,0} \left(\frac{p_o(t)}{p_{o,ref}} \right)$$

集中定数電気化学モデル

- 表面過電圧 $\eta_1(t) = \Delta\Phi_{pos}(t) - \phi_1(t)$
 $\eta_2(t) = \Delta\Phi_{pos}(t) - \phi_2(t)$
 $\eta_3(t) = \Delta\Phi_{neg}(t) - \phi_3(t)$
 - $\Delta\Phi_{pos}(t), \Delta\Phi_{neg}(t)$: 固体・液体界面電位差
 - $\Phi_1(t), \Phi_2(t), \Phi_3(t)$: 基準状態における平衡電位
- 電極における電荷平衡条件
 $I_2(t) = S_{pos} [J_1(t) + J_2(t)]$
 $I_2(t) = -S_{neg} [J_3(t) + J_4(t)]$
 - S_{pos}, S_{neg} : 陽極, 負極の電極面積

2010/12/03

エネルギーシステム・要素論

15

集中定数電気化学モデル

- Niの質量バランス
 $\frac{d}{dt} c_n(t) = -\frac{J_1(t)}{l_{y,pos} F}$
 - $l_{y,pos}$: Niの実効厚
- MHの質量バランス電極における電荷平衡条件
 $\frac{d}{dt} c_m(t) = -\frac{J_3(t)}{l_{y,neg} F}$
 - $l_{y,neg}$: MHの実効厚
- 酸素の質量バランス
 $\frac{d}{dt} p_o(t) = -\frac{Rv_b}{V_{gas}} \frac{S_{pos} J_2(t) + S_{neg} J_4(t)}{F}$
 - V_{gas} : 気体の体積
- 充電状態
 $q(t) = 1 - \frac{C_n(t)}{C_{n,max}}$

2010/12/03

エネルギーシステム・要素論

16

電池の熱モデル

- 電池温度 v_b は効率, 寿命, 容量に影響する
- 構成
 - 熱容量 $C_{t,b}$
 - 熱源
 - 内部抵抗損失
 - 寄生反応(クーロン効率に関係)
- 熱平衡の式

$$\frac{d}{dt} v_b(t) = \frac{q_{in}(t) - q_{out}(t)}{C_{t,b}} \quad q_{in}(t) = R_i I_2(t)^2 \quad q_{out}(t) = \frac{v_b(t) - v_{air}(t)}{R_{th}}$$

$$v_{air}(t) = v_a + \frac{1}{2} \frac{q_{out}(t)}{m_a c_{pa}}$$

- m_a : 冷却風量
- $c_{p,a}, v_a$: 比熱および入り口温度
- R_{th} : 等価熱抵抗(伝導s/kA, 対流1/hA, s: 厚さ, h: 対流熱伝達係数, k: 熱伝導度)