

電力システム解析論

第8回

系統計算(交流回路方程式)

平成22年12月03日

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \quad \dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

- 対称分の各相を独立に表現可能

- 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$

- 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$

- 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$

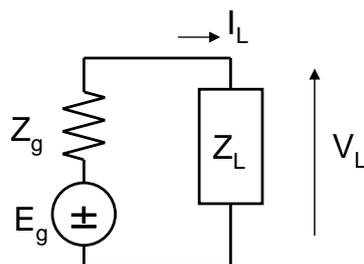
» 送電線の回路が簡単に描ける

系統計算

- 系統の計算=回路計算

- 起電力 E_g , 内部抵抗 Z_g , 負荷電流 I_L , 負荷電圧 V_L

$$V_L = E_g - I_L Z_g$$

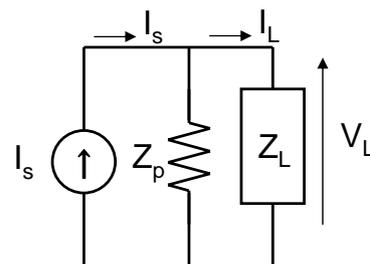


- 電源の電圧源⇔電流源変換

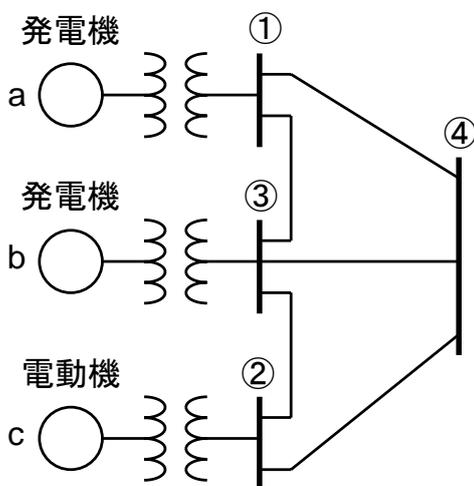
- 内部抵抗 Z_p , 電流源 I_s

- 負荷電圧が等しければ電源及びインピーダンスは等価に表される

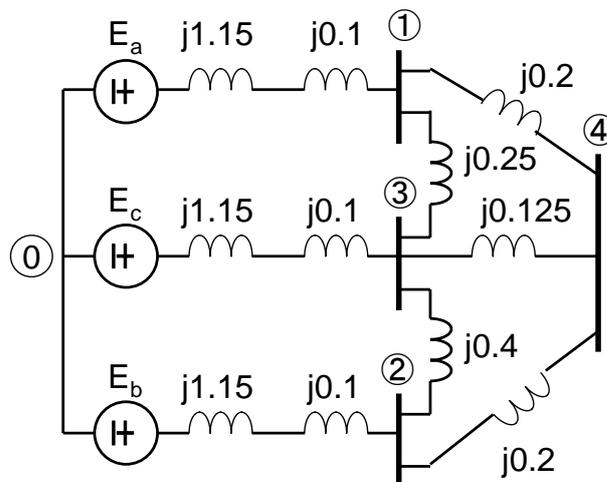
$$V_L = (I_s - I_L) Z_p = I_s Z_p - I_L Z_p$$



系統の節点方程式

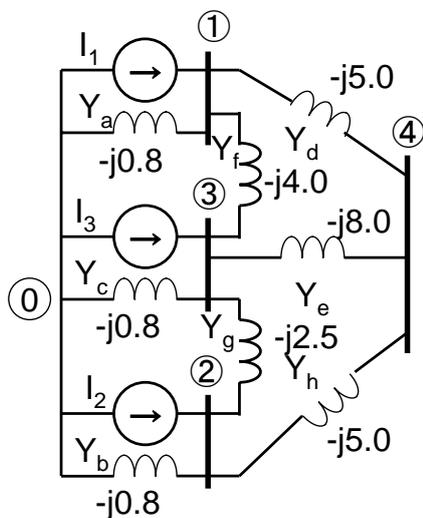


電力系統の単線結線図



電力系統のリアクタンス表現の結線図 (pu表示)

系統の節点方程式



電力系統のアドミタンス表現の結線図 (pu表示)

節点1のKCL

$$I_1 = V_1 Y_a + (V_1 - V_3) Y_f + (V_1 - V_4) Y_d$$

節点2のKCL

$$I_2 = V_2 Y_b + (V_2 - V_3) Y_g + (V_2 - V_4) Y_h$$

節点3のKCL

$$I_3 = V_3 Y_c + (V_3 - V_2) Y_g + (V_3 - V_1) Y_f + (V_3 - V_4) Y_e$$

節点4のKCL

$$0 = (V_4 - V_1) Y_d + (V_4 - V_2) Y_h + (V_4 - V_3) Y_e$$

系統の節点方程式

$$I_1 = (Y_a + Y_f + Y_d) V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$$

$$I_2 = (Y_b + Y_g + Y_h) V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$$

$$I_3 = -Y_f V_1 - Y_g V_2 + (Y_c + Y_e + Y_f + Y_g) V_3 - Y_e V_4$$

$$0 = -Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3 + (Y_d + Y_e + Y_h) V_4$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Y_{ii} 自己アドミタンス
その節点に接続された
アドミタンスの総和

Y_{ij} 相互アドミタンス ($i \neq j$)
二節点間のアドミタンス
の負値

何もつながっていないノード ($I_i=0$) を省略することを考える

行列の分割

$$C = AB$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \quad J = b_{31}$$

$$F = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad G = a_{33}$$

行列の分割

$$C = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = AB = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DH + EJ \\ FH + GJ \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} M &= DH + EJ \\ &= DH + EG^{-1}FH \\ &= [D + EG^{-1}F]H \end{aligned}$$

$$N = 0 = FH + GJ$$

$$GJ = FH$$

$$J = G^{-1}FH$$

系統の縮約

$$I = Y_{bus} V$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_x \end{bmatrix}$$

$$I_A = KV_A + LV_x$$

$$I_x = L^T V_A + MV_x$$

I_x 要素が全て0の場合

$$I_x = 0 = L^T V_A + MV_x$$

$$V_x = -M^{-1} L^T V_A$$

$$I_A = KV_A + LV_x$$

$$= KV_A - LM^{-1} L^T V_A$$

母線のインピーダンス行列と アドミタンス行列

- アドミタンス行列 Y_{bus} とインピーダンス行列 Z_{bus} の関係

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

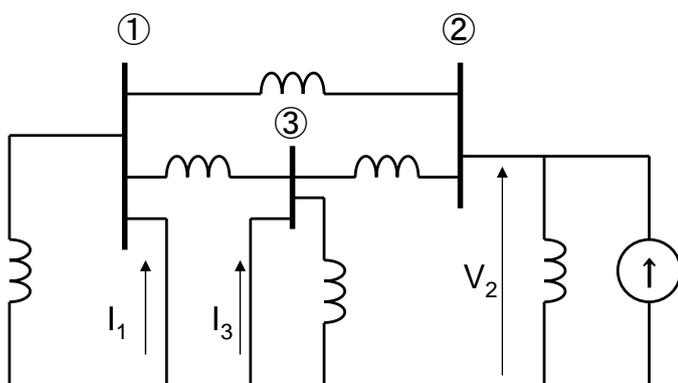
Z_{ii} 駆動点インピーダンス

Z_{ij} 伝達インピーダンス ($i \neq j$)

アドミタンス行列 Y_{bus} が対称なので
インピーダンス行列も対称

アドミタンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンス Y_{22} , Y_{12} , Y_{32} 決定用回路

$$I = Y_{bus} V$$

ノード②

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3$$

自己アドミタンス Y_{22} は、
節点①, ③を接地して求める

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=V_3=0}$$

ノード①

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3$$

相互アドミタンス Y_{12} は、
節点①, ③を接地して求める

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=V_3=0}$$

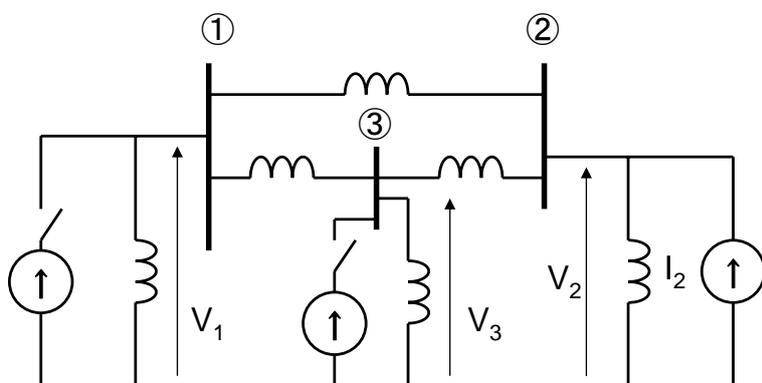
2010/12/03

電力システム解析論

11

インピーダンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンス Z_{22} , Z_{12} は, Z_{32} 決定用回路

$$V = Z_{bus} I$$

ノード②

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3$$

駆動点インピーダンス Z_{22} は、節点
①, ③の電流源を開放して求める

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=I_3=0}$$

ノード①

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3$$

伝達インピーダンス Z_{12} は、節点
①, ③の電流源を開放して求める

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=I_3=0}$$

2010/12/03

電力システム解析論

12

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方

– 他の母線に繋がっていない母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & Z_{bus} & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hline I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix}$$

新しい母線pができて
他は変わらない

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方

– 既存の母線に繋がった母線の場合

- 母線pを増設
- 母線pは母線kに繋がる

$$V_{k(new)} = V_{k(orig)} + V_{k(new)} Z_{kk}$$

$$V_p = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk} + I_p Z_b$$

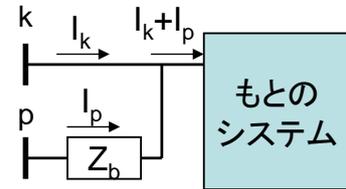
$$V_p = \underbrace{I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} \dots I_n Z_{kn}}_{V_{k(orig)}} + I_p (Z_{kk} + Z_b)$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方

– 既存の母線に繋がった母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ \hline Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$



最後の行・列が変わる

インピーダンス行列のいじり方

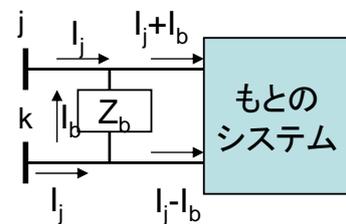
- 母線数の増やし方

– 既存の母線(j-k)間にインピーダンス Z_b を付加

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1j}(I_j + I_b) + Z_{1k}(I_k - I_b) + \dots \\ &= Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1j}I_j + Z_{1k}I_k + \dots + I_b(Z_{1j} - Z_{1k}) \end{aligned}$$

同様に

$$\begin{aligned} V_j &= Z_{j1}I_1 + \dots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \dots + I_b(Z_{jj} - Z_{jk}) \\ V_k &= Z_{k1}I_1 + \dots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \dots + I_b(Z_{kj} - Z_{kk}) \end{aligned}$$



インピーダンスに流れる電流と電位差の関係

$$V_k - V_j = I_b Z_b$$

