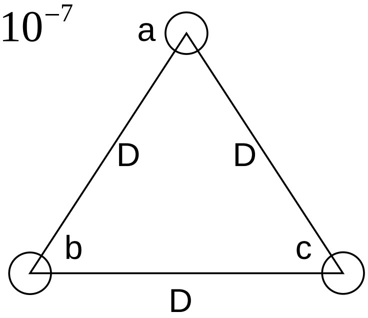
電力システム解析論

第5回　送電線路のモデル
インダクタンス3
キャパシタンス
平成22年11月12日

三相送電線のインダクタンス 等間隔配置

- 導体aの鎖交磁束ψa(WbT/m)　　Ds:GMR

$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$



- 三相交流
  - 電流条件　$I_a + I_b + I_c = 0$

$$I_a = -\left(I_b + I_c \right)$$

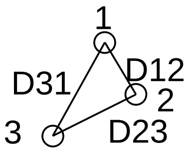
- 導体aのインダクタンスLa(H/m)

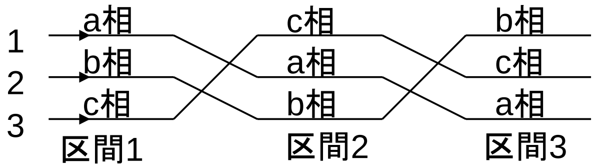
$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合，不等間隔配置となる





  - a相の鎖交磁束
    - 区間1 $\psi_{a1} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
    - 区間2 $\psi_{a2} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
    - 区間3 $\psi_{a3} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

- 三相交流 $I_a = -(I_b + I_c)$

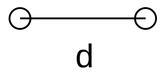
$$\psi_a = \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

GMD $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

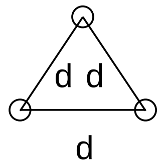
送電線の多導体化

- 送電線の等価半径(GMR)を大きくしてコロナ放電を防ぐ
  - 二導体 GMR



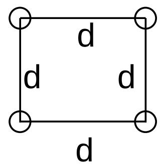
$$D_s^b = \sqrt[4]{\left(D_s d\right)^2} = \sqrt{D_s d}$$

  - 三導体GMR



$$D_s^b = \sqrt[9]{\left(D_s dd\right)^3} = \sqrt[3]{D_s d^2}$$

  - 四導体GMR



$$D_s^b = \sqrt[16]{\left(D_s \sqrt{2} ddd\right)^4} \cong 1.09 \sqrt[4]{D_s d^3}$$

送電線路のキャパシタンス

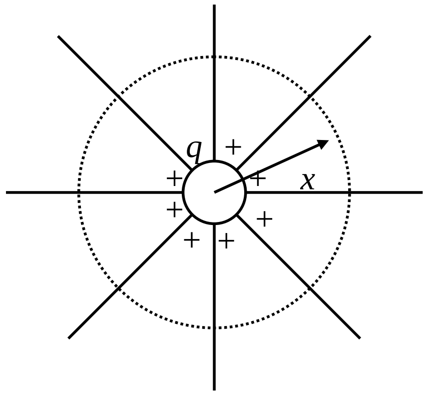
送電線路の静電容量
円柱導体の電界

- 一様媒体中の充分に長い真直ぐな円柱導体
  - 導体上に電荷が一様分布
  - 電束は放射状に伸びる
  - 円柱表面上の電位は同じ
  - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離xの位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

  - q:導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \varepsilon} \quad V/m$$



真空の誘電率 ε_0=8.85x10^{-12}F/m

ε :誘電率

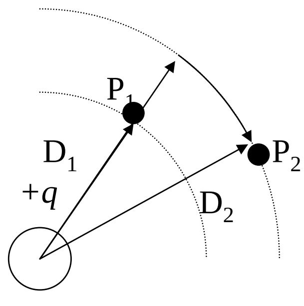
送電線路の静電容量
電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷q C/mを持つ円柱導体
- 点P1,P2は各々導体の中心からD1,D2離れている
- P1,P2間の電位差

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} e dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon} dx$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon}\left[\log_e x\right]_{D_1}^{D_2}$$

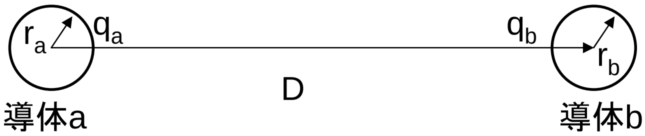
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V$$



送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
  - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C=\frac{q}{v}\quad F/m$$



- 二導体間の電位差
  - 導体a上の電荷qaによる電圧降下 $V_a=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a}\quad V$
  - 導体b上の電荷qbによる電圧降下 $V_b=\frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D}\quad V$
  - 重ね合わせ $V_{ab}=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a}+\frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D}\quad V$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合 $q_a=-q_b$

$$V_{ab}=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a}-\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D}=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D^2}{r_ar_b}\quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab}=\frac{q_a}{V_{ab}}=\frac{q_a}{\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D^2}{r_ar_b}}=\frac{2\pi\varepsilon}{\log_e\frac{D^2}{r_ar_b}}\quad F/m$$

- 導体径が等しい場合 $r_a=r_b=r$

$$C_{ab}=\frac{2\pi\varepsilon}{\log_e\frac{D^2}{r^2}}=\frac{2\pi\varepsilon}{2\log_e\frac{D}{r}}=\frac{\pi\varepsilon}{\log_e\frac{D}{r}}\quad F/m$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合

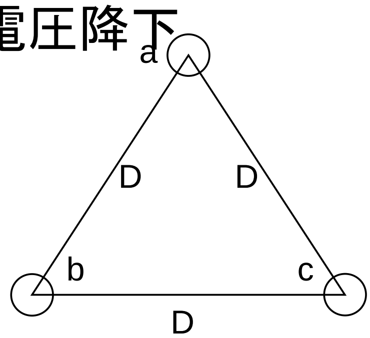
$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

- 周波数*f*におけるリアクタンス(比誘電率ε_r=1)

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 導体半径r, 導体間距離D
- 導体a,b上の電荷q_a,q_bによるab間の電圧降下



$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 導体c上の電荷q_cによる電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるab間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + \left[q_b + q_c \right] \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

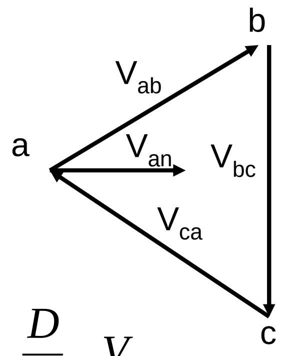
- 三相交流

$$q_a = -q_b - q_c$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧



$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} V_{an} (0.866 + j0.5)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} V_{an} e^{-j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} V_{an} (0.866 - j0.5)$$

$$V_{ab} + V_{ca} = 3V_{an} \qquad V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

- 中性点に対する静電容量

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

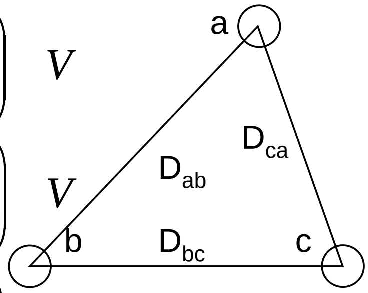
送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 導体半径r，導体間距離D_{ab},D_{bc},D_{ca}
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによる電圧降下

$$V_{ab}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{ab}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{ab}}+q_c\log_e\frac{D_{bc}}{D_{ca}}\right)\quad V$$

$$V_{bc}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{ca}}{D_{ab}}+q_b\log_e\frac{D_{bc}}{r}+q_c\log_e\frac{r}{D_{bc}}\right)\quad V$$

$$V_{ca}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{r}{D_{ca}}+q_b\log_e\frac{D_{ab}}{D_{bc}}+q_c\log_e\frac{D_{ca}}{r}\right)\quad V$$



送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
  - 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab}=\frac{1}{3}\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\begin{array}{l} q_a\log_e\frac{D_{ab}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{ab}}+q_c\log_e\frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ +q_c\log_e\frac{D_{ca}}{D_{ab}}+q_a\log_e\frac{D_{bc}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{bc}} \\ +q_b\log_e\frac{r}{D_{ca}}+q_c\log_e\frac{D_{ab}}{D_{bc}}+q_a\log_e\frac{D_{ca}}{r} \end{array}\right)\quad V$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$V_{ab}=\frac{1}{6\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}{r^3}+q_b\log_e\frac{r^3}{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}+q_c\log_e\frac{D_{bc}D_{ca}D_{ab}}{D_{ca}D_{ab}D_{bc}}\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}}+q_c\log_e 1\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{eq}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{eq}}\right)\quad V$$

$$D_{eq}=\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{eq}}{r}+q_c\log_e\frac{r}{D_{eq}}\right)\quad V$$

  – 中性点に対する相電圧

$$V_{ab}+V_{bc}=3V_{an}$$

$$3V_{an}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a\log_e\frac{D_{eq}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{eq}}\right)+\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_b\log_e\frac{D_{eq}}{r}+q_c\log_e\frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a\log_e\frac{D_{eq}}{r}+q_b\log_e\frac{r}{D_{eq}}+q_c\log_e\frac{r}{D_{eq}}\right)$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 三相交流の条件 $q_a + q_b + q_c = 0$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c]\log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{3}{2\pi\varepsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

  – 静電容量 $C_{an} = \dfrac{q_a}{V_{an}} = \dfrac{2\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D_{eq}}{r}}$