

電力システム解析論

第11回 潮流計算2

平成23年1月7日

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧(直交座標表示)

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力(直交座標状態量)

$$\begin{aligned} P_k + jQ_k &= \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k = \sum_{m=1}^N \bar{\dot{Y}}_{km} \bar{\dot{V}}_m \dot{V}_k \\ &= \sum_{m=1}^N \bar{\dot{Y}}_{km} (e_m - jf_m) (e_k + jf_k) \end{aligned}$$

- スラック母線1 → 電圧, 位相角指定
 - 発電機母線 → P, V指定 (P_{gs}, V_{gs})
 - 負荷母線 → P, Q指定 (P_{ls}, Q_{ls})
- 指定のs

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- 繰返し計算n回目で得られた母線電圧の値

$$e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n$$

- 各母線の有効・無効電力, 母線電圧の計算値と設定値の差

– 発電機母線

- $g=2, 3, \dots, h$

$$\begin{cases} \Delta P_g^n = P_{gs} - P_g(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \\ \Delta |V_g^n|^2 = V_{gs}^2 - \left\{ (e_g^n)^2 + (f_g^n)^2 \right\} \end{cases}$$

– 負荷母線

- $l=h+1, \dots, N$

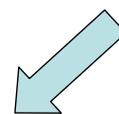
$$\begin{cases} \Delta P_l^n = P_{ls} - P_l(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \\ \Delta Q_l^n = Q_{ls} - Q_l(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標3

- 修正方程式

$$\begin{bmatrix} \Delta P_g^n \\ \dots \\ \Delta |V_g^n|^2 \\ \dots \\ \Delta P_l^n \\ \dots \\ \Delta Q_l^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_g}{\partial e_2} & \frac{\partial P_g}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_g}{\partial e_N} & \frac{\partial P_g}{\partial f_N} \\ \frac{\partial V_g^2}{\partial e_2} & \frac{\partial V_g^2}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial V_g^2}{\partial e_N} & \frac{\partial V_g^2}{\partial f_N} \\ \frac{\partial P_l}{\partial e_2} & \frac{\partial P_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial P_l}{\partial e_N} & \frac{\partial P_l}{\partial f_N} \\ \frac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_2^n \\ \Delta f_2^n \\ \dots \\ \Delta e_N^n \\ \Delta f_N^n \end{bmatrix}$$

ヤコビアン
(いまから求める)



ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k^{n+1} = e_k^n + \Delta e_k^n \\ f_k^{n+1} = f_k^n + \Delta f_k^n \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (k, m = 1, 2, \dots, N)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\begin{aligned} \dot{I}_k &= a_k + jb_k = \sum_{m=1}^N \dot{Y}_{km} \dot{V}_m = \sum_{m=1}^N (G_{km} + jB_{km})(e_m + jf_m) \\ &= \sum_{m=1}^N (G_{km}e_m - B_{km}f_m) + j \sum_{m=1}^N (G_{km}f_m + B_{km}e_m) \end{aligned}$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^2 = e_k^2 + f_k^2$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$\begin{aligned}
 P_k &= e_k a_k + b_k f_k \\
 &= \sum_{m=1}^N (G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k)
 \end{aligned}$$

- 母線kから流出する無効電力

$$\begin{aligned}
 Q_k &= f_k a_k - e_k b_k \\
 &= \sum_{m=1}^N (-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k)
 \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
- 非対角要素k≠m

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\
 &= G_{km} e_k^n + B_{km} f_k^n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n) \\
 &= -B_{km} e_k^n + G_{km} f_k^n
 \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)

– 非対角要素 $k \neq m$

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n)$$

$$= -B_{km} e_k^n + G_{km} f_k^n = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n)$$

$$= -G_{km} e_k^n - B_{km} f_k^n = -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)

– 非対角要素 $k \neq m$

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
- 対角要素k=m

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_k} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\ &= \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n - B_{ki} f_i^n) + G_{kk} e_k^n + B_{kk} f_k^n \\ &= a_k^n + G_{kk} e_k^n + B_{kk} f_k^n \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
- 対角要素k=m

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_k} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n) \\ &= \sum_{i=1}^N (-G_{ki} f_i^n - B_{ki} e_i^n) + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\ &= -\sum_{i=1}^N (G_{ki} f_i^n + B_{ki} e_i^n) + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\ &= -b_k^n + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k}\right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_k} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\
 &= \sum_{i=1}^N (G_{ki} f_i^n + B_{ki} e_i^n) - B_{kk} e_k^n + G_{kk} f_k^n \\
 &= b_k^n + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\
 &= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n - 2b_k^n
 \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_k} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n) \\
 &= \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n - B_{ki} f_i^n) - G_{kk} e_k^n - B_{km} f_k^n \\
 &= a_k^n - G_{kk} e_k^n - B_{km} f_k^n \\
 &= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k^n
 \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 2e_k^n$$

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 2f_k^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k^n = e_k^n + jf_k^n \quad k = 2, 3, \dots, N$$

- n+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned} \dot{V}_k^{n+1} &= e_k^{n+1} + jf_k^{n+1} \\ &= e_k^n + \Delta e_k^n + j(f_k^n + \Delta f_k^n) \end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g^{n+1}, |\Delta V_g^{n+1}|, \Delta P_l^{n+1}, \Delta Q_l^{n+1}$$