

電力システム解析論

第7回 送電線路のキャパシタンス2

平成22年11月26日

2010/11/26

電力システム解析論

1

送電線路の静電容量 二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
 - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差

– 導体a上の電荷 q_a による電圧降下 $V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} \quad V$

– 導体b上の電荷 q_b による電圧降下 $V_b = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

– 重ね合わせ $V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

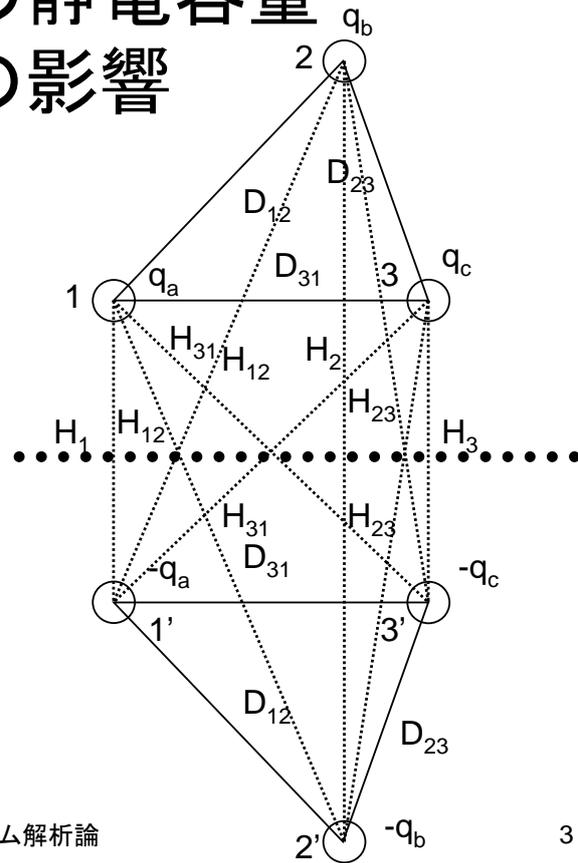
2010/11/26

電力システム解析論

2

送電線路の静電容量 大地の影響

- 大地を完全導体平面とした場合、電界分布は大地がない場合と異なる
 - 大地帰路の架空送電線
 - 鏡像を考える
 - 大地から等距離、大地の逆側
 - » 同じ大きさ、極性の異なる電荷を持つ
 - 大地は等電位面となる
 - 各相の中性点に対する静電容量を求める



2010/11/26

電力システム解析論

3

送電線路の静電容量 大地の影響

- 導体1,2,3上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) V$$

- 鏡像1',2',3'上の電荷 $-q_a, -q_b, -q_c$ による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(-q_a \log_e \frac{H_{12}}{H_1} - q_b \log_e \frac{H_2}{H_{12}} - q_c \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right) V$$

- 電圧降下の合計

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

2010/11/26

電力システム解析論

4

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の電圧

– 1→a,2→b,3→c

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

– 1→c,2→a,3→b

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \right) V$$

– 1→b,2→c,3→a

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \\ & + q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \\ & + q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \end{aligned} \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned}
 V_{ab} &= \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{r^3} - \log_e \frac{H_{12}H_{23}H_{31}}{H_1H_2H_3} \right] \\ & + q_b \left[\log_e \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{31}} - \log_e \frac{H_2H_3H_1}{H_{12}H_{23}H_{31}} \right] \\ & + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}D_{31}D_{12}}{D_{31}D_{12}D_{23}} - \log_e \frac{H_{23}H_{31}H_{12}}{H_{31}H_{12}H_{23}} \right] \end{aligned} \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \\ & + q_b \left[\log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \end{aligned} \right) \text{ V}
 \end{aligned}$$

2010/11/26

電力システム解析論

7

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \text{ V}$$

– 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \text{ V}$$

2010/11/26

電力システム解析論

8

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

– 中性点に対する相電圧 $V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$

$$\begin{aligned}
 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\
 &+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + [q_b + q_c] \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right)
 \end{aligned}$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

– 中性点に対する相電圧 $q_a + q_b + q_c = 0$

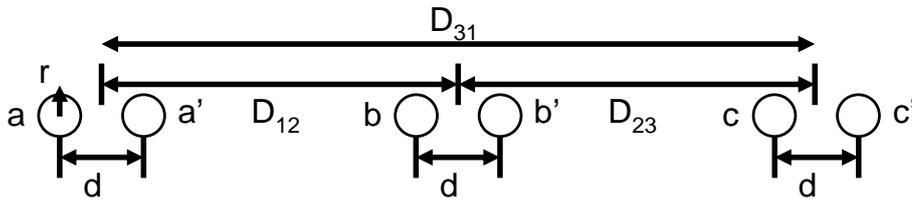
$$\begin{aligned}
 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] - q_a \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(3q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \right)
 \end{aligned}$$

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right]$$

– 静電容量 $C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}}$

送電線路の静電容量

多導体送電線



- 二導体の三相回路

- $D_{12} \gg d$

- $D_{12} \pm d \doteq D_{12}$

A相の電荷を q_a とし、
 導体a,a'に各々 $q_a/2$ の電荷を持つ

送電線路の静電容量

多導体送電線

- 相間電圧ab

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{aligned} & \frac{q_a}{2} \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} + \log_e \frac{D_{12}}{d} \right] \\ & + \frac{q_b}{2} \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} + \log_e \frac{d}{D_{12}} \right] + \frac{q_c}{2} \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} + \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right] \end{aligned} \right) \text{ V}$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \log_e \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right)$$

- 撚架した場合の対地静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}}$

送電線路の静電容量

多導体送電線

- インダクタンス導出時のGMRと同様に
 - 二導体 GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[4]{(rd)^2} = \sqrt{rd}$$

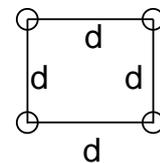
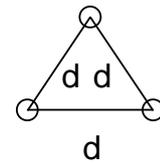
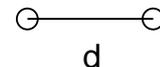
- 三導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$

- 四導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[16]{(r\sqrt{2}ddd)^4} \cong 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$

$$C_n = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{D_{sC}^b}}$$



対称座標法

- 対称座標の利点
 - インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

- 自己インダクタンス $L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$

- 相互インダクタンス $L_{ab} \cong L_{ba} \cong L_{bc} \cong L_{cb} \cong L_{ca} \cong L_{ac}$

- 相座標系でのインピーダンス行列

$$\dot{Z}_s \cong \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc}$$

$$\dot{Z}_m \cong \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix}$$

← 密

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い

- 相座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

- 対象座標表現

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

- 送電線インピーダンスの対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix}$$

← 疎

- インピーダンスの対称座標成分は対角項のみ
 - 零相, 正相, 逆相が互いに干渉しない
 - アドミタンスでも同様