

# エネルギー管理研修

## 電気の基礎

### 3. 電気計測

大阪大学 大学院 舟木 剛  
平成22年12月13日  
13:20～14:40

テキストⅡ-66

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.1 測定

- 測定の種類
  - 直接測定
    - 電圧・電流等を指示計器から直接読み取る
  - 間接測定
    - 測定量から間接的に求める方法(抵抗値=電圧/電流など)
- 測定方法
  - 偏位法
    - 指示計器の指針の振れに変換して読む(アナログメータ)
  - 零位法
    - 同種の標準量と平衡させて、針が零を指すように測定(ブリッジ)
  - 補償法
    - 測定量から一定量を差し引いて測定

# 3.1 電気計測概説

## 3.1.1 測定

- 測定値

- － 平均値

- 瞬時値の半周期平均値

$$I_m = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I \sin \omega t dt = \frac{2I}{T} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{T/2} = \frac{2I}{\pi}$$

- － 二乗平均値

- 瞬時値の二乗の一周期平均値

$$I_{ms} = \frac{1}{T} \int_0^T (I \sin \omega t)^2 dt = \int_0^T \frac{I^2}{2} (1 - \cos 2\omega t) dt$$

$$= \frac{I^2}{2T} \left[ t + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^T = \frac{I^2}{2}$$

# 3.1 電気計測概説

## 3.1.1 測定

- 測定値

- － 実効値

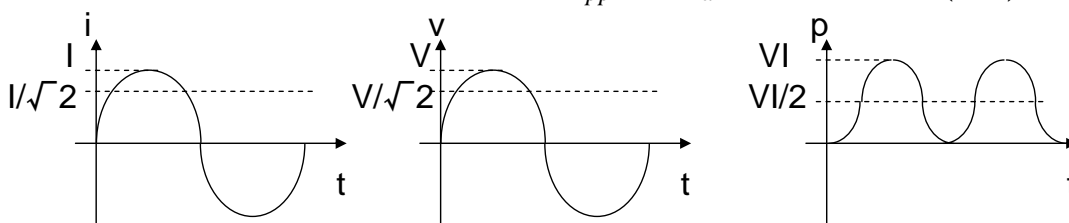
- 瞬時値の二乗の一周期分平均(2乗平均値)の平方根

$$I_{rms} = \sqrt{I_{ms}} = \sqrt{\frac{I^2}{2}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

- － 波高値

- 瞬時値の最大値－最小値(の絶対値)

(peak to peak)  $I_{pp} = I_{\max} - I_{\min} = I - (-I) = 2I$



## 3.1 電気計測概説

### 3.1.2 実用電気単位

- SI単位系
  - 電流A(アンペア)
    - 1 m離れた2本の導体に, 1 m当たり $2 \times 10^{-7}$  Nの力を及ぼす電流を1 A
  - 電力W(ワット)
    - 仕事率  $1W = 1 J/sec$
  - 電圧V(ボルト)
    - 1 A流したとき, 1 W消費されるとき電圧1 V
  - 抵抗 $\Omega$ (オーム)
    - 1 A流したとき, 電圧降下1 Vとなる時1  $\Omega$
  - 電荷C(クーロン)
    - 1 Aの電流が一秒間に運ぶ電荷量1 C
  - 静電容量F(ファラッド)
    - 1 C充電したとき, 1Vとなる静電容量を1 F
  - インダクタンスH(ヘンリー)
    - 1 A/sで変化する電流に対して, 1 V生じるインダクタンスを1 H
  - 磁束Wb(ウェーバー)
    - 一回巻の閉回路に, 一秒の変化で1 Vが生じる磁束 1 Wb

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.3 電気標準

- 絶対測定
  - 単位の定義に従って測定したもの
  - これから基礎標準が求まる
- 電気標準器
  - 基礎標準を安定に維持するもの
    - 電気計測器の校正に用いる
      - 電圧標準器:カドミウム標準電池・ツェナーダイオード
      - 標準抵抗器:マンガン(Cu-Mn-Ni)巻線抵抗
      - 標準リアクタンス:熔融石英コンデンサ, 空気コンデンサetc
  - 交流(電圧・電流)は実効値と直流標準を比較して校正

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.4 測定の誤差

- 測定値は必ずしも真値とならない
- 測定を何度か繰り返し、平均値を真値とする
  - 誤差
    - 測定値と真値の差
  - 誤差率
    - 真値に対する誤差の比率

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.4 測定の誤差

#### – 誤差の種類

- 過失誤差
  - 読み取り誤差等 ← 測定者の過失
  - 原因究明・対策による補正可能
- 系統誤差
  - 器差, 環境変化, 測定法 ← 器具, 温度等により発生
  - 原因究明・対策による補正可能
- 偶然誤差
  - 原因不明
  - 測定毎に異なる値

» 正規分布でばらつく 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x-x_m}{2\sigma^2}\right)$$

測定値  $x$ , 測定の平均値  $x_m$ , ばらつきの程度  $f(x)$ , 標準偏差  $\sigma$

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.4 測定の誤差

- 測定の平均値

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- 標準偏差
  - － 平均2乗誤差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n}}$$

- 測定の精度
  - － 正確さ
    - 測定値と真値の差
  - － 再現性
    - ばらつきの度合いを%で表したもの

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.4 測定の誤差

- 測定装置の性能
  - － 器差
    - 計器の指示値－真値
    - 計測器の精度を表す指標(%表示)
  - － 感度
    - 指示量の変化分／測定量の変化分
  - － 分解能
    - 検出可能な出力変化を与える入力の最小値

## 3.1 電気計測概説

### 3.1.4 測定の誤差

- 正規分布

- 標準正規分布

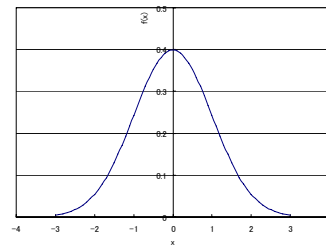
$$z = \frac{x - x_m}{\sigma} \qquad f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

- 累積密度で確率求める

$$\phi(z) = \int_0^z f(z) dz$$

- 平均値を中心として

- »  $\pm 1\sigma$  → 68.2%の確率
      - »  $\pm 2\sigma$  → 95.44%の確率
      - »  $\pm 3\sigma$  → 99.74%の確率



## 3.1 電気計測概説

### 3.1.5 計器の精度と許容誤差

- 計器の精度

- 許容誤差

- 器差(=計器の指示-基準入力)の%値
    - 5階級に分類

- 測定誤差の低減法

- 基底値(定格値)に近い範囲で測定
      - 誤差の絶対値は, 許容誤差 × 定格で決まるため

- 温度変化が器差に与える影響

- 可動コイルの電気抵抗r
      - 正の温度係数
      - 温度が上がると抵抗増加
    - 温度補償
      - 温度係数極小のマンガニン線(高抵抗 $R_c$ )を直列接続
        - » 合成抵抗( $r+R_c$ )の温度係数が小さくなる
      - 温度係数が負のサーミスタで, 温度係数を相殺する

# 3.1 電気計測概説

## 3.1.5 計器の精度と許容誤差

### 計器の階級と許容誤差

階級	基底値に対する許容誤差[%]	主な用途
0.2級	±0.2%	副標準器:校正用基準器, 高精密測定
0.5級	±0.5%	精密測定:一般の測定(精密)
1.0級	±1.0%	通常の測定:簡易測定(携帯形機器)
1.5級	±1.5%	工業計器:配電盤等のパネル用計器
2.5級	±2.5%	概略値測定

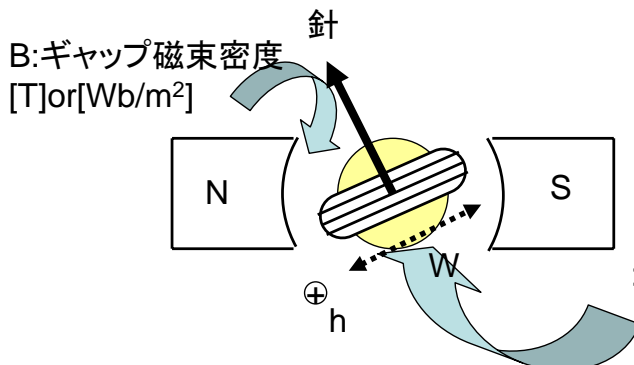
# 3.2 計測機器

## 3.2.1 アナログ計器

### 可動コイル形

- 電圧・電流の測定に用いる
  - 数  $\mu A \sim 100A$ ,  $10mV \sim 1kV$
- 永久磁石の界磁とコイルに流れる電流の相互作用
  - フレミングの左手の法則
    - コイルの駆動トルク  $T_D$

$$T_D = BNwhI \quad [N \cdot m]$$



~~$T_D = BNwhI \cos \theta$~~

コイル→w:幅[m],h:高さ[m],N:巻数 [回]  
I:電流 [A]

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 可動コイル形

- 渦巻きバネの制動トルク $T_C$

$$T_C = k\theta \quad [N \cdot m]$$

$\theta$ : 回転角[rad],  $k$ : 比例定数[Nm/rad]

- 両トルクが釣り合う所で止まる

$$T_C = k\theta = T_D = BNwhI$$

- 回転角

$$\theta = BNwhI/k = KI \quad [rad]$$

$K$ : 感度係数

- コイルに流れる電流に比例

- コイルの抵抗が小さい

- 高抵抗を直列に入れて電圧計

- 分流器を並列に入れて電流計

» 数kA, 数十kVまで測定範囲の拡大可能

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 可動鉄片形

- 500Hz程度以下の交流電圧・電流測定用

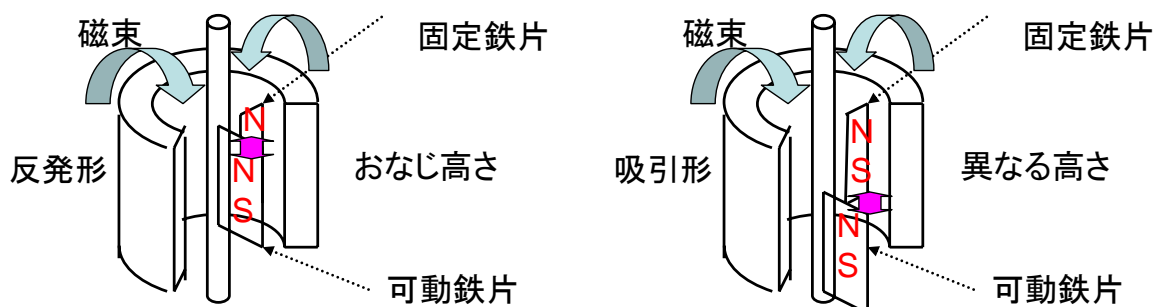
- 10mA~100A, 10V~1kV

- 磁化された鉄片間の吸引・反発力を利用

- 反発形・吸引形・吸引反発形がある

- 固定コイルに測定電流を流し, 発生した磁界で固定鉄片と可動鉄片を同時に磁化する

- 両鉄片は同じ向きに磁化されるので, 同じ高さに配置すると反発, ずらして配置すると吸引する





## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 可動鉄片形

- 駆動トルク  $T_D$

- 電流  $I$  の二乗と、可動鉄片と固定鉄片の角度差(振れ角)  $\theta$  による関数  $f(\theta)$  の積  $I^2 f(\theta)$  に比例

- 磁化の強さは電流に比例

- 吸引・反発力は両鉄片の磁化の強さの積に比例

- » 指針を動かすトルク  $\tau$  は固定コイル電流の二乗の時間平均に比例

$$\tau = k \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt \quad [N \cdot m]$$

$$T_C = k_C \theta \quad [N \cdot m]$$

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 電流力計形

- 1kHz以下交流・直流, 電流, 電圧・電力測定

- 10mA~20A, 1V~1kV

- 固定コイル(FC)と可動コイル(MC)で構成される

- 駆動トルク  $\tau_d = k I_F I_M \cos(\alpha - \theta)$

$I_F$  固定コイル電流,  $I_M$  可動コイル電流,

- 固定コイルと可動コイルを直列接続すると, トルクは電流の2乗に比例

- 固定コイル電流  $I_f = i_f \sin(\omega t - \phi) = \sqrt{2} I$

- 可動コイル電圧  $V_m = v_m \sin \omega t = \sqrt{2} V \implies$  電流  $I_M$  に比例,

- $I_f$  と  $i_m$  の積に比例, 即ち負荷の平均電力に駆動トルクは比例

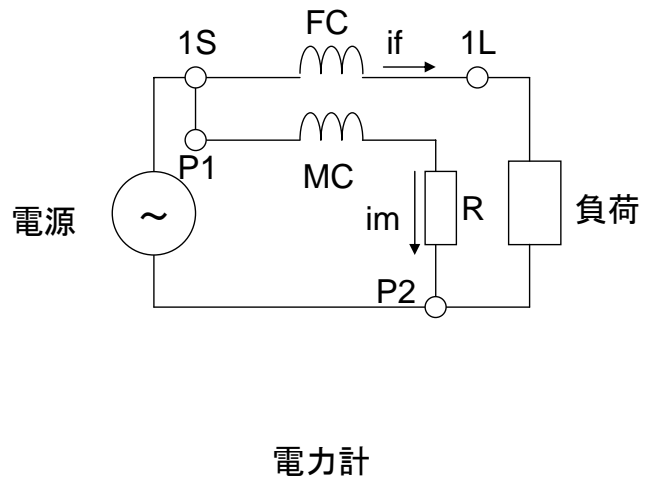
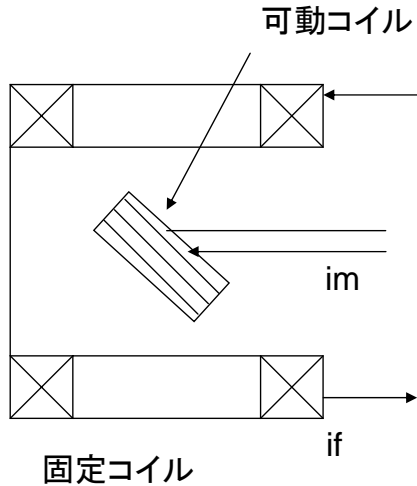
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_m i_f dt = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_f}{\sqrt{2}} \cos \phi = VI \cos \phi$$

可動鉄片形と同様に直流成分

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

#### ● 電流力計形



## 3.2 計測機器

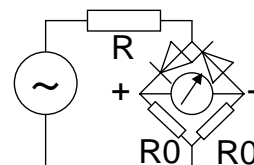
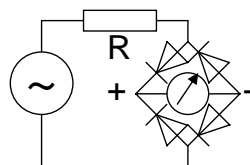
### 3.2.1 アナログ計器

#### ● 熱電形

- 100MHz以下の交流・直流, 電流・電圧
- 測定電流を熱線に流し, 熱線の温度上昇を熱電対と可動コイル形計器で測定。
- 熱量は電流の二乗に比例→実効値の二乗に比例

#### ● 整流形

- 10~1MHz, 100 $\mu$ ~0.1A, 1~1kV
- 整流器を内蔵した可動コイル形計器
- 整流された脈流波形の平均値を指示。正弦波で校正して実効値で目盛る
- 歪波では誤差大



## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 誘導形

- 10～500Hz, 交流電流, 電圧, 電力量, 0.1～100A, 1～100V
- 交流電流・電圧・電力量を測る
- 移動磁界・回転磁界及びそれが誘導する渦電流の相互作用

- 回転磁界形

- 二つのコイルに, 測定電圧と同相と $\pi/2$ 位相が遅れた電流を流す→両コイルが回転磁界を形成
- 回転磁界が回転子に渦電流を流し, トルクを発生→回転
- 駆動トルクは $V^2$ に比例→実効値を示す
- 励磁コイルに測定電流を流すと, くまどりコイルの付いた極の磁束は $30\sim 60^\circ$  遅れるようにして移動磁界を作る。

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

- 誘導形

- 積算電力計

- 電圧コイル
  - » 巻数大(L大) 負荷電圧に比例した磁束 $\phi_B$
  - » 電圧に対して $90^\circ$  位相が遅れる
- 電流コイル
  - » 巻数小(L小) 負荷電流に比例した磁束 $\phi_I$
  - » 電流と同相
- 電流コイルから電圧コイルの磁束方向に移動磁界が発生

$$\phi_B \Rightarrow \phi_I \Rightarrow -\phi_I$$

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

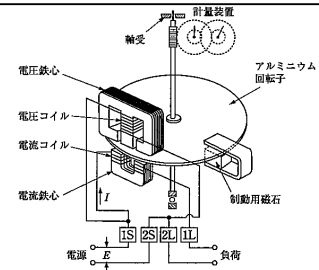


図 3.8 誘導形交流積算電力量計

#### ● 誘導形

##### ● 積算電力計

- 回転トルク  $\tau_1 = K_1 EI \cos \phi$  E:電圧, I:電流,  $\phi$ :位相差
- 制動トルク  $\tau_2 = K_2 nB$  B:制動磁石の磁束, n:回転速度
- 回転子は, 回転トルク・制動トルクが平衡する回転速度で回転
- 回転速度nは負荷電力Pに比例  $n = \frac{K_1}{K_2 B} EI \cos \phi = K_c P$
- 時間tの回転子の回転数N=ntよりN=KcPt
- 回転数を数えることで, 消費電力量が求まる。

## 3.2 計測機器

### 3.2.1 アナログ計器

#### ● 静電形

- 100kHz以下の交流・直流電圧, 1~100V
- 二つの帯電された電極間に働く静電力を利用(コンデンサ)

- 一方の電極板を固定, 他方の電極板を可動としてバネと指針をつける
- 蓄えられる静電エネルギー

$$W = \frac{1}{2} CV^2 \quad C: \text{電極間の静電容量}, V: \text{測定電圧}$$

- 電極間に働く吸引力

$$F = K_s \frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} K_s V^2 \frac{dC}{dx}$$

電圧の二乗に比例する

## 3.2 計測機器

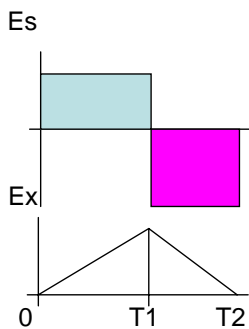
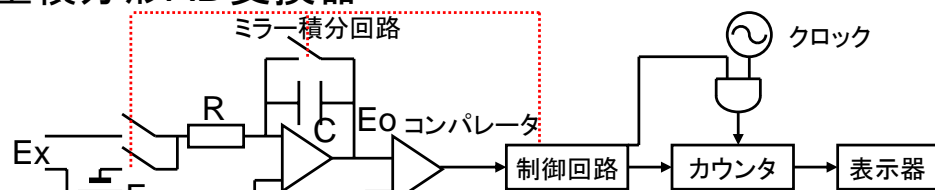
### 3.2.2 デジタル計器

- デジタルマルチメータ, デジタルテスタ等
- 機器構成
  - AD変換器
    - 2重積分形
      - ノイズに強い
      - 変換速度は低速
  - 入力増幅器
  - 分圧器
  - 各種トランスデューサ

## 3.2 計測機器

### 3.2.2 デジタル計器

- 二重積分形AD変換器



- 入力Exを一定時間(T1)積分する
- Exの逆極性の基準電圧Esを積分。積分器出力電圧が零になるまでの時間(T2)をコンパレータで検出

$$\frac{1}{CR} \int_{t_0}^{t_1} E_X dt + \frac{1}{CR} \int_{t_1}^{t_2} (-E_S) dt = \frac{1}{CR} (E_X T_1 - E_S T_2) = 0$$

- T2よりExが求まる。周波数fのクロックパルスTで、T2期間カウントしたnを用いる

$$E_X = E_S \frac{T_2}{T_1} = \frac{E_S}{T} \frac{n}{f} = k_C n$$

## 3.2 計測機器

### 3.2.3 記録計器

- 測定値を紙に記録する
  - 直動式
    - 測定信号でペンを動かす
  - 自動平衡式
    - 別電源からエネルギーを供給。
    - 入力と帰還信号が等しくなるようにサーボモータでペンを駆動
    - 高精度
  - 記録紙
    - 感熱紙
    - 放電記録紙等
    - 円形
    - 帯状
  - 記録機構
    - 連続記録
    - 打点記録
    - 最近ではペーパーレス(液晶表示等)もあり

## 3.2 計測機器

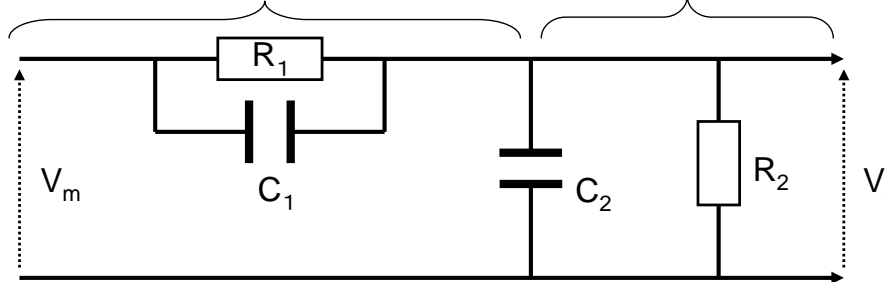
### 3.2.4 オシロスコープ

- 電圧(電流)の波形をブラウン管(CRT, Cathode Ray Tube陰極線管)に投影して、水平軸に時間・垂直軸に振幅を描く
  - 波形・周波数・位相が見られる
- 入力信号に管面の時間を同期させることからシンクロスコープと呼ぶ
- X軸に時間信号の代わりに、別の信号を入れると垂直軸信号との合成波形が得られる
  - リサーチ図形。X-y位相面図が描ける。
- ストレージオシロスコープ
  - 波形観測が難しい場合に使用
    - 繰り返し周波数が数Hz以下の遅い現象
    - 一回限りの早い現象
  - 古くは管面に長い間像が残るアナログ方式
  - AD変換し、メモリ上に記録するデジタル方式
- サンプリングオシロスコープ
  - 信号の周波数が高い場合(500MHz以上,10GHz程度まで)に用いる
  - 入力信号の周期Tからずれた周期 $T + \Delta T$ でサンプルし蓄積して表示

## 3.2 計測機器

### 3.2.4 オシロスコープ

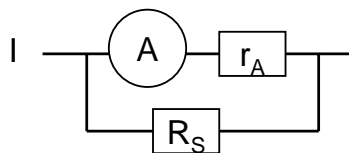
- 測定用高インピーダンスプローブ等価回路
  - R1,C1:プローブのインピーダンス
  - R2,C2:オシロスコープの入カインピーダンス+調整インピーダンス+ケーブルインピーダンス
- 周波数による測定波形への影響を除去



## 3.3 測定法

### 3.3.1 電圧・電流の測定

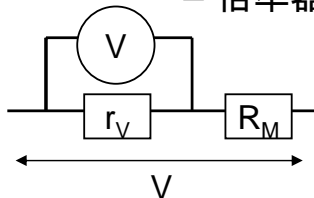
- 直流電流・電圧
  - 可動コイル計器を用いる
    - 大電流測定
      - 分流抵抗 $R_s$ を用いる(電流計の内部抵抗 $R_A$ )



$$I = \frac{r_A + R_S}{R_S} I_A = m_A I_A$$

$m_A$ は電流計の倍率

- 高電圧測定
  - 倍率器(分圧抵抗) $R_M$ を用いる(内部抵抗 $R_V$ )



$$V = \frac{r_V + R_M}{r_V} V_V = m_V V$$

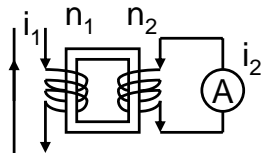
$m_V$ は電圧計の倍率

## 3.3 測定法

### 3.3.1 電圧・電流の測定

- 交流電流・電圧の測定

- 交流電圧・電流計は通常実効値で表す
- 高電圧・大電流の計測
  - 積層鉄心を持つ計器用変成器を用いる
  - 変流器(CT)
    - 直列接続
    - 一次側に電流が流れている状態で二次側を開放すると、磁束増加による温度上昇・二次端子に高電圧発生
    - 巻線比( $n_1:n_2$ )で測定範囲が拡大



$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} i_2$$

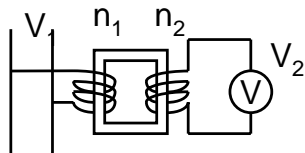
$i_1$ :測定電流,  $i_2$ :指示電流,  
 $n_1$ :一次巻線数,  $n_2$ :二次巻線数

## 3.3 測定法

### 3.3.1 電圧・電流の測定

- 交流電流・電圧

- 計器用変成器(PT)
  - 並列接続
  - 巻線比( $n_1:n_2$ )で測定範囲が拡大



$$V_1 = \frac{n_1}{n_2} V_2$$

$V_1$ :測定電流,  $V_2$ :指示電流,  
 $n_1$ :一次巻線数,  $n_2$ :二次巻線数

- 変流器の使用時は、変流比の誤差及び位相角の比誤差を補正する必要有
  - 巻数の多い方の巻数を1%程度巻き戻して補正
- クランプ式電流計
  - 変流器の原理を利用

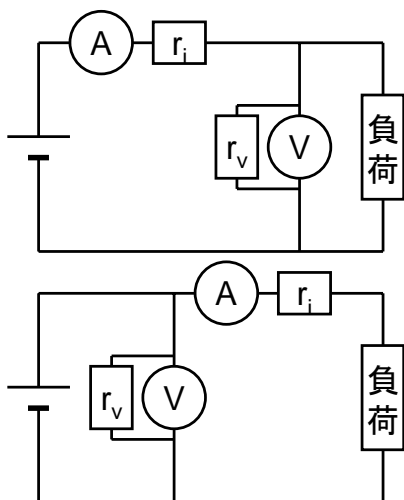


## 3.3 測定法

### 3.3.2 電力の測定

- 直流電力の測定

- 電圧計, 電流計の指示値  $V, I$  に対する内部抵抗  $r_v, r_i$  を考慮した電力



$$P = VI - \frac{V^2}{r_v}$$

$$P = VI - r_i I^2$$

$r_v \doteq \infty, r_i \doteq 0$  の時  $P=VI$  となる

## 3.3 測定法

### 3.3.2 電力の測定

- 単相交流電力の測定

- 有効電力  $VI \cos \Phi$  の測定

- 電流力計形電力計の固定子コイルに電流  $I$ , 可動コイルに電圧  $V$  を加える

- 力率が低い時は誤差大となるので, 低力率電力計を用いる

- 無効電力  $VI \sin \Phi$  の測定

- 電圧又は, 電流を  $90^\circ$  移相した無効電力計を用いる

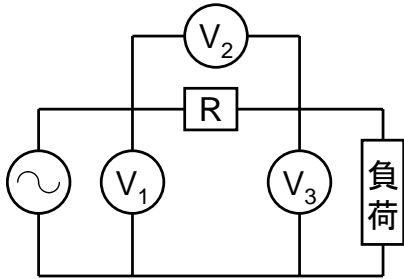
# 3.3 測定法

## 3.3.2 電力の測定

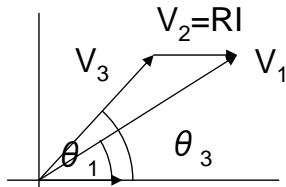
### ● 単相交流電力の測定

#### － 3電圧計法

無誘導抵抗Rを用いて、平均電力Paを求める



負荷電流Iの位相を基準した電圧ベクトル



2010年12月13日

$$P_a = \frac{1}{2R} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

$$\begin{cases} V_1 \cos \theta_1 = V_3 \cos \theta_3 + V_2 \\ V_1 \sin \theta_1 = V_3 \sin \theta_3 \end{cases}$$

辺々二乗して加算

$$V_1^2 (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) = V_3^2 (\cos^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_3) + 2V_2V_3 \cos \theta_3 + V_2^2$$

$$V_1^2 = V_3^2 + 2V_2V_3 \cos \theta_3 + V_2^2$$

$$V_2V_3 \cos \theta_3 = \frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

$$I = \frac{V_2}{R}$$

$$P_a = IV_3 \cos \theta_3 = \frac{V_2}{R} V_3 \cos \theta_3 = \frac{1}{2R} (V_1^2 - V_2^2 - V_3^2)$$

電気計測

35

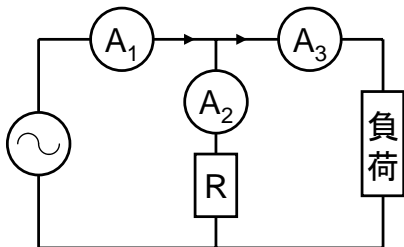
# 3.3 測定法

## 3.3.2 電力の測定

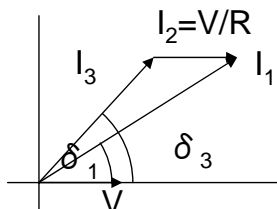
### ● 単相交流電力の測定

#### － 3電流計法

無誘導抵抗Rを用いて、平均電力Paを求める



負荷電圧Vの位相を基準した電圧ベクトル



2010年12月13日

$$P_a = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

$$\begin{cases} I_1 \cos \delta_1 = I_3 \cos \delta_3 + I_2 \\ I_1 \sin \delta_1 = I_3 \sin \delta_3 \end{cases}$$

辺々二乗して加算

$$I_1^2 (\cos^2 \delta_1 + \sin^2 \delta_1) = I_3^2 (\cos^2 \delta_3 + \sin^2 \delta_3) + 2I_2I_3 \cos \delta_3 + I_2^2$$

$$I_1^2 = I_3^2 + 2I_2I_3 \cos \delta_3 + I_2^2$$

$$I_2I_3 \cos \delta_3 = \frac{1}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

$$I_2 = \frac{V}{R}$$

$$P_a = VI_3 \cos \theta_3 = RI_2I_3 \cos \theta_3 = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

電気計測

36

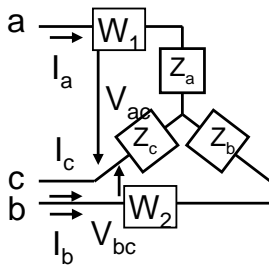
# 3.3 測定法

## 3.3.2 電力の測定

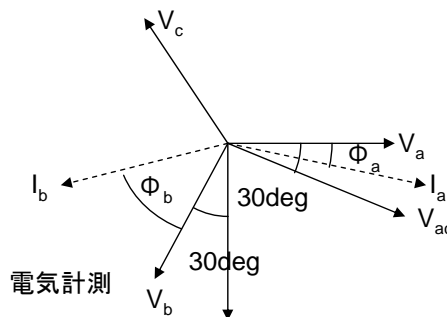
- 三相交流電力の測定

- 2電力計法(ブロンデルの定理)

- n相n線式のn相交流電力はn-1台の单相電力計の和となる
      - 三相平衡, 不平衡に関わらず適用可能
    - C相線路を電流帰路と考える
      - 電力(瞬時値)  $P = v_{ca}i_a + v_{bc}i_b$
      - 相電圧と線間電圧には $30^\circ$ の位相差があるため



$$P = P_1 + P_2 = V_{ca}I_a \cos(\phi_a - 30^\circ) + V_{bc}I_b \cos(\phi_b + 30^\circ)$$



# 3.3 測定法

## 3.3.2 電力の測定

- 三相交流電力の測定

- 2電力計法(ブロンデルの定理)

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V_a \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V_b \sin(\omega t + \theta) \\ v_c = -v_a - v_b \end{cases} \quad \begin{cases} i_a = \sqrt{2}I_a \sin(\omega t + \phi_a) \\ i_b = \sqrt{2}I_b \sin(\omega t + \theta + \phi_b) \\ i_c = -i_a - i_b \end{cases}$$

$$p_a = v_a i_a = 2V_a I_a \sin \omega t \sin(\omega t + \phi_a) = V_a I_a [\cos \phi_a - \cos(2\omega t + \phi_a)]$$

$$p_b = v_b i_b = 2V_b I_b \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \theta + \phi_b) = V_b I_b [\cos \phi_b - \cos(2\omega t + 2\theta + \phi_b)]$$

$$p_c = v_c i_c = (-v_a - v_b)(-i_a - i_b) = v_a i_a + v_a i_b + v_b i_a + v_b i_b$$

$$v_a i_b = 2V_a I_b \sin \omega t \sin(\omega t + \theta + \phi_b) = V_a I_b [\cos(\theta + \phi_b) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_b)]$$

$$v_b i_a = 2V_b I_a \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \phi_a) = V_b I_a [\cos(\phi_a - \theta) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_a)]$$

$$P = P_a + P_b + P_c$$

$$= V_a I_a \cos \phi_a + V_b I_b \cos \phi_b + [V_a I_a \cos \phi_a + V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta)]$$

$$= 2V_a I_a \cos \phi_a + 2V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta)$$

## 3.3 測定法

### 3.3.2 電力の測定

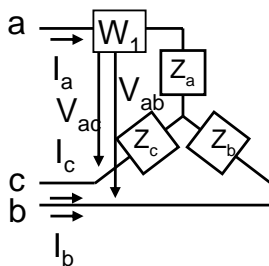
- 三相交流電力の測定
  - － 2電力計法(ブロンデルの定理)

$$\begin{aligned}
 v_{ca}i_a &= [(-v_a - v_b) - v_a]i_a = -(2v_a + v_b)i_a \\
 &= -2[2V_a \sin \omega t + V_b \sin(\omega t + \theta)]I_a \sin(\omega t + \phi_a) \\
 &= -\{2V_a [\cos \phi_a - \cos(2\omega t + \phi_a)] + V_b [\cos(\phi_a - \theta) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_a)]\}I_a \\
 P_1 &= -[2V_a \cos \phi_a + V_b \cos(\phi_a - \theta)]I_a \\
 v_{bc}i_b &= [v_b - (-v_a - v_b)]i_b = [v_a + 2v_b]i_b \\
 &= 2[V_a \sin \omega t + 2V_b \sin(\omega t + \theta)]I_b \sin(\omega t + \theta + \phi_b) \\
 &= \{V_a [\cos(\theta + \phi_b) - \cos(2\omega t + \theta + \phi_b)] + 2V_b [\cos \phi_b - \cos(2\omega t + 2\theta + \phi_b)]\}I_b \\
 P_2 &= [V_a \cos(\theta + \phi_b) + 2V_b \cos \phi_b]I_b \\
 -P_1 + P_2 &= [2V_a \cos \phi_a + V_b \cos(\phi_a - \theta)]I_a + [V_a \cos(\theta + \phi_b) + 2V_b \cos \phi_b]I_b \\
 &= 2V_a I_a \cos \phi_a + 2V_b I_b \cos \phi_b + V_a I_b \cos(\theta + \phi_b) + V_b I_a \cos(\phi_a - \theta) \\
 &= P
 \end{aligned}$$

## 3.3 測定法

### 3.3.2 電力の測定

- 三相交流電力の測定
  - － 1電力計法
    - 三相平衡の場合
    - 一台の単相電力計
      - － 切り替えスイッチで、三相負荷の二線間で切り替え



$$\begin{aligned}
 P_{ab} &= V_{ab} I_a \cos(30^\circ + \phi) \\
 P_{ac} &= V_{ac} I_a \cos(-30^\circ + \phi) \\
 V &= V_{ab} = V_{ac} \\
 I &= I_a \\
 P &= \frac{\sqrt{3}}{\cos \phi} (P_{ab} + P_{ac}) = \sqrt{3}VI \cos \phi
 \end{aligned}$$

## 3.3 測定法

### 3.3.3 周波数の測定

- オシロスコープを用いた方法
  - リサージュ波形
    - 水平軸に既知の基準周波数を入力
    - 垂直軸に測定対象の正弦波を入力
    - $\omega_1 = \omega_2$ の時楕円となる

$$x(t) = A \sin(\omega_1 t + \theta_1)$$

$$y(t) = B \sin(\omega_2 t + \theta_2)$$

- 周波数カウンタ
  - 一定時間中のパルスを数える
    - ゲート回路を通過したパルス数を計数する。
    - 計数回路には, FF(双安定マルチバイブレータ)を用いる
- ヘテロダイン周波数計
- ブリッジ平衡法
- FFT

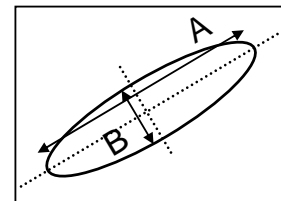
## 3.3 測定法

### 3.3.4 位相の測定

- リサージュ図による方法
  - オシロスコープに同じ周波数の正弦波基準信号を入力し, リサージュ図を用いて計測する
    - 水平軸入力  $x(t) = A \sin \omega t$
    - 垂直軸入力  $y(t) = B \sin(\omega t + \theta)$

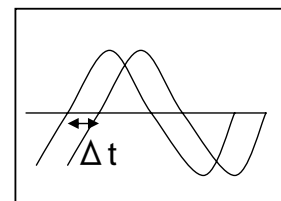
– 楕円の長軸A・短軸Bの関係

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{B}{A}$$



- 2chオシロスコープの零点通過時間差による方法

$$\theta = 2\pi \frac{\Delta T}{T}$$



## 3.3 測定法

### 3.3.5 抵抗の測定

- 1Ω以下
  - 電位差計
  - ケルビン・ダブルブリッジの平衡
- 1Ω～1MΩ
  - 電圧・電流法(オームの法則)
  - 簡易測定:テスタ
  - 精密測定:ホイートストーン・ブリッジ
- 1MΩ以上
  - メガー(絶縁抵抗計)
- 接地抵抗
  - 接地電極と2個の測定電極で, 電圧が平衡する条件の電流比により  
接地導体と大地との抵抗を求める

## 3.3 測定法

### 3.3.6 インピーダンスの測定

- 直流回路
  - 電気抵抗は, 電圧・電流比で決まる
  - インピーダンス=抵抗
- 交流回路
  - インピーダンスの構成要素
    - 抵抗R
    - インダクタンスL
    - キャパシタンスC
  - 角周波数 $\omega$ [rad/sec]の交流
    - Lの端子電圧に対して, 電流の位相は90°遅れる
      - インピーダンス $j\omega L$
    - Cの端子電圧に対して, 電流の位相は90°進む
      - インピーダンス $1/j\omega C$
    - 実数で表す抵抗成分(レジスタンス)R
    - インピーダンスの複素表示
      - 実部:レジスタンス
      - 虚部:リアクタンス

$$\dot{Z} = R + jX$$

### 3.3 測定法

#### 3.3.6 インピーダンスの測定

- インピーダンスの精密測定

- 交流ブリッジ

- 交流4辺ブリッジ, 変成器ブリッジ

- 交流4辺ブリッジ

- 構成要素

- 交流電源E, 検流計G, インピーダンスZ1~Z4

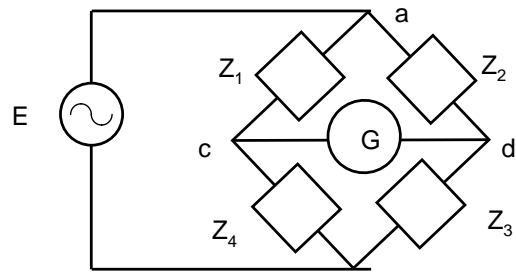
- 検流計出力が0となるよう調整

- インピーダンス比が一致

- 三つを既知, 一つを未知

$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_3 = \dot{Z}_2 \dot{Z}_4$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 \dot{Z}_3 = x_1 + jy_1 \\ \dot{Z}_2 \dot{Z}_4 = x_2 + jy_2 \end{cases} \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$



対地静電容量が平衡条件に影響を与える場合

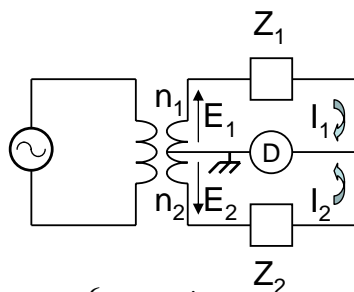
CD間を大地電位となるようにする → ワグナー接地  
電気計測

### 3.3 測定法

#### 3.3.6 インピーダンスの測定

- 静電誘導により交流電源が影響を及ぼす時

- 変成器ブリッジを用いる



平衡条件

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2$$

KVL

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\ \dot{E}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

但し, E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>は変成器の巻数n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>に比例

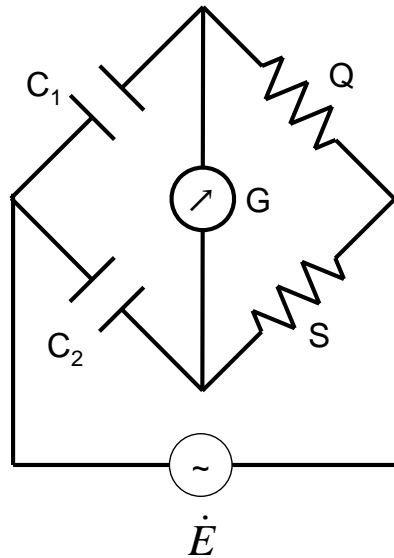
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \\ \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2} \Rightarrow \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}$$

E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>は同相, 従ってZ<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>も同相。よって, Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>の一方が分れば他方が分る。

### 3.3 測定法

#### 3.3.6 インピーダンスの測定

デソーデブリッジの平衡条件



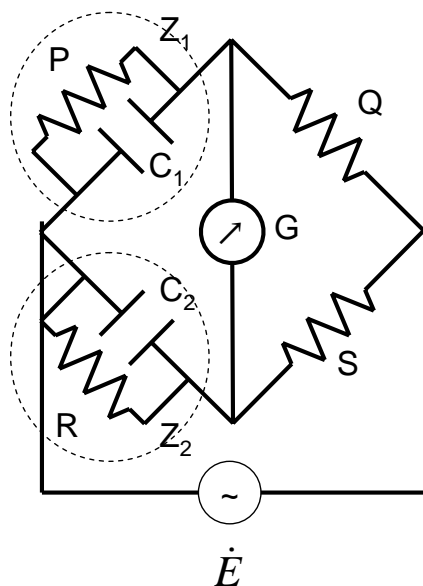
$$\frac{1}{j\omega C_1} S = \frac{1}{j\omega C_2} Q$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{Q}{S}$$

### 3.3 測定法

#### 3.3.6 インピーダンスの測定

並列抵抗ブリッジの平衡条件



$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{P} + j\omega C_1 = \frac{1 + j\omega C_1 P}{P}$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + j\omega C_2 = \frac{1 + j\omega C_2 R}{R}$$

$$Z_1 S = Z_2 Q$$

$$\frac{PS}{1 + j\omega C_1 P} = \frac{RQ}{1 + j\omega C_2 R}$$

$$PS - RQ + j\omega(PSC_2R - RQC_1P) = 0$$

$$\frac{S}{Q} = \frac{R}{P} = \frac{C_1}{C_2}$$



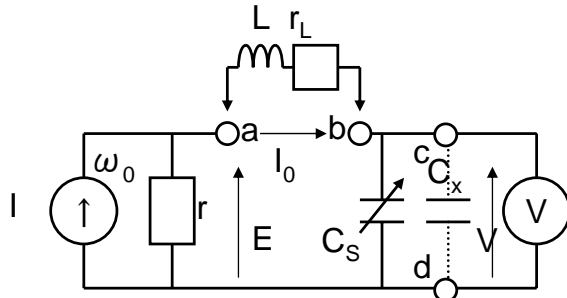
## 3.3 測定法

### 3.3.6 インピーダンスの測定

#### • 高周波インピーダンス

– 測定回路を共振させ、共振条件からインピーダンスを求める

- リアクタンスと実効抵抗の比をQメータで計測
  - Qはコイル・コンデンサの性能を示す



$$Q = \omega L / R = 1 / \omega CR$$

電源から交流電流Iを注入

$$\dot{I} = I \sin \omega t$$

無誘導抵抗rの両端に発生する電圧E

$$\dot{E} = E \sin(\omega t + \theta)$$

端子ab間に測定するインダクタンスLを接続(内部抵抗 $r_L$ )

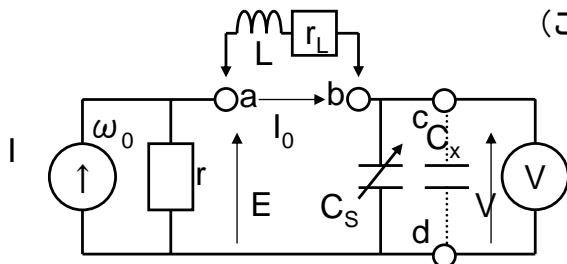
## 3.3 測定法

### 3.3.6 インピーダンスの測定

#### • 高周波インピーダンス

- Lの測定

標準可変コンデンサ $C_S$ を調整、直列共振状態とする  
(この時、電圧計の指示は最大となる)



共振周波数において  $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC_S}$   
 $C_S = 1 / L\omega_0^2$

$C_S$ の端子電圧は

$$V = \frac{I}{\omega_0 C_S} = \frac{1}{\omega_0 C_S} \frac{E}{r_L} = \frac{L\omega_0}{r_L} E = QE$$

電圧Eを一定に保ち、Vを測定するとコイルのQが求まる  
最大電圧VとQの対応と、 $\omega_0$ と $C_S$ からLと $r_L$ を求める

- Cの測定

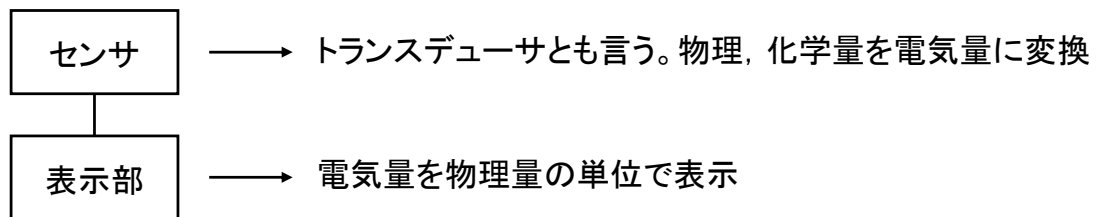
- ab間にあるLを接続する
- Lと $C_S$ を共振させた後、cd間に被測定 $C_X$ を接続する
- $C_S$ を調整して共振状態にする $C_S'$

$$C_X = C_S - C_S'$$

## 3.4 電気応用計測とセンサ

### • 電気応用計測

- 物理量, 力学量, 化学量(力, 温度, 濃度)を電気信号に変換・計測する
- 特長
  - 精度良い電気計測が可能
  - 増幅・伝送・記録が容易
  - デジタル変換による信号処理が適用可能
- 構成 (センサ形[トランスデューサ形]計器)



## 3.4 電気応用計測とセンサ

### • センサ

- 測定量を変換する系の最初の要素(JIS)
- 光センサ

- 光導電セル      CdS等。光照射による伝導率増加を利用
- 光起電力セル      半導体pn接合(太陽電池)の光起電力を利用
- 光電管      光電子放出効果を利用
- 焦電体      LiTaO<sub>3</sub>等電磁波吸収の際に温度上昇分極電荷を利用
- 光ファイバセンサ      光磁気効果, 電気光学効果, 光干渉を利用

## 3.4 電気応用計測とセンサ

### • センサ

#### – 温度センサ

- 熱電対                    異種金属で作った閉回路で、一方の接続点と他方の接続点温度が異なると起電力が発生（ゼーベック効果）
- 測温抵抗体            金属・半導体の電気抵抗が温度で変化（半導体を使用したものがサーミスタ）
- 放射温度計            物体から放射されるエネルギーの波長分布と強度の関係
- 光高温計                物体温度と放射電磁波波長の関係

#### – 力学センサ

- ストレインゲージ            マンガン合金線等。応力による電気抵抗値の変化
- 変位センサ                変位を静電容量、インダクタンスの変化で検出

## 3.4 電気応用計測とセンサ

### • センサ

#### – 流量センサ

- 体積流量                    単位時間あたりに流れる体積 → 積算体積流量
- 質量流量                    単位時間あたりに流れる質量

測定量	名称	原理	液体	気体	蒸気	
体積流量	差圧式	オリフィス前後の圧力差	○	○	○	圧損大。安価。
	面積式	流量に応じた浮子高さ	○	○	○	圧損大。安価。
	電磁式	流体による電磁誘導	○	×	×	圧損無。導電性流体。
	超音波式	ドップラー効果	○	○	△	圧損無。
積算体積流量	容積式	歯車の回転	○	○	×	圧損大。精度良。
	渦式	流速に比例した周波数の渦	○	○	○	圧損小。安価。
	タービン式	羽根車の回転数	○	○	△	高精度。寿命有。

体積流量から補正演算で質量流量を得る場合もある

## 3.4 電気応用計測とセンサ

### – 流量センサ

- 流量計測の例

- オリフィスと差圧伝送器

$$Q = K_1 \sqrt{\Delta P}$$

- » Q:流量,  $\Delta P$ :差圧,  $K_1$ :定数

- » 出力の $\Delta P$ の誤差は, フルスケールに対応

- 渦流量計, 電磁流量計

$$Q = K_2 V$$

- » Q:流量, V:流速,  $K_2$ :定数

- » 出力Vの誤差は, 指示値に対応