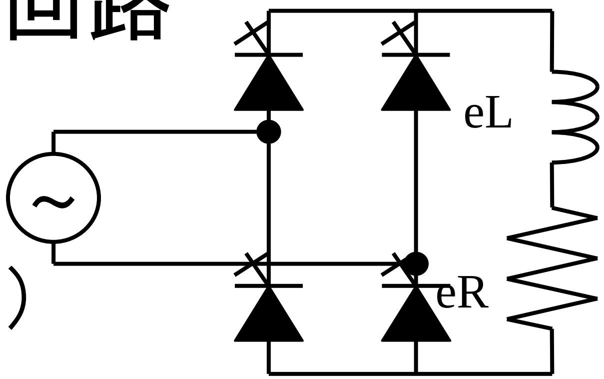
パワーエレトクロニクス
（舟木担当分）

第三回
サイリスタ位相制御回路
逆変換動作

平成22年6月21日月曜日　3限目

位相制御単相全波整流回路



- 誘導負荷
  - 導通期間（点弧角α，消弧角β）
    - $\alpha \sim \beta$（正の半波について）
    - $\pi+\alpha \sim \pi+\beta$（負の半波について）
      - $\beta >= \pi+\alpha$となる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間は$\alpha \sim \pi+\alpha$
        - » ダイオードでは常に連続導通
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\frac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

      - オン時点の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$

      - 連続導通 $i_0 = i(\alpha) = i(\beta) = i(\alpha+\pi)$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt} i_d + Ri_d$$

  - オン時点の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$
$$i_0 \neq 0$$

  - ラプラス変換

$$V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_0}{Ls+R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{V}{R^2+\omega^2 L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

    - 逆変換

$$i_d(t)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t \\ -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\} \\ -(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - 連続導通の時の電流初期値

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\right.\\
&\quad \left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\\
&= \tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\right.\\
&\quad \left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\\
&= \tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\\
&= \tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\\
&= i_0
\end{aligned}
$$

よって $i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]=\tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[1+\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]$

$$
\boxed{i_0=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}}
$$

点弧角 α がおおきくなると，電流初期値も小さくなる

位相制御単相全波整流回路

- 連続導通 $i_0 = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(-R\sin\alpha + \omega L\cos\alpha\right)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)} > 0$

$$\omega L\cos\alpha > R\sin\alpha$$

$$\frac{\omega L}{R} > \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

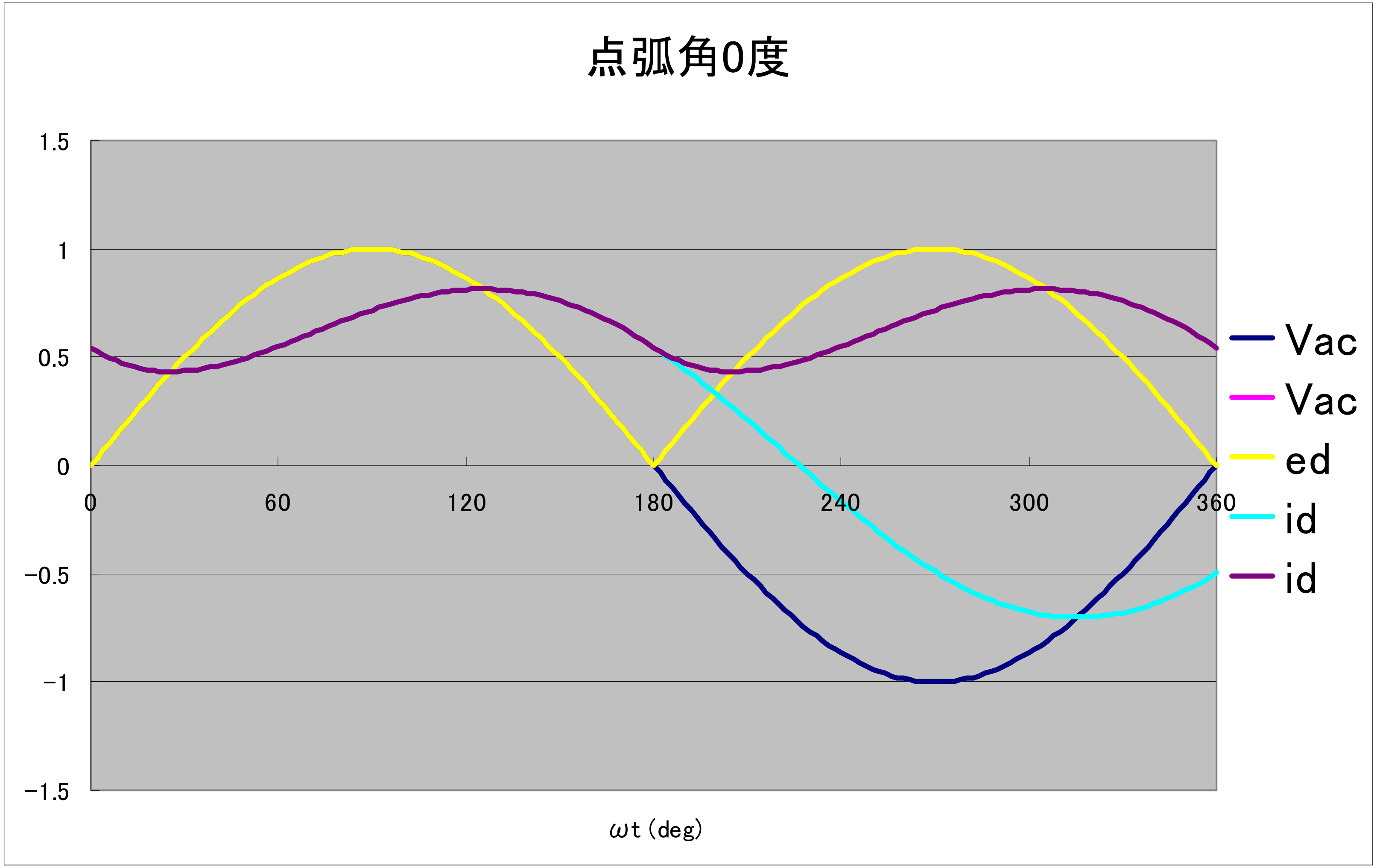
$$\tan\alpha < \frac{\omega L}{R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となったときの動作
      - Th1, Th1'が導通している状態で，Th2, Th2'に点弧パルスを与える
        - » Th2, Th2'が導通すると，Th1, Th1'と短絡回路形成
        - » 電源の内部インピーダンスがないと短絡電流発生
        - » Th1, Th1'が電源電圧で逆バイアスされターンオフ
        - » 電流連続の条件より，Th1, Th1'に流れていた電流がTh2, Th2'に移る → 転流
        - » サイリスタは自己消弧できず，転流に電源電圧が必要となるので $0 \leq \alpha < \pi$ とする必要がある

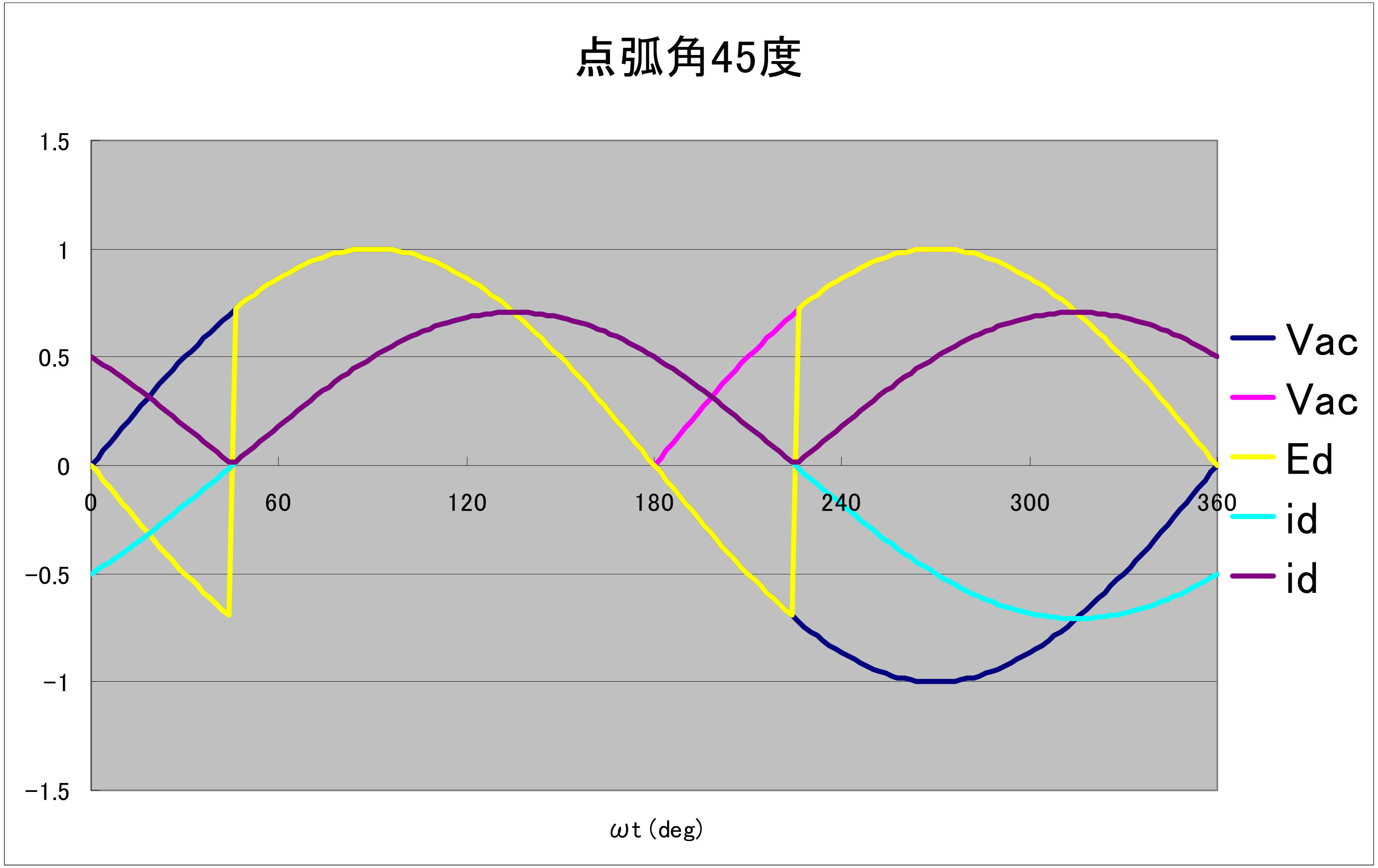
位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角0度



位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角45度



位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - 直流出力電圧平均値

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d \, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{\alpha} -v d\omega t + \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} v d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -v d\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V \sin \omega t d\omega t$$

$$= \frac{V}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{V}{\pi}\left\{-\cos(\pi+\alpha)+\cos\alpha\right\}$$

$$= \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ に対して $E_d < 0$ となるのか？

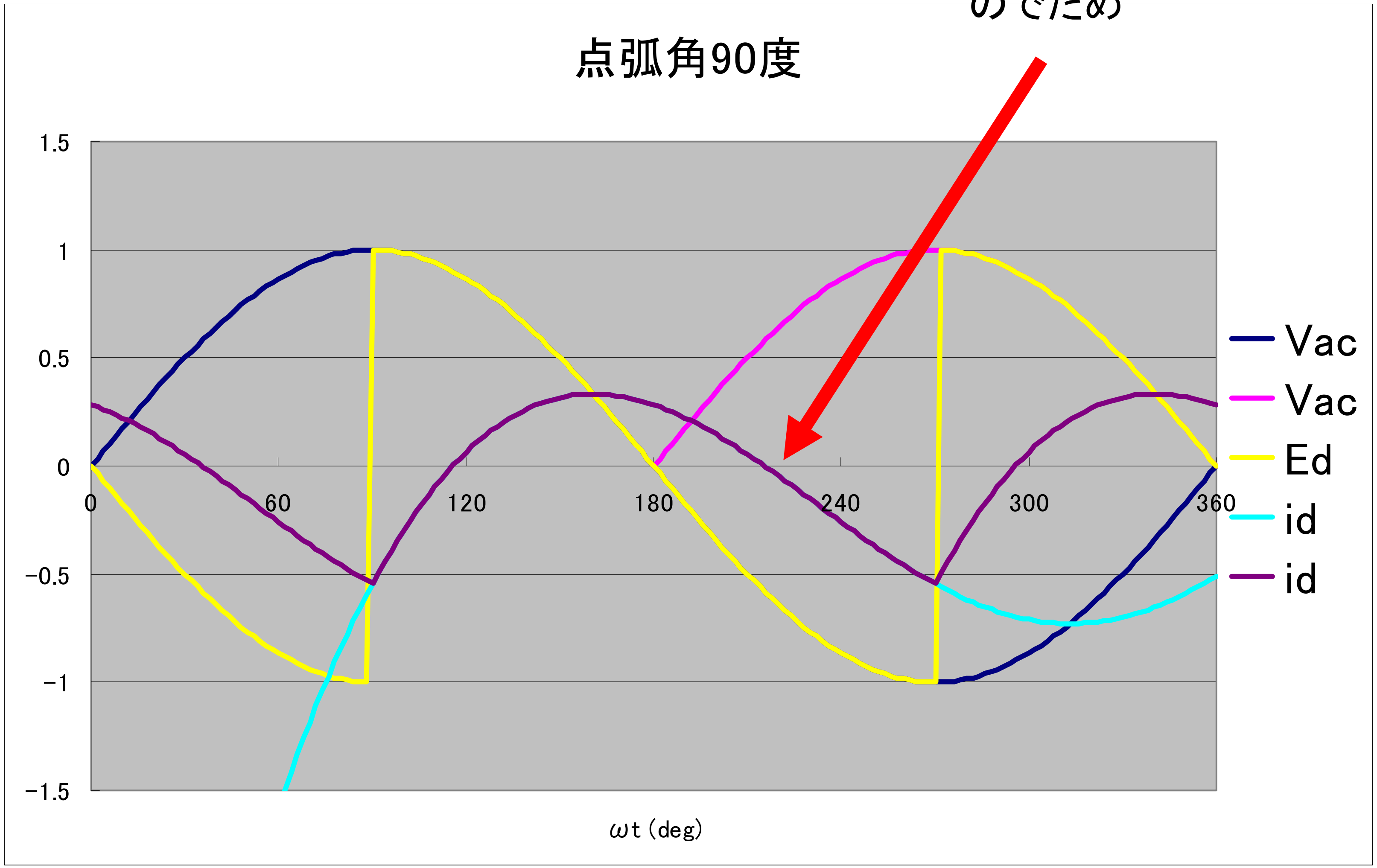
電流の符号は変わらないので，負になったら逆変換？

でも $\tan\alpha \le \dfrac{\omega L}{R}$ $\Longrightarrow$ $\alpha < \dfrac{\pi}{2}$ なので無理。不連続になる

位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角90度

電流が負になっているのでだめ

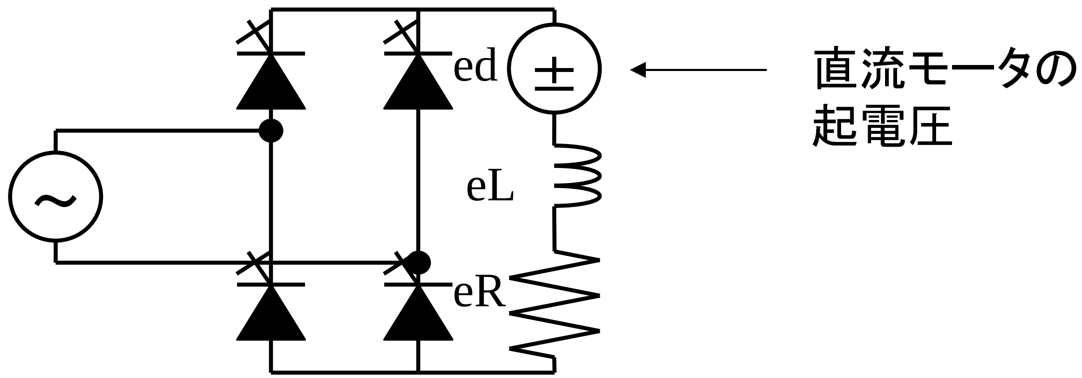


位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）
  - 逆変換動作を考える
    - 点弧角 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ 直流出力端子電圧が負になる

      $E_d < 0$

      - サイリスタの電流導通方向（符号）は一定なので，電力の符号が反転 → 逆変換
      - 直流側に電源が無い場合の制約 $\tan\alpha \le \dfrac{\omega L}{R}$
      - 直流に電源を入れた場合
        - » そもそも直流側が受動部品だけでは逆変換不可能



位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 微分方程式（正の半波導通状態）

$$v = e_L + e_R + v_{dc} = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

  - オン時点の初期値

$$v_0 = V \sin\alpha$$

$$i_0 \neq 0$$

  - ラプラス変換

$$V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s} \frac{1}{Ls + R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2} - \frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}-\frac{v_{dc}}{R}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$\begin{aligned} i_d(t) = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}&\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t \\ &-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right] \end{aligned}$$

- 時間の原点を元に戻して

$$\begin{aligned} i_d(\omega t) = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}&\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\} \\ &-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\Big] \\ &+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right] \end{aligned}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right) \\
&\quad +(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\Big] \\
&\quad + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\right] \\
&= i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&\quad +(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\Big] \\
&= i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right] \\
&= i_0
\end{aligned}
$$

$$
i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]=-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\tfrac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]
$$

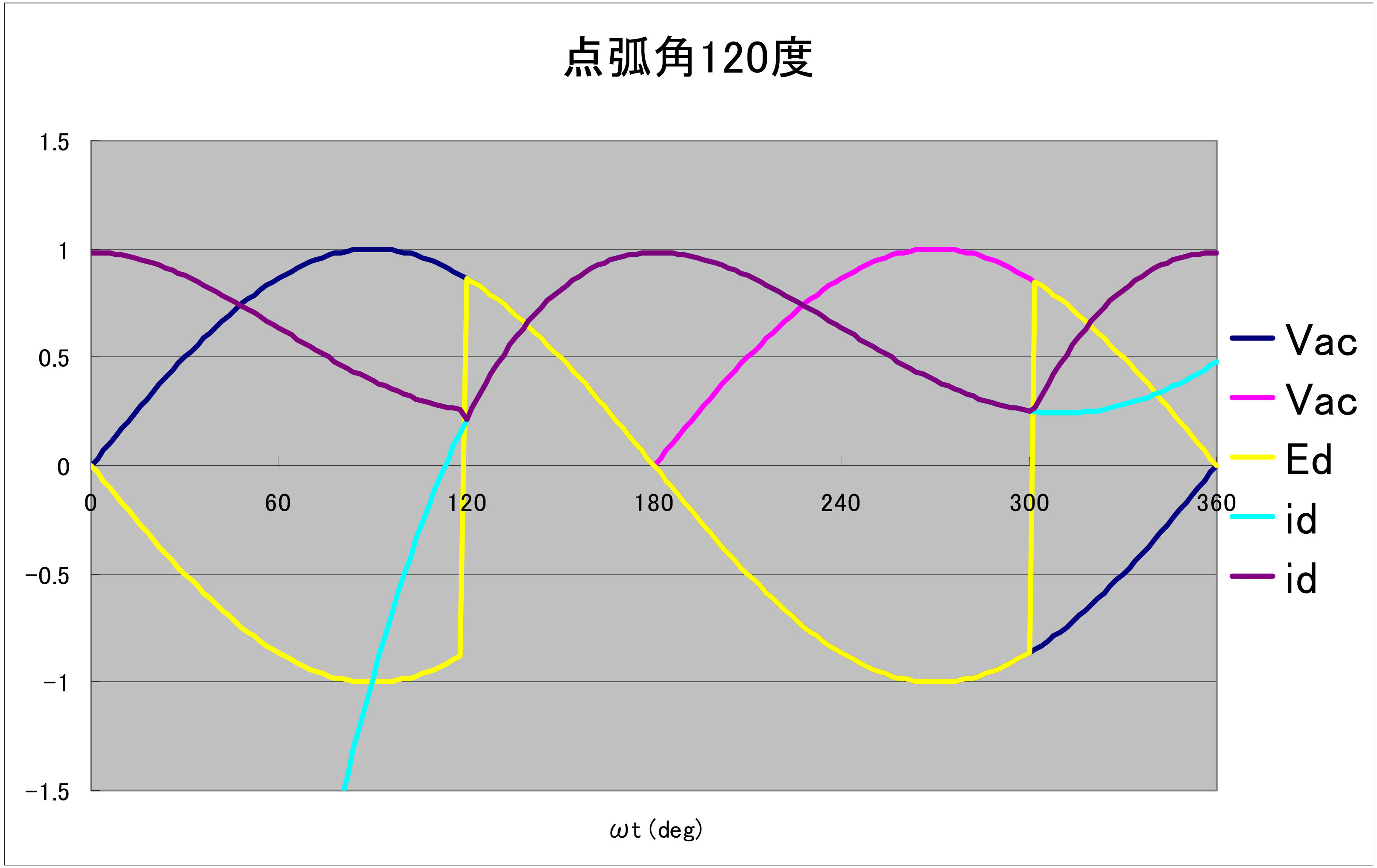
よって

$$
\boxed{i_0=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}-\frac{v_{dc}}{R}}
$$

Vdcを負にすれば，$\tan\alpha\le\dfrac{\omega L}{R}$ の制約を考えなくてよくなる

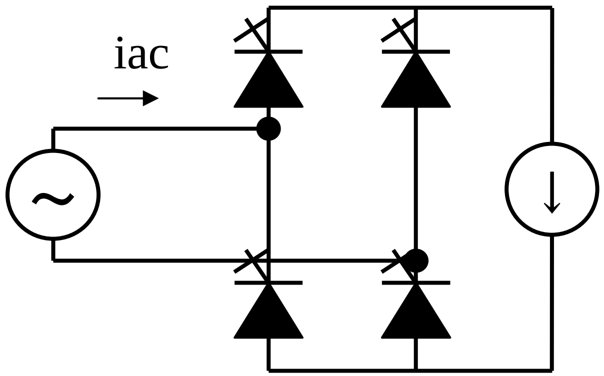
位相制御単相全波整流回路出力波形

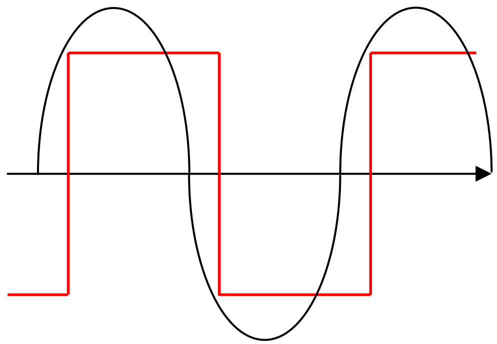
（直流電源付）の逆変換動作　点弧角120度



位相制御単相全波整流回路

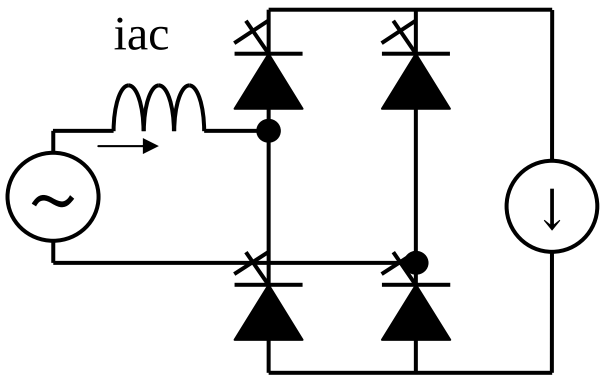
- 転流重なり角
  - 電源インピーダンスを含まない回路

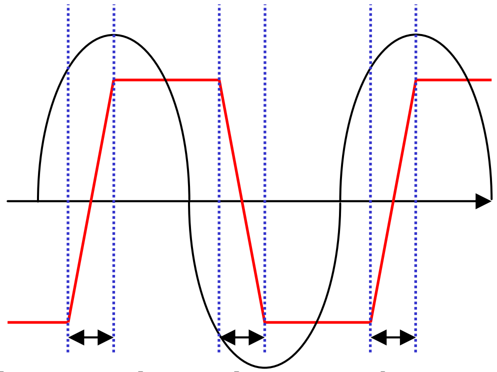




点弧時に交流電流は瞬時に反転

  - 電源インピーダンスを含んだ回路





点弧時に交流電流は瞬時に反転できない

短絡

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 簡略化のための仮定
      - 転流期間中直流電流を一定
      - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
      - 転流期間をu
    - 点弧により，交流側は短絡される
    - 回路の微分方程式

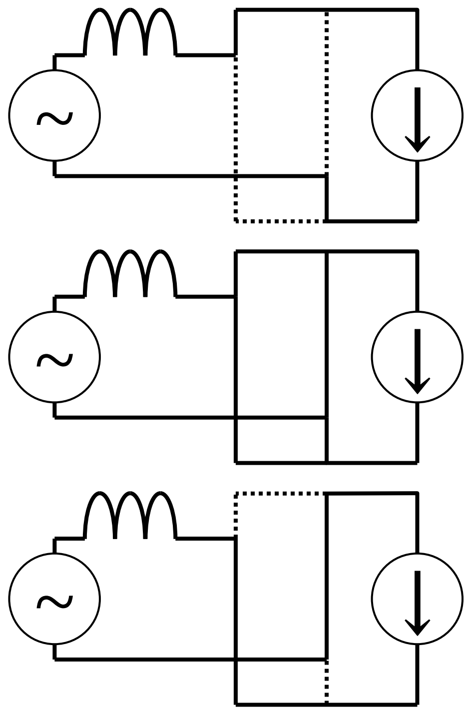
$$v = L_{ac} \frac{d}{dt} i_{ac}$$

$$v = V \sin \omega t$$

    - 点弧時の初期値

$$v_0 = V \sin \alpha$$

$$i_0 = -I_{dc}$$



位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 転流終了時（終端値）

$$\boxed{\begin{aligned} v_{end} &= V\sin(\alpha+u) \\ i_{end} &= I_{dc} \end{aligned}}$$

- ラプラス変換　　時間の原点t=0をωt=αに移動

$$\boxed{V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=L_{ac}sI_{ac}+L_{ac}I_{dc}}$$

$$\begin{aligned} I_{ac} &= \frac{1}{sL_{ac}}\left(V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}-L_{ac}I_{dc}\right) \\ &= \frac{V}{L_{ac}}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s\left(s^2+\omega^2\right)}-\frac{I_{dc}}{s} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{s}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=\frac{a}{s}+\frac{bs+c\omega}{s^2+\omega^2} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} a=\dfrac{\cos\alpha}{\omega} \\ b=-\dfrac{\cos\alpha}{\omega} \\ c=\dfrac{\sin\alpha}{\omega} \end{cases}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮

$$I_{ac} = \frac{V}{L_{ac}}\left(\frac{\cos\alpha}{\omega}\frac{1}{s} + \frac{1}{\omega}\frac{-s\cos\alpha+\omega\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\right) - \frac{I_{dc}}{s}$$

- 逆変換

$$i_{ac}(t) = \frac{V}{\omega L_{ac}}(\cos\alpha + \sin\alpha\sin\omega t - \cos\alpha\cos\omega t) - I_{dc}$$

  - 時間の原点をもとにもどす

$$i_{ac}(t) = \frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha + \sin\alpha\sin(\omega t - \alpha) - \cos\alpha\cos(\omega t - \alpha)] - I_{dc}$$

  - 終端値の条件

$$\begin{aligned} i_{ac}\left(\frac{\alpha+u}{\omega}\right) &= \frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha + \sin\alpha\sin(\alpha + u - \alpha) - \cos\alpha\cos(\alpha + u - \alpha)] - I_{dc} \\ &= \frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha + \sin\alpha\sin u - \cos\alpha\cos u] - I_{dc} \\ &= \boxed{\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha - \cos(\alpha + u)] - I_{dc} = I_{dc}} \end{aligned}$$

位相制御単相全波整流回路

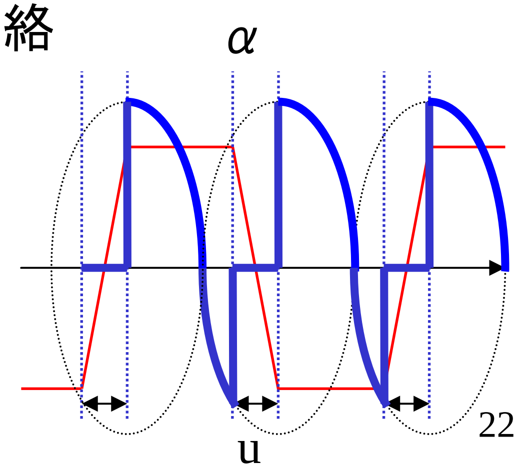
- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 転流重なり角u

$$\frac{V}{\omega L_{ac}}\left[\cos\alpha - \cos(\alpha + u)\right] = 2I_{dc}$$

$$\cos(\alpha + u) = \cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}$$

$$\boxed{u = \arccos\left(\cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right) - \alpha}$$

  - 転流重なり期間中は交流回路短絡
    - » 直流出力端子電圧　→　0
  - 直流出力端子電圧への影響



位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角uを考慮

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d\, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{\alpha} -v\, d\omega t + \int_{\alpha}^{\alpha+u} 0\, d\omega t + \int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} v\, d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{\pi+\alpha+u} 0\, d\omega t + \int_{\pi+\alpha+u}^{2\pi} -v\, d\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} V\sin\omega t\, d\omega t = \boxed{\frac{V}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\alpha+u}^{\pi+\alpha}} = \frac{V}{\pi}\left\{-\cos(\pi+\alpha)+\cos(\alpha+u)\right\}$$

$$= \frac{V}{\pi}\left\{\cos\alpha + \cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right\}$$

$$= \frac{V}{\pi}\left\{2\cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right\}$$

$$\boxed{= \frac{V}{\pi}\cos\alpha - \frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\dfrac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}$ 低下する

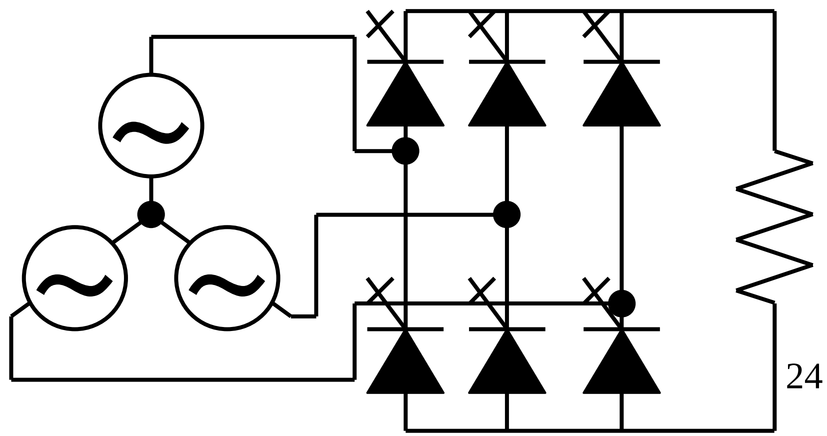
転流インピーダンス（リアクタンス）降下という

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 負荷には線間電圧が印加される
    - 相電圧
      - 三相平衡
    - 線間電圧

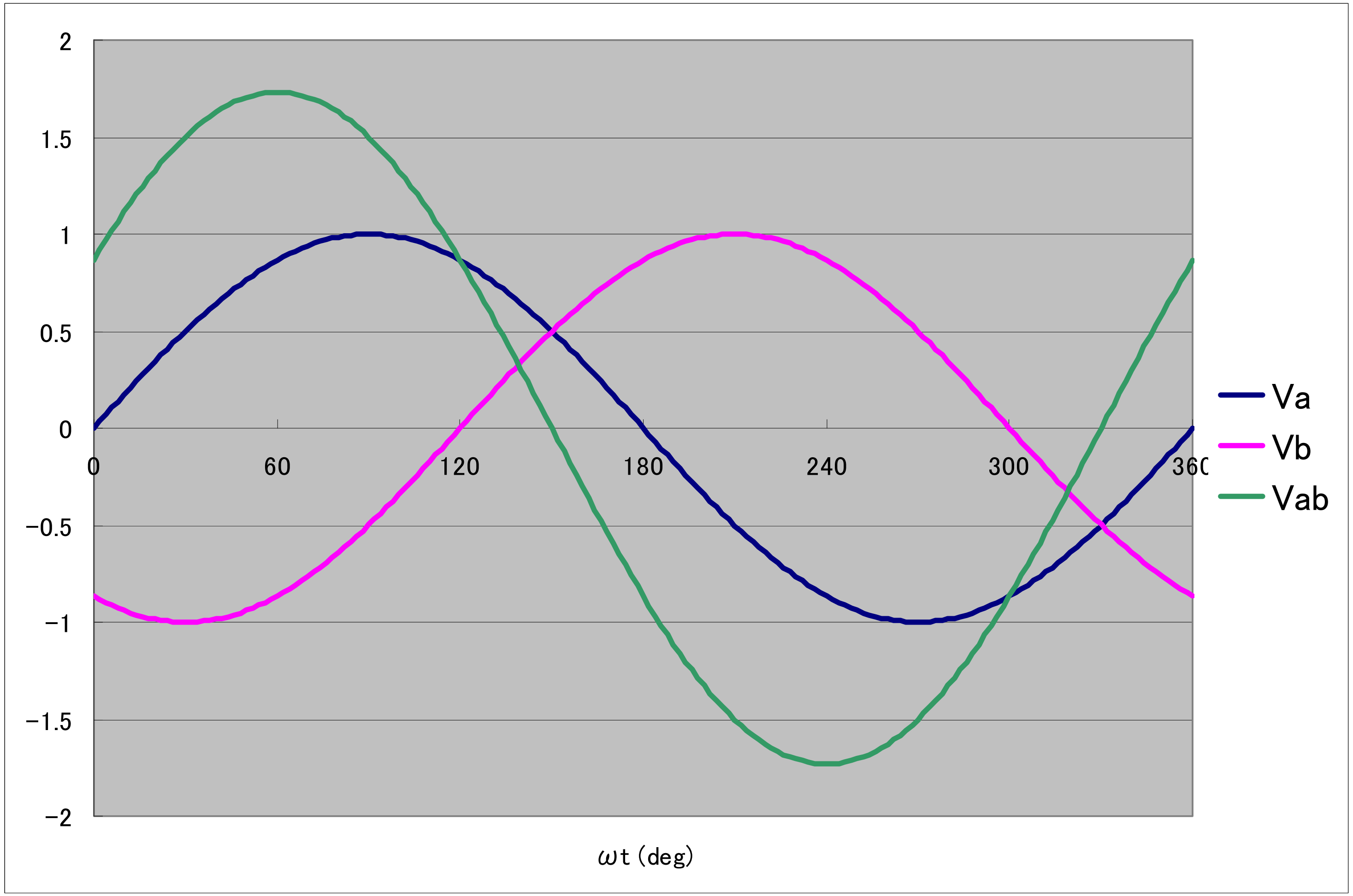
$$\begin{cases} v_a = V\sin\omega t \\ v_b = V\sin\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right) \\ v_c = V\sin\left(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{ab} = v_a - v_b = V\left\{\sin\omega t - \sin\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right)\right\} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \tfrac{\pi}{6}\right) \\ v_{bc} = v_b - v_c = V\left\{\sin\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right) - \sin\left(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi\right)\right\} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \tfrac{\pi}{2}\right) \\ v_{ca} = v_c - v_a = V\left\{\sin\left(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi\right) - \sin\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right)\right\} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \tfrac{5}{6}\pi\right) \\ v_{ba} = -v_{ab} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \tfrac{5}{6}\pi\right) \\ v_{cb} = -v_{bc} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \tfrac{\pi}{2}\right) \\ v_{ac} = -v_{ca} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \tfrac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$



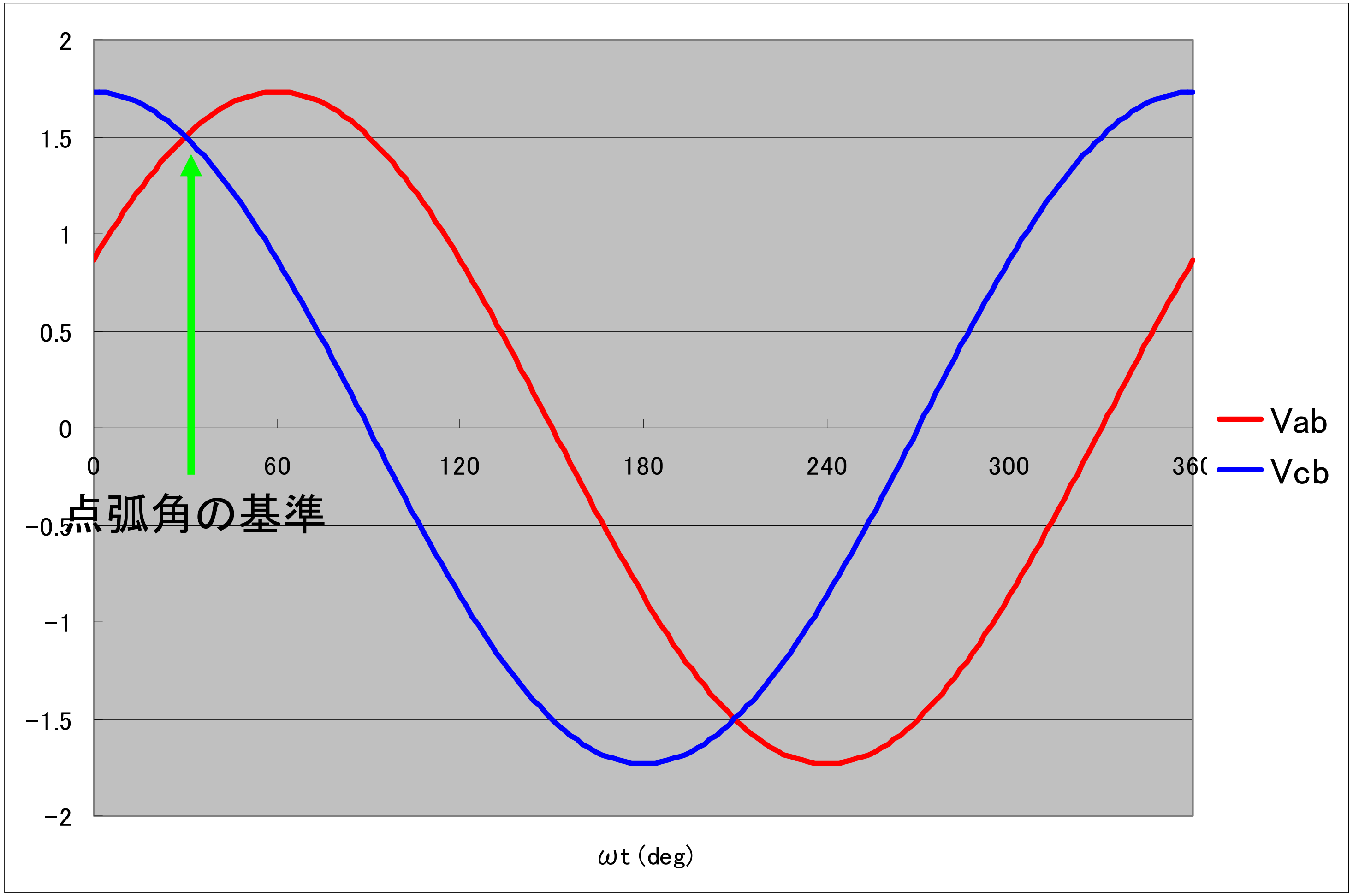
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 負荷には線間電圧が印加される



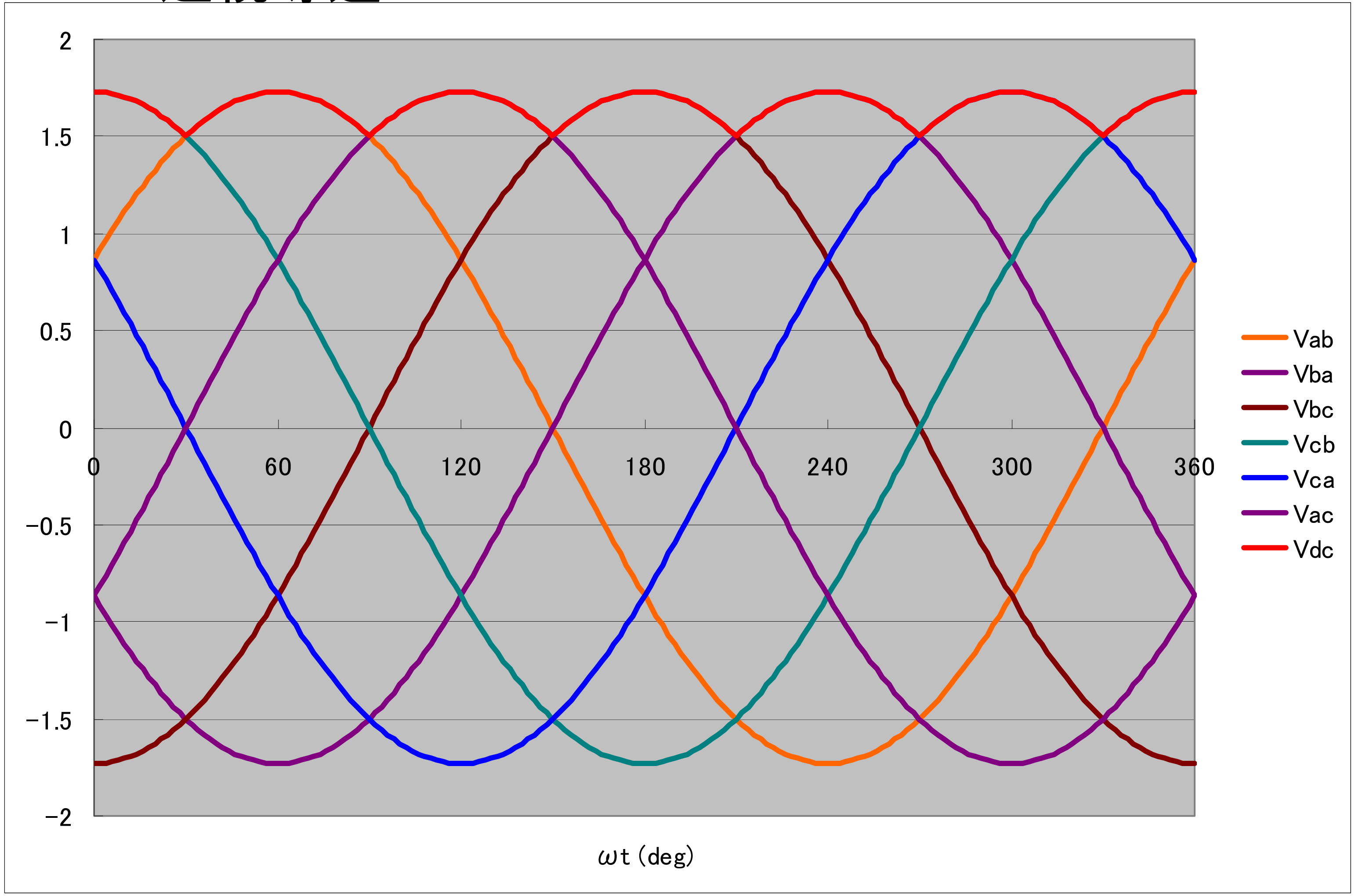
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 点弧角
    - 線間電圧の零クロス点を基準(0< α < π)



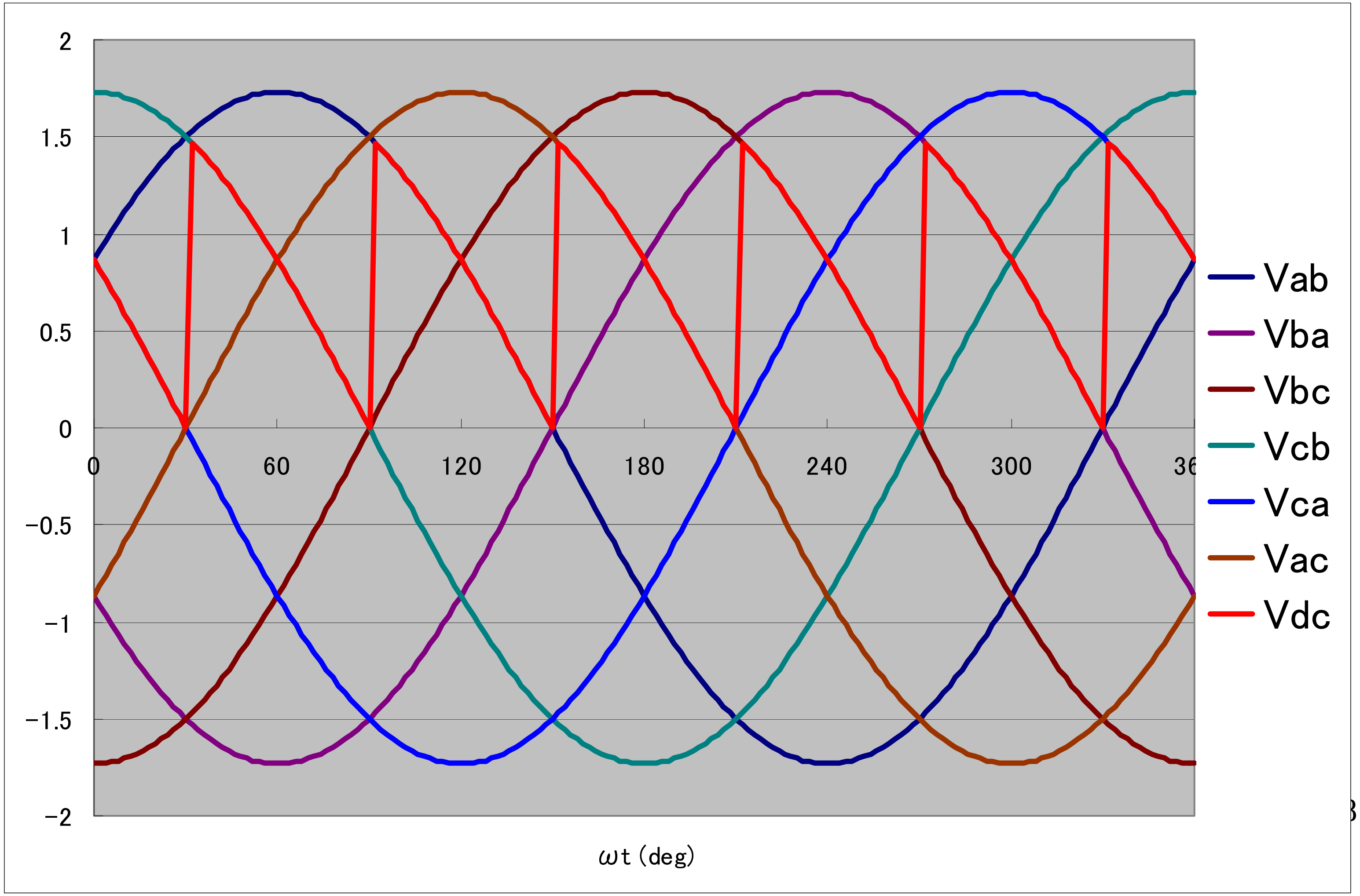
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 点弧角　α=0度(ダイオード整流回路と同じ)
    - 連続導通　ゲート信号は1/6周期毎



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 点弧角　α=60度
    - 連続導通



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 点弧範囲
    - $0 \leqq \alpha < 120$
      - $0 \leqq \alpha < 180$度の間 Vab>Vcbである
      - $120 < \alpha$でVab<0となる
        - » 逆バイアスとなるので点弧できない
    - 連続導通範囲
      - $0 \leqq \alpha \leqq 60$
    - 不連続導通範囲
      - $60 \leqq \alpha < 120$
  - 単相全波回路の場合
    - 点弧範囲
      - $0 \leqq \alpha < 180$
      - 連続導通範囲
        - » $0 = \alpha$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流平均出力電圧
    - 連続導通の範囲（0≦α≦60）

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d\, d\omega t$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{6}+\alpha} v_{cb}\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab}\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} v_{ac}\, d\omega t\right.$$

$$\left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}+\alpha} v_{bc}\, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} v_{ba}\, d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}+\alpha} v_{ca}\, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb}\, d\omega t\right]$$

$$\boxed{= \frac{6}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha+\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$\boxed{= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\cos\alpha}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流平均出力電圧
    - 不連続導通の範囲（60≦α<120 ）

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d \, d\omega t$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} v_{cb} \, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}} v_{ab} \, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}} v_{ac} \, d\omega t\right.$$

$$\left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}} v_{bc} \, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}} v_{ba} \, d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{2}} v_{ca} \, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb} \, d\omega t\right]$$

$$= \frac{6}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t$$

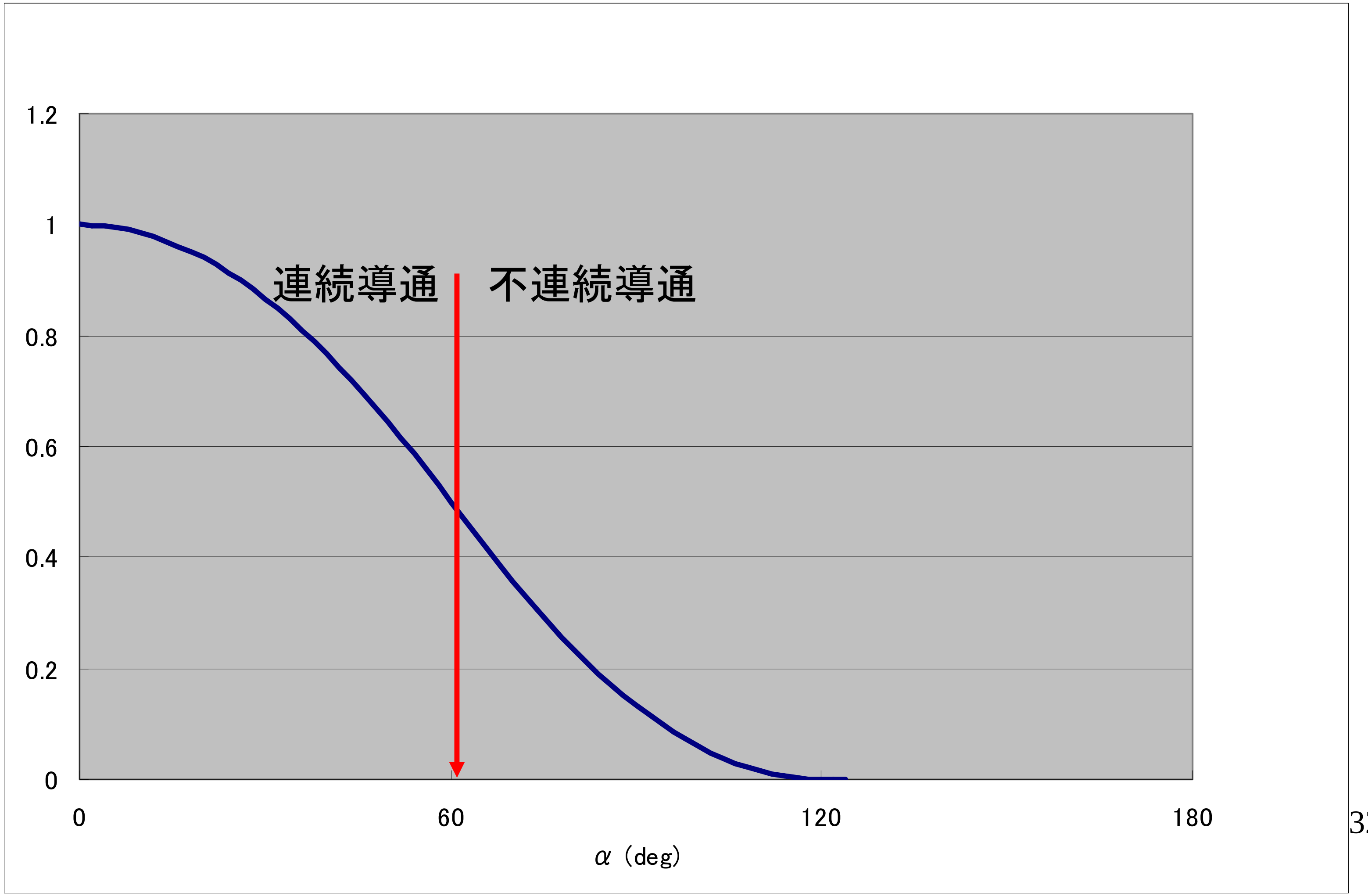
$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\right]$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流平均出力電圧の点弧角特性



位相制御三相全波整流回路

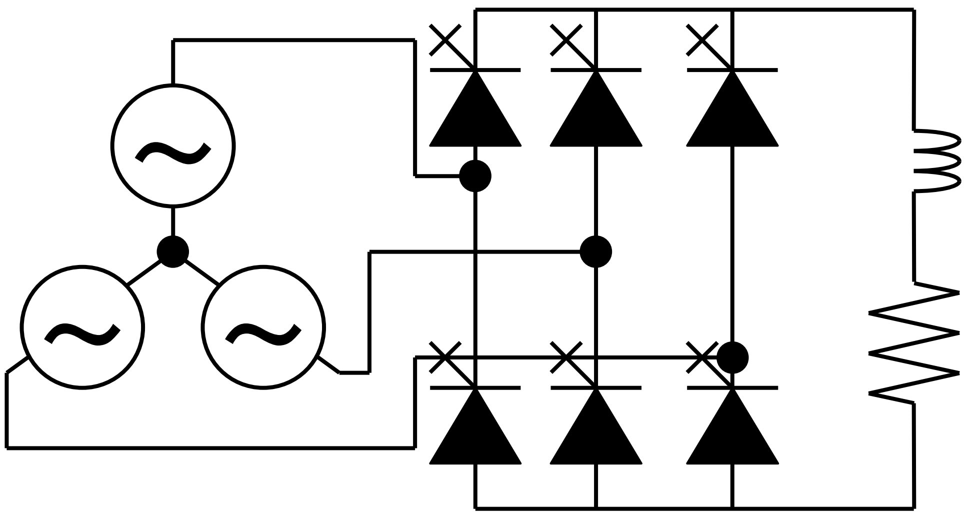
- 誘導性負荷
  - 負荷には線間電圧が印加される
    （直流出力端子には線間電圧が出力される）

相電圧

$$\begin{cases} v_a = V\sin\omega t \\ v_b = V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ v_c = V\sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \end{cases}$$

線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ v_{bc} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ v_{ca} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right) \\ v_{ba} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \frac{5}{6}\pi\right) \\ v_{cb} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ v_{ac} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$



位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電圧・電流の振る舞い
    - サイリスタの導通期間中，出力される三相交流の線間電圧はL,Rが分担
      - 負荷電圧
        - » 導通期間中 $e_d = e_L + e_R = v_{xx}$
        - » 非導通期間中 $e_d = e_L + e_R = 0$

いづれかの
線間電圧

      - Lの印加電圧 $e_L = L \frac{d}{dt} i_d$
      - Rの印加電圧 $e_R = Ri_d$
      - サイリスタの印加電圧
        - » 導通期間中 $e_{th} = 0$
          通電電流が0以下になるまで導通を継続
        - » 非導通期間中 $e_{th} =$ 線間電圧を分圧したもの

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形（周期定常状態）を求める
    - 点弧角をαとする（線間電圧の零クロス点を基準）
      - 点弧可能な範囲は？
        - » 抵抗負荷のとき　$0 \le \alpha < 120\,\mathrm{deg}$
    - サイリスタがオン状態の微分方程式

$$v_{xx} = e_L + e_R = L\frac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

      - オン時点の初期値
        - » Th1がオンする時点を解析
（1/6周期毎の対称波形）
点弧時点を時間の原点にとる　$\omega t = \alpha + \frac{\pi}{6}$

$$v_0 = \sqrt{3}V\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

i_0　　連続導通なら $i_0 \neq 0$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形（周期定常状態）を求める
    - ラプラス変換（ab相線間電圧がオン）

$$\sqrt{3}V\sin\left(\omega t+\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)=L\tfrac{d}{dt}i_d+Ri_d$$

$$\sqrt{3}V\,\frac{\omega\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+s\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}{s^2+\omega^2}=LsI_d-Li_0+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{3}V\,\frac{\omega\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+s\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}+\frac{Li_0}{Ls+R}$$

$$I_d=\frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\frac{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\omega+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}{s+\frac{R}{L}}\right\}+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2 L^2}\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\sin\omega t\right.$$
$$+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cos\omega t$$
$$\left.-\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right\}+i_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{V}{R^2+\omega^2 L^2}\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\sin\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right.$$
$$+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cos\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$$
$$\left.-\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right]\right\}$$
$$+i_0\exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - Th1点弧時電流初期値と終端値（Th2の点弧時）

$$
\begin{aligned}
i_d\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}\right)=&\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big\{\left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\\
&+\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\\
&-\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left[-\tfrac{R}{\omega L}\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]\Big\}\\
&+i_0\exp\left[-\tfrac{R}{\omega L}\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]\\
=&\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big\{\left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\tfrac{\pi}{3}\\
&+\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\tfrac{\pi}{3}\\
&-\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\Big\}\\
&+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\\
=&\,i_0
\end{aligned}
$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - Th1点弧時電流初期値と終端値（Th2の点弧時）

$$
\begin{aligned}
i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\right] &= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\tfrac{\pi}{3}\right. \\
&\quad+\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\tfrac{\pi}{3} \\
&\quad\left.-\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\right\} \\
&= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\tfrac{\pi}{3}\right. \\
&\quad-\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\tfrac{\pi}{3} \\
&\quad\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\right\} \\
&= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{R\left[\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\sin\tfrac{\pi}{3}-\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\cos\tfrac{\pi}{3}\right]\right. \\
&\quad+\omega L\left[\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\sin\tfrac{\pi}{3}+\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\cos\tfrac{\pi}{3}\right] \\
&\quad\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\right\}
\end{aligned}
$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - Th1点弧時電流初期値と終端値（Th2の点弧時）

$$i_0\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{-R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)\right.$$
$$\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}$$
$$=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\right.$$
$$\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}$$

$$i_0=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)}+R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right\}$$

連続導通の限界　　$i_0=0$

$$\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)}+R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通の限界

$$\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)}+R\left[\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{3}\right]-\omega L\left[\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}\right]=0$$

$$\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)}+R\left[\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right]-\omega L\left[\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right]=0$$

$$\begin{aligned}&\sin\alpha\left\{-R+\left(\frac{1}{2}R+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}\\&+\cos\alpha\left\{\omega L+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R-\frac{1}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}=0\end{aligned}$$

$$\tan\alpha=\frac{\omega L+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R-\frac{1}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}{R-\left(\frac{1}{2}R+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d \, d\omega t$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{6}+\alpha} v_{cb}\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab}\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} v_{ac}\, d\omega t\right.$$

$$\left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}+\alpha} v_{bc}\, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} v_{ba}\, d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}+\alpha} v_{ca}\, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb}\, d\omega t\right]$$

$$= \frac{6}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t$$

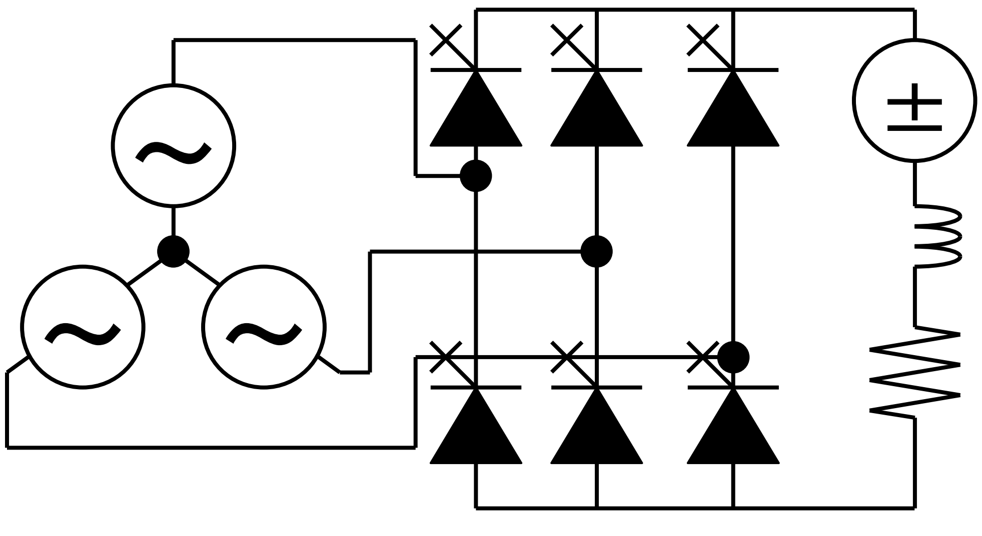
$$\boxed{= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$\boxed{= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\cos\alpha}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）
  - 逆変換動作を考える
    - 連続導通の条件で，点弧角を $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ とすると，直流出力端子電圧が負になる $E_d < 0$
      - サイリスタの電流導通方向（符号）は一定なので，電力の符号が反転 → 逆変換
      - 直流に電源を入れて，直流電源から交流側に電力を供給することを考える。



位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 微分方程式（正の半波導通状態）

$$v_{xx} = e_L + e_R + v_{dc} = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{3}V \sin\left(\alpha + \tfrac{\pi}{6} + \tfrac{\pi}{6}\right) \qquad i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \alpha + \tfrac{\pi}{3}\right) = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

$$\sqrt{3}V \frac{\omega\cos\left(\alpha + \tfrac{\pi}{3}\right) + s\sin\left(\alpha + \tfrac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{3}V \frac{\omega\cos\left(\alpha + \tfrac{\pi}{3}\right) + s\sin\left(\alpha + \tfrac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2}\frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s}\frac{1}{Ls + R}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\frac{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\omega+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]s}{s^2+\omega^2} - \frac{R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}{s+\frac{R}{L}}\right\} + \frac{i_0}{s+\frac{R}{L}} - \frac{v_{dc}}{R}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$\begin{aligned} i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}&\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\sin\omega t\right. \\ &+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cos\omega t \\ &\left.-\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right\} + i_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \\ &-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right] \end{aligned}$$

- 時間の原点を元に戻して

$$\begin{aligned} i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}&\left\{\left[R\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\sin\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right. \\ &+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cos\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right) \\ &\left.-\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right]\right\} \\ &+i_0\exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right]-\frac{v_{dc}}{R}\left\{1-\exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right]\right\} \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

$$
\begin{aligned}
i_d\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}\right) = \tfrac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big\{ & \left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right) \\
& +\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right) \\
& -\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left[-\tfrac{R}{\omega L}\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]\Big\} \\
& +i_0\exp\left[-\tfrac{R}{\omega L}\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]-\tfrac{v_{dc}}{R}\left\{1-\exp\left[-\tfrac{R}{\omega L}\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{6}-\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]\right\} \\
= \tfrac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big\{ & \left[R\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)+\omega L\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\sin\tfrac{\pi}{3} \\
& +\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\cos\tfrac{\pi}{3} \\
& -\left[R\sin\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)\right]\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\Big\} \\
& +i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\tfrac{\pi}{3}\right)\right] \\
= i_0 &
\end{aligned}
$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

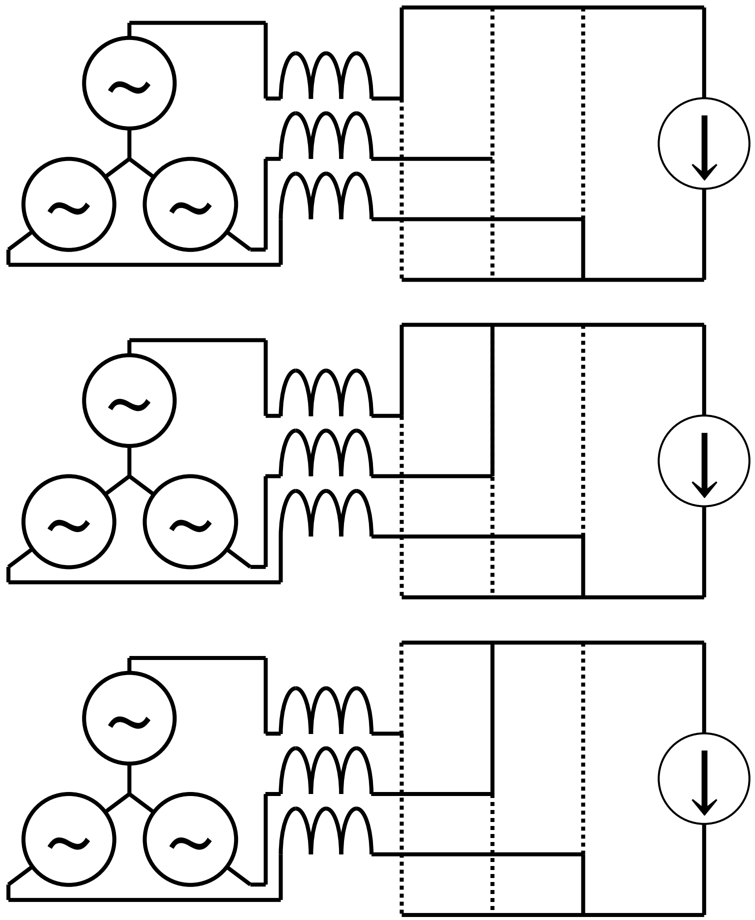
$$i_0\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{-R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)+\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)\right.$$
$$\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}$$
$$-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]$$
$$=\frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\right.$$
$$\left.+\left[R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]\right\}$$
$$-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

よって $i_0=\frac{\sqrt{3}V}{R^2+\omega^2L^2}\left\{\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)}+R\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\omega L\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right\}-\frac{v_{dc}}{R}$

Vdcを負にすれば，$\tan\alpha\leq\frac{\omega L+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R-\frac{1}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}{R-\left(\frac{1}{2}R+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right)\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}$ の制約を考えなくてよくなる

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角



位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 簡略化のための仮定
      - 転流期間中直流電流を一定
      - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
      - 転流期間をu
    - 点弧により，交流側三相のうち二相が短絡される
      - 回路ず
      - Th1点弧時にac相が短絡される
      - 回路の微分方程式

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac}\frac{d}{dt}i_a - v_b + L_{ac}\frac{d}{dt}i_b \\ e_d = v_c - L_{ac}\frac{d}{dt}i_c - v_b + L_{ac}\frac{d}{dt}i_b \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 回路の微分方程式

$$i_b = i_{dc} \quad \text{直流電流一定の仮定} \quad \tfrac{d}{dt} i_b = 0 \quad i_a + i_c = i_{dc}$$

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \tfrac{d}{dt} i_a - v_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \tfrac{d}{dt} \left(i_{dc} - i_a \right) - v_b = v_c + L_{ac} \tfrac{d}{dt} i_a - v_b \end{cases}$$

$$v_a - L_{ac} \tfrac{d}{dt} i_a - v_b = v_c + L_{ac} \tfrac{d}{dt} i_a - v_b$$

$$2L_{ac} \tfrac{d}{dt} i_a = v_a - v_c$$

$$\tfrac{d}{dt} i_a = \tfrac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \qquad v_{ac} = \sqrt{3} V \sin\left(\omega t - \tfrac{\pi}{6} \right)$$

$$= \tfrac{\sqrt{3} V}{2L_{ac}} \sin\left(\omega t - \tfrac{\pi}{6} \right)$$

$$i_a = i_{a0} - \tfrac{\sqrt{3} V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \tfrac{\pi}{6} \right)$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 回路の微分方程式
      - » Th1に点弧信号を与えたときの初期条件

$$i_a\left(\alpha+\tfrac{\pi}{6}\right)=0 \qquad i_c\left(\alpha+\tfrac{\pi}{6}\right)=i_{dc}$$

$$0=i_{a0}-\frac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{6}-\tfrac{\pi}{6}\right)$$

$$i_{a0}=\frac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\cos\alpha$$

      - » 転流中におけるTh1電流の応答

$$i_a=\frac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\cos\left(\omega t-\tfrac{\pi}{6}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\left[\cos\alpha-\cos\left(\omega t-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 回路の微分方程式
      - » 転流重なり角をuとすると，転流終了時の条件

$$
\begin{aligned}
i_a\left(\alpha+\tfrac{\pi}{6}+u\right) &= \tfrac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\left[\cos\alpha-\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{6}+u-\tfrac{\pi}{6}\right)\right] \\
&= \tfrac{\sqrt{3}V}{2\omega L_{ac}}\left[\cos\alpha-\cos\left(\alpha+u\right)\right] \\
&= i_{dc}
\end{aligned}
$$

$$
\cos\left(\alpha+u\right)=\cos\alpha-\tfrac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{3}V}i_{dc}
$$

      - » 転流中において直流側に現れる電圧

$$
\begin{aligned}
e_d &= v_a - L_{ac}\tfrac{d}{dt}i_a - v_b \\
&= v_{ab} - L_{ac}\tfrac{1}{2L_{ac}}v_{ac} \\
&= v_{ab} - \tfrac{1}{2}v_{ac}
\end{aligned}
$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角uを考慮

$$
\begin{aligned}
E_d &= \tfrac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d\,d\omega t = \tfrac{6}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} e_d\,d\omega t \\
&= \frac{3}{\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}\left(v_{ab}-\tfrac{1}{2}v_{ac}\right)d\omega t+\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab}\,d\omega t\right\} \\
&= \frac{3}{\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab}\,d\omega t-\tfrac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} v_{ac}\,d\omega t\right\} \\
&= \frac{3}{\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha}\sqrt{3}V\sin\left(\omega t+\tfrac{\pi}{6}\right)d\omega t-\tfrac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}\sqrt{3}V\sin\left(\omega t-\tfrac{\pi}{6}\right)d\omega t\right\} \\
&= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha}\sin\left(\omega t+\tfrac{\pi}{6}\right)d\omega t-\tfrac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}\sin\left(\omega t-\tfrac{\pi}{6}\right)d\omega t\right\} \\
&= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left\{\left[-\cos\left(\omega t+\tfrac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha}-\tfrac{1}{2}\left[-\cos\left(\omega t-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}\right\}
\end{aligned}
$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角uを考慮

$$
\begin{aligned}
E_d &= \tfrac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left\{-\cos\left(\tfrac{\pi}{2}+\alpha+\tfrac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\tfrac{\pi}{6}+\alpha+\tfrac{\pi}{6}\right)\right. \\
&\quad \left. -\tfrac{1}{2}\left[-\cos\left(\tfrac{\pi}{6}+\alpha+u-\tfrac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\tfrac{\pi}{6}+\alpha-\tfrac{\pi}{6}\right)\right]\right\} \\
&= \tfrac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left\{-\cos\left(\alpha+\tfrac{2}{3}\pi\right)+\cos\left(\alpha+\tfrac{\pi}{3}\right)-\tfrac{1}{2}\left[-\cos(\alpha+u)+\cos\alpha\right]\right\} \\
&= \tfrac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left\{\cos\alpha-\tfrac{1}{2}\tfrac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{3}V}i_{dc}\right\} \\
&= \tfrac{3\sqrt{3}V}{\pi}\cos\alpha-\tfrac{3\omega L_{ac}}{\pi}i_{dc}
\end{aligned}
$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{3\omega L_{ac}}{\pi}i_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス（リアクタンス）降下という