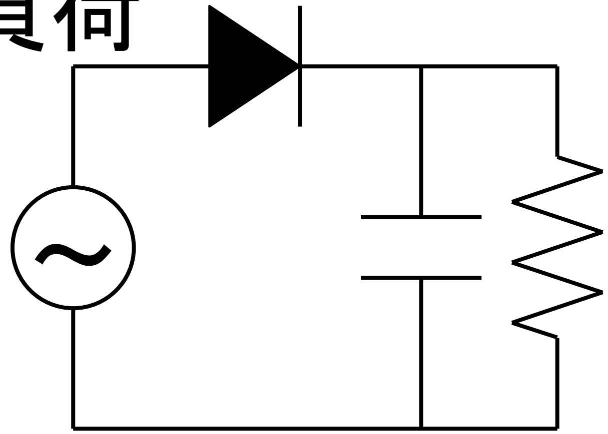
パワーエレクトロニクス

（舟木担当分）

第二回
ダイオード整流回路の続き
サイリスタ位相制御回路

平成22年6月14日月曜日　3限目

半波整流回路容量負荷



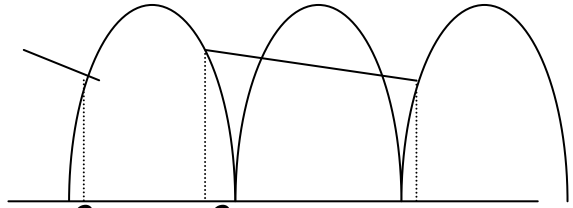
- 定電圧源用途
- 電圧･電流の振る舞い
  - 電源電圧　$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$
  - 導通期間中，負荷電圧は電源電圧と等しい
    - オンは，電源電圧と負荷電圧が等しくなった時点
    - オン時，Cを充電するため大電流が流れる（可能性）

$$e_d = v \qquad i_d = i_C + i_R = C\frac{d}{dt}e_d + \frac{e_d}{R}$$

    - 非導通期間中，RCで閉回路を構成
    - Rを介してCが放電

$$i_C = -i_R \qquad i_R = -C\frac{d}{dt}e_d$$

半波整流回路容量負荷



- 出力電圧波形
  - 導通開始点　θ_{on}
    - コンデンサ電圧初期値をv_{c0}とする

$$v = v_{C0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{on}$$

  - 導通終了点　θ_{off}
    - i_dが0となる
    - 導通期間中　$e_d = v$

$$i_d\left(\omega t = \theta_{off}\right) = C\frac{d}{dt}e_d + \frac{e_d}{R} = 0$$

$$C\sqrt{2}V\omega\cos\theta_{off} + \frac{\sqrt{2}V\sin\theta_{off}}{R} = 0 \qquad \frac{\pi}{2} < \theta_{off}$$ になるので

$$\therefore \theta_{off} = \pi - \arctan R\omega C$$

半波整流回路容量負荷

- 出力電圧波形
  - 非導通期間中

$$i_R = -C\frac{d}{dt}e_d \qquad \frac{e_d}{R} = -C\frac{d}{dt}e_d$$

$$\frac{E_d}{R} = -C\left(sE_d - e_{d0}\right)$$

但し　$e_{d0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{off}$

$$E_d = \frac{e_{d0}}{s + \frac{1}{RC}}$$

  - 非導通開始点 θ_{off}
    - 出力電圧　$e_d = e_{d0}e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(\omega t - \theta_{off}\right)}$

半波整流回路容量負荷

- 出力電圧波形
  - v_{c0}とe_{d0}の接続条件（非導通　→　導通の時点）

$$e_d\left(\omega t = 2\pi + \theta_{on}\right) = e_{d0} e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \theta_{on} - \theta_{off}\right)} = v_{c0}$$

$$v_{c0} = e_{d0} e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \theta_{on} - \theta_{off}\right)}$$

$v_{C0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{on}$　　$e_{d0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{off}$　より

$$\sqrt{2}V\sin\theta_{on} = \sqrt{2}V\sin\theta_{off} e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \theta_{on} - \theta_{off}\right)}$$

$\sin\theta_{on} = \sin\theta_{off} e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \theta_{on} - \theta_{off}\right)}$　　の解としてθ_{on}が求まる

導通期間が180度よりさらに小さくなる

負荷に対する半波整流回路の応答の比較

- 抵抗負荷
  - 導通角 = 180度
- 誘導性負荷
  - 導通角 > 180度→全波整流回路での連続導通
    - 抵抗負荷より出力電圧・電流に含まれる高調波小
- 容量性負荷
  - 導通角 < 180度→全波整流回路でも不連続導通
    - 平滑コンデンサへの入力電流に含まれる高調波大
    - 平滑コンデンサが，出力電圧の高調波を低減

電源波形の評価

- 電圧（正弦波） $v(t)=V_1\cos(\omega_0 t+\theta_1)$
- 電流（非正弦波） $i(t)=I_0+\sum_{n=1}^{\infty}I_n\cos(n\omega_0 t+\phi_n)$
- 電力

$$P=V_0I_0+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{V_nI_n}{2}\cos(\theta_n-\phi_n)$$

$$=0I_0+\frac{V_1I_1}{2}\cos(\theta_1-\phi_1)+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{V_nI_n}{2}\cos(\theta_n-\phi_n)$$

$$=\frac{V_1I_1}{2}\cos(\theta_1-\phi_1)=V_{1,rms}I_{1,rms}\cos(\theta_1-\phi_1)$$

- 力率

$$pf=\frac{P}{S}=\frac{P}{V_{rms}I_{rms}}=\frac{V_{1,rms}I_{1,rms}}{V_{1,rms}I_{rms}}\cos(\theta_1-\phi_1)=\frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}\cos(\theta_1-\phi_1)$$

但し

$$I_{rms}=\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}I_{n,rms}{}^2}=\sqrt{I_0{}^2+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

歪率

- 歪率
  - 波形実効値に対する基本波成分実効値

$$DF = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$$

- 歪率と力率の関係
  - 歪により力率が悪化する

$$pf = \left[\cos\left(\theta_1 - \phi_1\right)\right]DF$$

- 総合歪率
  - 基本波成分に対するそれ以外の成分

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_{n\neq 1}^{\infty} I_{n,rms}{}^2}{I_{1,rms}{}^2}} = \sqrt{\frac{I_{rms}{}^2 - I_{1,rms}{}^2}{I_{1,rms}{}^2}}$$

- 総合歪率と歪率の関係

$$DF = \sqrt{\frac{1}{1+\left(THD\right)^2}}$$

- 歪波皮相電力

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

但し

$$D = V_{1,rms}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{n,rms}{}^2}$$

- 波形率(From Factor)
  - 実効値/(絶対値)平均値

$$\frac{I_{rms}}{I_{avg}}$$

- 波高率(Crest Factor)
  - 最大値/実効値

$$\frac{I_{peak}}{I_{rms}}$$

整流回路容量負荷

- 導通期間短い
  - 電流波形の歪み大
  - 皮相電流の増加
  - 力率低下
  - 損失(RI^2)が増える

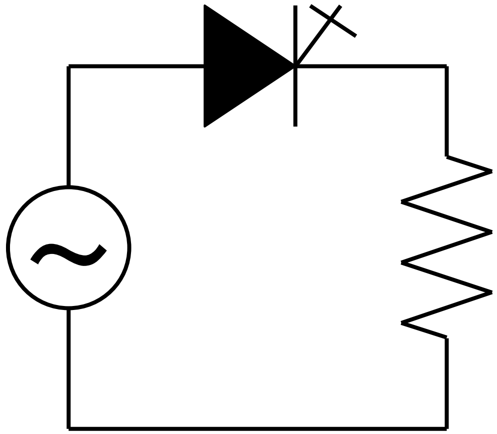
サイリスタ位相制御回路

- 点弧角制御と回路動作(半波)
  - 抵抗負荷，誘導負荷，容量負荷
- 誘導負荷における転流動作
  - 単相全波回路での連続導通動作
- 三相回路における転流重なり
  - 交流側リアクタンスによる転流時の三相導通動作
- 自然転流と逆変換動作，無効電力消費
- 12パルス化による高調波低減

サイリスタ変換器の点弧位相制御

- ダイオード
  - ON・OFF共非可制御
    - 交直変換は整流のみ可能
- サイリスタ
  - ONはゲート信号で制御可能
    - 但し，順バイアス印加時のみ
  - OFFは非可制御
    - 但し，ON時の状態がゲート信号で変わるため，OFF時の状態も付随して変化する
  - 回路構成・条件によっては整流・逆変換の双方向変換が可能

位相制御単相半波整流回路

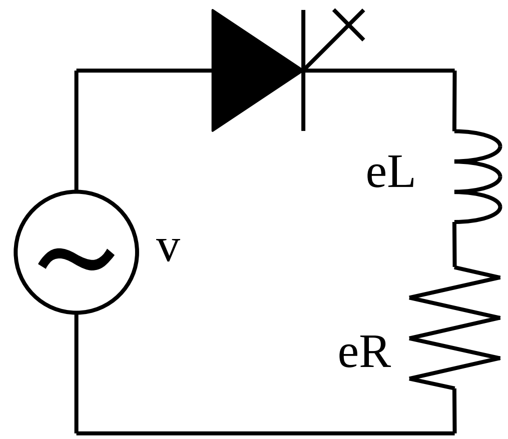


- 抵抗負荷
  - 電圧･電流の振る舞い
    - 電源電圧　$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$
    - サイリスタの導通期間中
      - 印加電圧
        - » 導通期間中　$e_d = e_R = v$
        - » 非導通期間中　$e_d = e_R = 0$
    - 出力平均電圧(点弧角α)

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} v d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}V \sin \omega t d\omega t$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left[-\cos \omega t\right]_{\alpha}^{\pi} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left[1+\cos \alpha\right]$$

位相制御単相半波整流回路



- 誘導性負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧 $v = \sqrt{2}V \sin \omega t$
    - サイリスタの導通期間中，電圧はL,Rが分担
      - Lの印加電圧 $$e_L = L\frac{d}{dt}i_d$$
      - Rの印加電圧 $$e_R = Ri_d$$
      - 印加電圧
        - » 導通期間中 $e_d = e_L + e_R = v$
        - » 非導通期間中 $e_d = e_L + e_R = 0$

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 点弧角をαとする
      - 点弧可能な条件

$$0 \le \alpha \le \pi$$

    - オン状態の微分方程式

$$v = e_L + e_R = L \tfrac{d}{dt} i_d + R i_d$$

      - オン時点の初期値
        - » オン時点を時間の原点にとる

$$v_0 = \sqrt{2} V \sin \alpha$$

$$i_0 = 0$$

        - » $v = \sqrt{2} V \sin(\omega t + \alpha)$ を考慮してラプラス変換

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=LsI_d-Li_0+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}=\frac{a\omega+bs}{s^2+\omega^2}+\frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a=\frac{R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ b=\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ c=-L\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}} - \frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}\right)$$

- 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right) - (R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t + (R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\Big]$$

- 時間の原点を元に戻して

波形の絵

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right) - (R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\} + (R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\Big]$$

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角βは

$$i_d(\beta)=0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\Big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\Big)\exp\Big(-\tfrac{R}{\omega L}\{\beta-\alpha\}\Big)$$
$$-\big(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\big)\sin\{\beta-\alpha\}+\big(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\big)\cos\{\beta-\alpha\}\Big]$$

を満たすβとして求める

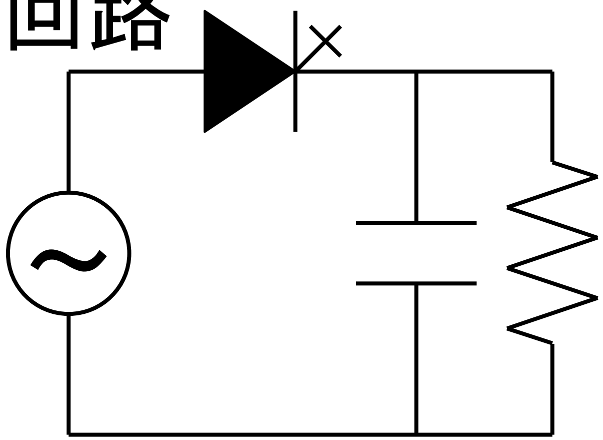
- Lが大きい(Lω>>R)として，近似すると･･･

$$e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}\to 1$$

$$0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\omega L\cos\alpha-\omega L\sin\alpha\sin\{\beta-\alpha\}-\omega L\cos\alpha\cos\{\beta-\alpha\}\Big]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\cos\alpha-\cos\{\alpha+\beta-\alpha\}\Big]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\cos\alpha-\cos\beta\Big]$$

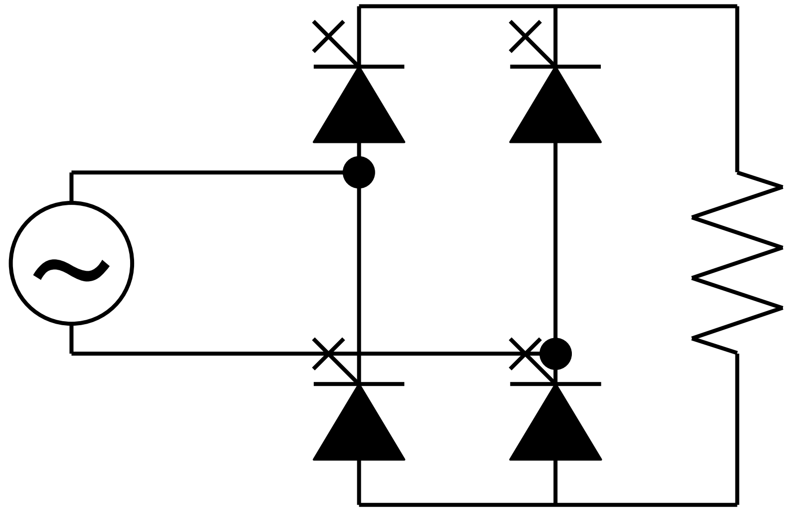
$\beta=\pm\alpha$　　$\beta=\alpha$ だと解にならないから $\beta=-\alpha=2\pi-\alpha$

位相制御単相半波整流回路



- 容量性負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧　$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$
    - ダイオード整流回路では，$e_d < v$となったときに導通
    - サイリスタ整流回路では，ダイオード整流回路のオン条件と，ゲート信号のANDが点弧条件となる
      - ゲート信号の生成条件で動作が変わる

位相制御単相全波整流回路



- 抵抗負荷
  - 導通期間（点弧角α）
    - $\alpha \sim \pi$（正の半波）
    - $\alpha + \pi \sim \pi$（負の半波）
    - ダイオードでは
      - $0 \sim \pi$（正の半波）
      - $\pi \sim 2\pi$（負の半波）
    - ゲート信号を半周期毎に出力する必要がある
      - 上下対称波形

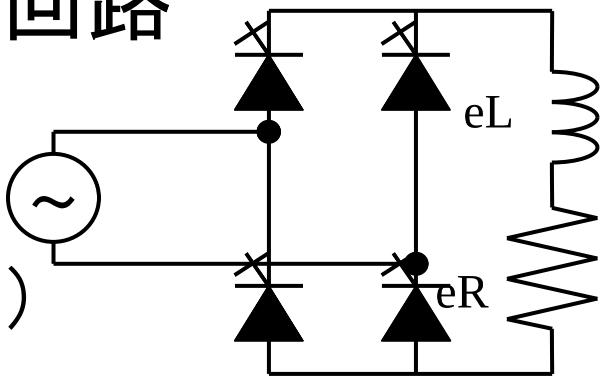
位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流出力電圧平均値

$$
\begin{aligned}
E_d &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d \, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^\pi v \, d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -v \, d\omega t\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^\pi \sqrt{2}V \sin\omega t \, d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -\sqrt{2}V \sin\omega t \, d\omega t\right\} \\
&= \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{\left[-\cos\omega t\right]_\alpha^\pi - \left[-\cos\omega t\right]_{\pi+\alpha}^{2\pi}\right\} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{\left[1+\cos\alpha\right] - \left[-1-\cos\alpha\right]\right\} \\
&= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2} \\
&= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\cos^2\frac{\alpha}{2}
\end{aligned}
$$

半波整流
回路の2倍

位相制御単相全波整流回路



- 誘導負荷
  - 導通期間（点弧角α，消弧角β）
    - $\alpha \sim \beta$（正の半波について）
    - $\pi + \alpha \sim \pi + \beta$（負の半波について）
      - $\beta >= \pi + \alpha$となる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間は$\alpha \sim \pi + \alpha$
        - » ダイオードでは常に連続導通
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d$$

      - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2} V \sin\alpha$$

$$i_0 = 0$$ ⇦ 不連続および，連続との境界

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - – 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=LsI_d+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}=\frac{a\omega+bs}{s^2+\omega^2}+\frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a=\frac{R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ b=\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ c=-L\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2} - \frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

    - 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]$$

    - 時間の原点を元に戻して

波形の絵

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right.$$
$$\left.+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\right]$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角βは

$$i_d(\beta)=0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\beta-\alpha\}\right)$$
$$+\left(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\right)\sin\{\beta-\alpha\}+\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\cos\{\beta-\alpha\}\Big]$$

    - を満たす
      - 連続導通となる条件は

$$\beta\geq\pi+\alpha$$

    - すなわち

$$i_d(\pi+\alpha)\geq 0$$

    - となればよい

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となる条件

$$i_d(\pi+\alpha)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)$$
$$+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\Big]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\Big]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\Big]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\Big]\geq 0$$

$\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}>0 \quad \exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1>0$ より $-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\geq 0$

$$\tan\alpha\leq\frac{\omega L}{R} \Rightarrow \alpha\leq\arctan\frac{\omega L}{R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 連続導通の時（厳密）
    - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d$$

    - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2} V \sin\alpha$$

$$i_0 \neq 0$$

    - ラプラス変換

$$\sqrt{2} V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2} V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（連続導通の時※厳密）
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

    - 逆変換

$$i_d(t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]+i_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\} -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right]+i_0\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（連続導通の時※厳密）
  - 連続導通の時の電流初期値

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\} \\
&\quad -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi \\
&\quad -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&= i_0
\end{aligned}
$$

よって　$i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]=\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[1+\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]$

$$
i_0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}
$$

点弧角 α がおおきくなると，電流初期値も小さくなる