エネルギー管理研修
電気の基礎
1. 電気及び電子理論

大阪大学 大学院 舟木 剛

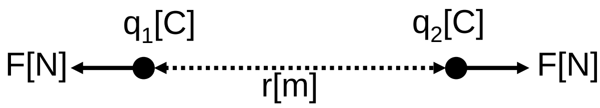
平成22年12月13日

9:30～10:50

テキストⅡ-1

1.1.1 静電界

- クーロンの法則
  - クーロン力
    - 電荷間に働く反発力(同符号), 吸引力(異符号)
  - 2つの電荷q_1,q_2[C]の間に働く力F[N]
    - 電荷量の積q_1q_2に比例
    - 距離r[m]の二乗に反比例
      （球の表面積）



$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2} \quad [N]$$

ε : 誘電率

ε_0 : 真空の誘電率 $= 8.854\times10^{-12}[F/m] = \dfrac{1}{4\pi\times9\times10^{9}}[F/m]$

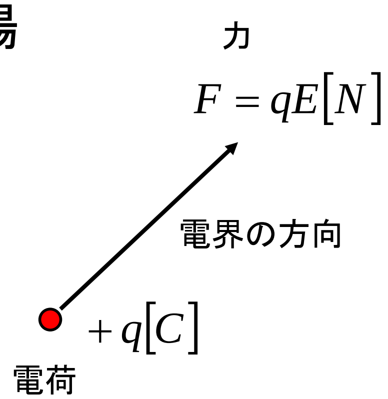
ε_r : 比誘電率 $= \varepsilon/\varepsilon_0$

テキストⅡ-1

1.1.1 静電界

- 電界(電場)
  - クーロン力(電気力)が作用する場
  - 単位 V/m
  - 静電界
    - 電荷が静止している場合
    - 電界Eにより電荷qに作用する力F

$$F = qE \quad [N]$$



- 電気力線
  - クーロン力の方向を表す軌跡
  - 面積密度は，電界の強さを表す $E[V/m] = E[本/m^2]$

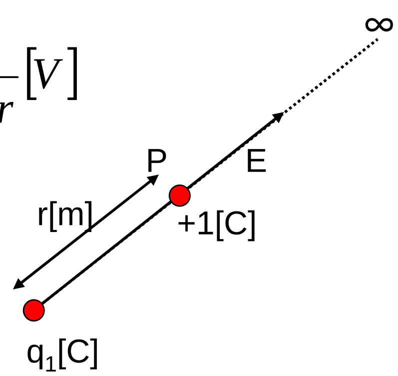
テキストⅡ-2

1.1.1 静電界

- 電位
  - 点電荷q_1より距離rの点Pの電位V
    - 無限遠点からrまで電界に逆らって，単位正電荷を運ぶ仕事
    - 無限遠点の電位を基準にとる(0V)

$$V = -\int_{\infty}^{r} E dr = -\int_{\infty}^{r} \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} [V]$$

    - 電位は方向を持たないスカラー量

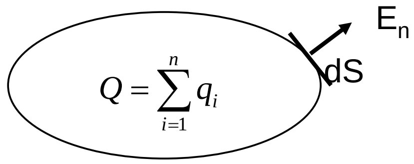


テキストⅡ-3

1.1.1 静電界

- ガウスの定理
  - 電界内に任意の閉曲面から出る電界E_nを面積分すると，閉曲面内の総電荷量を誘電率εで割った値に一致
    - 面Sで囲まれるn個の点電荷$q_1,q_2,\cdots q_n$,総和Q

$$\int_S E_n ds = \iint E_n dS = \frac{1}{\varepsilon}\sum_{i=1}^{n} q_i = \frac{Q}{\varepsilon}$$



  - 誘電率ε[F/m]の媒質中にある電荷Q[C]から出る電気力線の総本数はQ/ε[本]
    - 電気力線の総本数[本]=電気力線の面積密度[本/m^2]×面積[m^2]

テキストⅡ-4

1.1.1 静電界

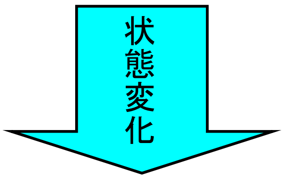
- 静電容量
  - 1個の導体に電荷Q[C]与えたときの電位V[V]，Q=CV
    - 比例定数C=Q/V[F]を静電容量
  - 二個の導体A,Bにそれぞれ+Q[C]，-Q[C]の電荷を与えたとき，導体間の電位差がV_{AB}[V]である場合に，二導体間の静電容量は次式で表される。

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}[F] \qquad Q = CV_{AB}[C]$$

テキストⅡ-4

1.1.1　静電界

– Cに蓄えられるエネルギー
  - 電荷の無い状態
    - 電圧v=0
    - 電荷q=0
  - 電荷が蓄えられた状態
    - 電圧v=V
    - 電荷q=Q



  - 静電容量C,電荷Q,電圧Vの関係
    - Q=CV
  - 電圧の定義
    - 無限遠から単位電荷を運ぶ仕事[J/C]
  - エネルギーW[J]

$$W = \int_0^Q V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

テキストⅡ-5

1.1.2　電流と磁界

- 静磁界
  – 磁気力
    - クーロン力に対応
      - 真空中におかれた強さm_1,m_2[Wb]の磁極
      - 磁極間距離r[m]
      - 磁極間に働く磁気力F[N]

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 r^2}[N]$$

– 真空の透磁率　$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$

テキストⅡ-5

1.1.2 電流と磁界

– 磁界（磁場）
- 磁極に磁気力が作用する場
- 磁界の強さH[A/m](昔はAT/m)
  – 磁極m[Wb]による単位磁極(1Wb)に作用する力

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2}\left[A/m\right]$$

  – 作用する力　$F = mH\left[N\right]$
- 磁束密度B
  – 磁極1Wbから1本の磁束
  – 単位面積当たりの磁束　$B = \frac{\Phi}{S}\left[Wb/m^2\right] = \frac{\Phi}{S}\left[T\right]$
  – 面積S[m^2]，磁束ϕ[Wb]

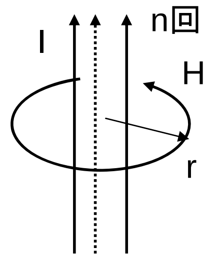
テキストⅡ-5

1.1.2 電流と磁界

– 右ねじの法則
- 導体に流れる電流は，円周方向に磁界を発生する
- 磁界の方向は，電流の向きに対して時計廻り

- アンペアの周回路の法則
  – 電流Iが流れているn本の導体が，閉曲線Cに鎖交するとき，Cに沿って磁界を積分すると

$$\oint_C Hdl = H\int_0^{2\pi} dl = H2\pi r = nI\left[A\right]$$

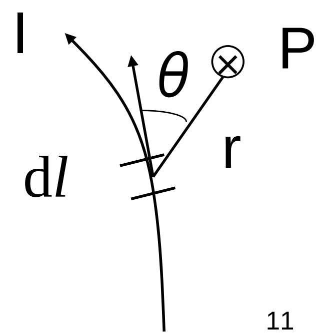


テキストⅡ-6

1.1.2 電流と磁界

- ビオ･サバールの法則
  - 電流の生成する磁束密度に対する法則
    - 電流Iが流れる導体上の電流素Idlが，r離れた点Pに生じる磁界
      - 向きは表から裏(右ねじの法則)

$$dH = \frac{Idl}{4\pi r^2}\sin\theta$$



テキストⅡ-7

1.1.2 電流と磁界

- 磁気回路
  - 磁界Hと磁束Bの関係
    - μ :透磁率
    - μ_s:比透磁率

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_s H [T]$$

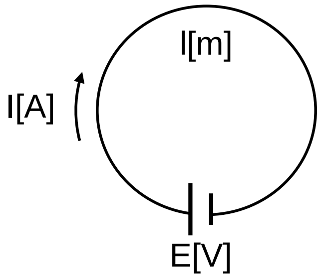
  - 透磁率μの大きな磁性体(強磁性体)で閉じた磁束の通路(磁路)
    - 磁束は殆ど漏れずに磁路の中を通る
    - 磁路長さl[m]，断面積S[m^2]

$$NI = R_m \Phi [A] \qquad R_m = \frac{l}{\mu S}[A/Wb]$$

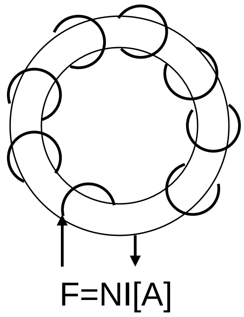
テキストⅡ-7

1.1.2 電流と磁界

– 電気と磁気の対応関係



導体
•長さl[m]
•断面積S[m²]
•抵抗率ρ[Ωm]
(導電率σ=1/ρ[S/m])



•磁路長さl[m]
•磁路断面積S[m²]
•透磁率μ[H/m]
•巻数N[回]
•電流I[A]

起電力	$E[V]$	$\Leftrightarrow$	起磁力	$F = NI = R_m \Phi [A]$
電流	$I[A]$	$\Leftrightarrow$	磁束	$\Phi [Wb]$
電気抵抗	$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{kS} [\Omega]$	$\Leftrightarrow$	磁気抵抗	$R_m = \frac{l}{\mu S} [A/Wb]$
オームの法則	$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\rho \frac{l}{S}} [A]$	$\Leftrightarrow$	オームの法則	$\Phi = \frac{F}{\frac{l}{\mu S}} [Wb]$

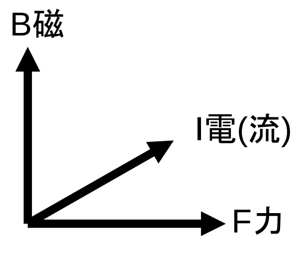
テキストⅡ-8

1.1.2 電流と磁界

- 電磁力
  - 磁界中を流れる電流に対して働く力F[N]
    - 磁束密度B[T]の磁界中で，電流I[A]，長さl[m]の導体に働く力

$$F = IBl \sin\theta [N]$$

    - θ:磁界と電流の角度
  - フレミングの左手の法則
    - 電流，磁界，力の方向の関係
  - 電子に働く力
    - 磁界B[T]中を速度v[m/s]で動く電子e[C]に働く力



$$F = evB \sin\theta [N]$$

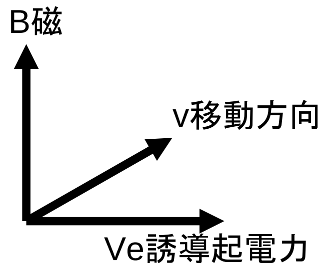
    - 電界E[V/m]が存在する場合は，電界の方向に力eE[N]が働く

テキストⅡ-8

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 電磁誘導
  - 磁界中を動く導体に誘導起電力が生じる
    - 磁束密度B[T]の磁界に対して，長さl[m]の導体が角度θ，速度v[m/s]で動く

$$V_e = vBl\sin\theta[V]$$



    - フレミングの右手の法則
      - 起電力の方向は，移動方向と磁界に垂直
  - ファラデーの法則
    - 電磁誘導で生じる起電力は，回路に鎖交する磁束数の減少する割合に比例する

$$V_e = -N\frac{d\Phi}{dt} \quad [V]$$

      - 磁束Φ[Wb]と右ねじの関係にある起電力を正
      - 負符号は磁束変化を妨げる向きの起電力を現す

テキストⅡ-9

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 自己インダクタンス
  - 自己誘導作用
    - Lに流れる電流を変化させると磁束が変化し，電流変化を妨げる向きに起電力V_eが誘導される
  - 自己インダクタンス（自己誘導係数）
    - 巻数N[回]のコイルに電流I[A]流したときに生じる磁束ϕ[Wb]とすると，電流Iと鎖交する全磁束数

$$\varphi = N\Phi[Wb]$$

    - 鎖交する全磁束数は電流Iに比例する

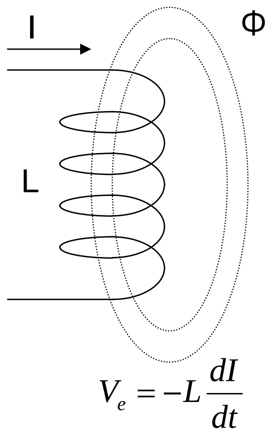
$$\varphi = LI$$

    - 比例定数L

$$L = \frac{\varphi}{I} = \frac{N\Phi}{I}[H]$$

  - コイル自身に誘導される起電力

$$V_e = -\frac{d\varphi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$



テキストⅡ-10

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 相互インダクタンス
  - 相互誘導作用
    - 結合された二つのコイルにおいて，一方の電流を変化させると，他方のコイルの鎖交磁束数が変化して，起電力が誘起される
      - 一次側電流I_1[A]による磁束で，二次側と鎖交する磁束φ_{21}

$$\varphi_{21} = M_{21} I_1 \qquad M_{21} = \frac{\varphi_{21}}{I_1}[H]$$

      - 二次側電流I_2[A]による磁束で，一次側と鎖交する磁束φ_{12}

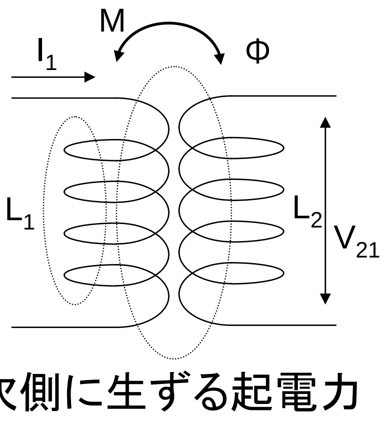
$$\varphi_{12} = M_{12} I_2 \qquad M_{12} = \frac{\varphi_{12}}{I_2}[H]$$

テキストⅡ-10

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

$$V_{21} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

$$M = K\sqrt{L_1 L_2}$$



- 相互インダクタンス
  - 総合誘導係数
    - 一般的に $M_{12} = M_{21} = M$
    - 相互誘導で一次側電流変化が二次側に生ずる起電力

$$V_{21} = -\frac{d\varphi_{21}}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt}[V]$$

    - 相互誘導で二次側電流変化が一次側に生ずる起電力

$$V_{12} = -\frac{d\varphi_{12}}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt}[V]$$

テキストⅡ-11

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 電磁エネルギー
  - 自己インダクタンスL[H]のコイルの電流0→I[A]
    - Lの電流が増加すると，Lの端子に逆起電力が発生

$$V = L\frac{di}{dt} \quad [V]$$

    - 逆起電力に打ち勝ち，電流を増加させるのに必要な電力

$$P = Vi \quad [W]$$

    - 電流が0からIAに達するまでに必要なエネルギー
      - コイルの磁界に蓄積される電磁エネルギー

$$W = \int_0^t Pdt = \int_0^t L\frac{di}{dt}idt = \int_0^t Lidi = \frac{1}{2}LI^2 \quad [J]$$

テキストⅡ-11

1.1.3 電磁誘導とインダクタンス

- 電磁エネルギー
  - 透磁率μの磁性体内の磁界のエネルギー密度

$$w = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}HB = \frac{B^2}{2\mu} \quad [J/m^3]$$

    - 磁界全体のエネルギー
      - 磁界全体にわたってwを微小体積dvで積分

$$W = \int wdv = \frac{1}{2}\int HBdv = \frac{1}{2}\int HBSdl = \frac{1}{2}\Phi\int Hdl = \frac{1}{2}\Phi NI[J]$$

    - 自己インダクタンスの定義 $N\Phi = LI$

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \quad [J]$$

テキストⅡ-12

1.2 電気回路
1.2.1 直流回路

- オームの法則
  - R[Ω]:抵抗，E[V]:起電力，I[A]:電流

$$I = \frac{E}{R}$$

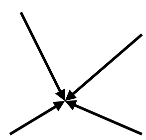
- ジュールの法則
  - 抵抗での消費電力 $W = EI = RI^2 = \frac{E^2}{R}$
  - 消費電力量=消費電力を時間積分したもの

$$Q = RI^2 t$$

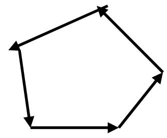
テキストⅡ-12

1.2 電気回路
1.2.1 直流回路

- キルヒホッフの法則
  - KCL（電流則）
    - 任意の節点に流入する電流の合計は0



  - KVL（電圧則）
    - 任意の閉路について，各部の電圧を合計すると0

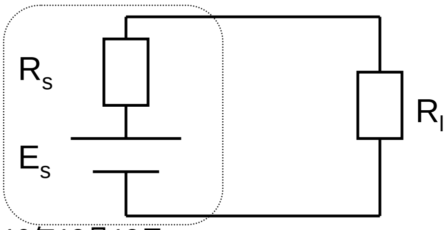


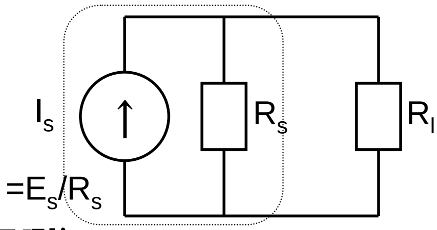
テキストⅡ-12

1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

- テブナンの定理・ノートンの定理
  - テブナンの定理(等価電圧源の定理)
    - 電圧源，電流源と抵抗からなる回路は，抵抗と電圧源の直列等価回路であらわすことができる。
  - ノートンの定理(等価電流源の定理)
    - 電圧源，電流源と抵抗からなる回路は，抵抗と電流源の並列等価回路であらわすことができる。





テキストⅡ-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 正弦波交流
  - 交流電圧
    - 瞬時値:*e(t)*

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

- E_m[V]:振幅
- ω[rad/s]:角周波数
- t[s]:時間
- θ[rad]:位相（遅れ負，進み正）
- f[Hz]:周波数
- T[s]:周期

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

テキストⅡ-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

– 交流電圧

- 平均値 $$E_{ave} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} E_m \sin\varphi d\varphi = 0$$
- 絶対値の平均
$$E_{absave} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} E_m \sin\varphi d\varphi = \frac{2}{\pi}E_m \approx 0.636E_m$$
- 二乗平均（実効値）
$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} E_m{}^2 \sin^2\varphi d\varphi} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707E_m$$

テキストⅡ-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- インピーダンス
  - 周波数fの正弦波に対する，複素数で表したR,L,Cの抵抗値

$$R \Rightarrow Z_R = R$$
$$L \Rightarrow Z_L = j\omega L$$
$$C \Rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

複素インピーダンス
$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$
$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

  - 直列接続 $$Z = Z_1 + Z_2$$
  - 並列接続 $$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}}$$

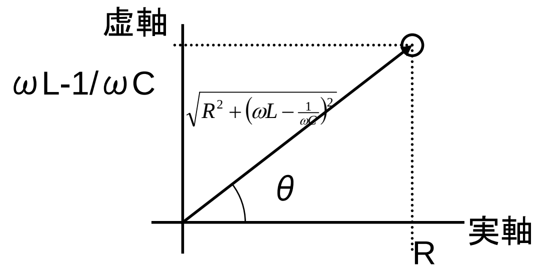
テキストⅡ-14

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- インピーダンス
  - 極座標表示 $\dot{Z} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j\theta}$
    - 大きさ $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$
    - 角度

$$\tan\theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



テキストⅡ-15

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- アドミタンス
  - インピーダンスの逆数

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}$$

- 電圧電流の関係

$$\dot{I} = \dot{Y}\dot{E}$$

- RLC並列回路のアドミタンス

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

テキストⅡ-15

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 記号法
  - 電圧・電流の複素表示を用いる
  - 電圧・電流の関係を複素インピーダンスで表す
    - 単一周波数・定常状態の表現法
    - フェーザー図で表現可能

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e) \quad \Rightarrow \quad \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} = E e^{j\theta_e} = \dot{E}$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) \quad \Rightarrow \quad \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i} = I e^{j\theta_i} = \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + jX}$$

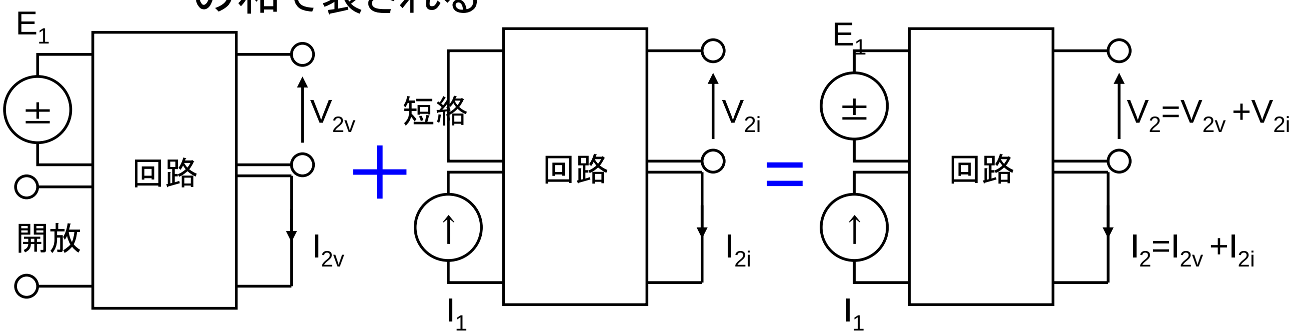
テキストⅡ-18

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 重ね合わせの理
  - 電源とインピーダンスで構成される回路の状態は
    - 電流源を開放したときの電圧V_{2v}・電流I_{2v}
    - 電圧源を短絡したときの電圧V_{2i}・電流I_{2i}

  の和で表される



テキストⅡ-19

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流電力
  - 交流電圧，電流
    - 瞬時値 $e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e)$ $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$
    - フェーザ $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e}$ $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i}$
    - 電圧を基準にすると，電流は位相が $\theta_i - \theta_e$ 遅れる
  - 平均電力

$$P = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} e(t)i(t)dt = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} E_m \sin(\omega t + \theta_e) I_m \sin(\omega t + \theta_i) dt$$

$$= \frac{E_m I_m}{2}\cos(\theta_i - \theta_e)$$

テキストⅡ-19

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流電力
  - 複素電力
    - フェーザで表した電圧・電流で求める
    - 遅れの無効電力を正とした場合の電力

$$\dot{P} = P + jQ = \dot{V}\overline{\dot{I}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\theta_i} = \frac{E_m I_m}{2} e^{j(\theta_e - \theta_i)}$$

$$= \frac{E_m I_m}{2}\cos(\theta_i - \theta_e) + j\frac{E_m I_m}{2}\sin(\theta_i - \theta_e)$$

- $\dot{P}$ [VA]:皮相電力
- P[W]:有効電力は平均電力に等しい
- Q[var]:無効電力は交流特有の概念

テキストⅡ-19

1.2　電気回路

1.2.3　三相交流回路

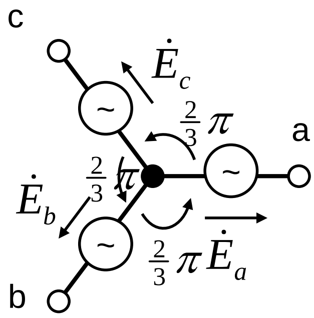
– 対称三相交流(電圧)
  - 振幅が等しく，位相が120度ずつ異なる3つの正弦波(電圧)

A相基準

$$e_a = \sqrt{2}E_m \sin\omega t \quad \Leftrightarrow \quad \dot{E}_a = \dot{E}$$

$$e_b = \sqrt{2}E_m \sin\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right) \quad \Leftrightarrow \quad \dot{E}_b = \dot{E}e^{-j\frac{2}{3}\pi}$$

$$e_c = \sqrt{2}E_m \sin\left(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi\right) \quad \Leftrightarrow \quad \dot{E}_c = \dot{E}e^{j\frac{2}{3}\pi}$$



但し，$a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$（回転ベクトル）とすると　$1 + a + a^2 = 0$

$$a = -\tfrac{1}{2} + j\tfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad a^2 = -\tfrac{1}{2} - j\tfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad a^3 = e^{j2\pi} = 1$$

テキストⅡ-20

1.2　電気回路

1.2.3　三相交流回路

- Y結線電源
  – 各相の起電力の終端を，共通の中性点Nに接続
    - 対称な場合

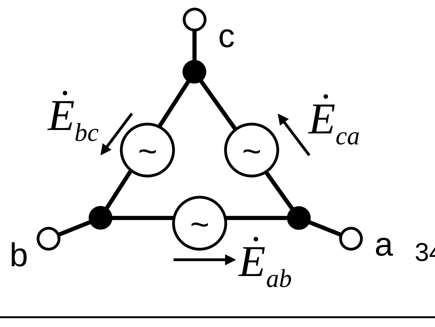
$$\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = \left(1 + a + a^2\right)\dot{E} = 0$$

- Δ結線電源
  – 各起電力の終端を，他の起電力の始端に接続

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b = \left(1 - \alpha^2\right)\dot{E}_a = \sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}\dot{E} \qquad \dot{E}_{bc} = a^2\dot{E}_{ab} \quad \dot{E}_{ca} = a\dot{E}_{ab}$$

– 線間電圧は，相電圧の√3倍。

– 位相がπ/6進む（Y-Δ変換）



テキストⅡ-21

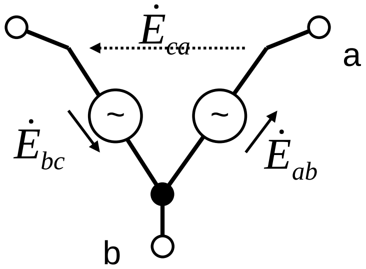
1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- V結線
  - Δ結線における電源の一つを外したもの
    - 三相交流電圧が取り出せる
    - 変圧器の電圧・電流間には30°の位相差が発生
    - 変圧器の利用率 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 86.6\%$
    - V結線時の許容出力は，変圧器容量をPとすると

$$2P\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}P \quad [VA]$$

利用率悪い



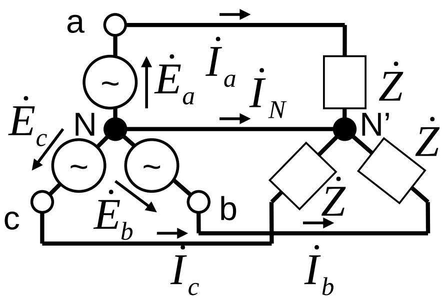
テキストⅡ-22

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 平衡三相負荷

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{E}_a / \dot{Z} \\ \dot{I}_b = \dot{E}_b / \dot{Z} = a^2\dot{I}_a \Rightarrow \dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ \dot{I}_c = \dot{E}_c / \dot{Z} = a\dot{I}_a \end{cases}$$



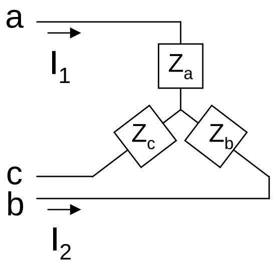
- 電源電圧が対称（平衡）で，負荷が三相平衡の時，中性線電流は流れない
- 電源・負荷共に三相平衡の場合，各相の電圧・電流は位相が2/3π異なるのみとなる。
  - 正相で現された単相等価回路で扱える。

テキストⅡ-22

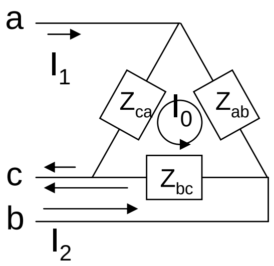
1.2　電気回路

1.2.3　三相交流回路

- 負荷のスターデルタ(YΔ)変換



$$\begin{cases}\dot{V}_{ac} = \dot{I}_1\dot{Z}_a + \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\dot{Z}_c \\ \dot{V}_{bc} = \dot{I}_2\dot{Z}_b + \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\dot{Z}_c\end{cases}$$



$$\begin{cases}\dot{V}_{ac} = \left(\dot{I}_0 + \dot{I}_1\right)\dot{Z}_{ca} \\ \dot{V}_{bc} = \left(\dot{I}_2 - \dot{I}_0\right)\dot{Z}_{bc} \\ \dot{V}_{ab} = -\dot{I}_0\dot{Z}_{ab}\end{cases}$$

$$\dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0$$

⇒ $\dot{V}_{ab}, \dot{V}_{bc}, \dot{V}_{ca}, \dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$

に関する連立方程式を解く

テキストⅡ-22

1.2　電気回路

1.2.3　三相交流回路

- 負荷のスターデルタ(YΔ)変換

$$\dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{I}_0 = \frac{-\dot{I}_1\dot{Z}_{ca} + \dot{I}_2\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

  - 任意のI_1,I_2に対して成立するためには

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_b = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_c = \frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

  - 負荷のYΔ変換

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \quad \dot{Z}_{bc} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} \quad \dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}$$

テキストⅡ-22

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 負荷のスターデルタ(YΔ)変換
  - 三相平衡のとき

$$\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$$

$$\dot{Z}_{ab} = \dot{Z}_{bc} = \dot{Z}_{ca}$$

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab}} = \frac{\dot{Z}_{ab}}{3}$$

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_a + \dot{Z}_a\dot{Z}_a + \dot{Z}_a\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} = 3\dot{Z}_a$$

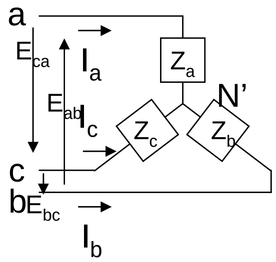
テキストⅡ-26

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- キルヒホッフの法則による方法
  - 不平衡三相負荷回路へのキルヒホッフの法則の適用

$$\begin{cases} \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ \dot{Z}_a\dot{I}_a - \dot{Z}_b\dot{I}_b = \dot{E}_{ab} \\ \dot{Z}_b\dot{I}_b - \dot{Z}_c\dot{I}_c = \dot{E}_{bc} \\ -\dot{Z}_a\dot{I}_a + \dot{Z}_c\dot{I}_c = \dot{E}_{ca} \end{cases}$$



テキストⅡ-26

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

– 連立方程式を解く

$$\dot{I}_a = \frac{\begin{vmatrix} \dot{E}_{ab} & -\dot{Z}_b \\ \dot{E}_{ca} & -\dot{Z}_c \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dot{Z}_a & -\dot{Z}_b \\ -\left(\dot{Z}_a+\dot{Z}_c\right) & -\dot{Z}_c \end{vmatrix}} = \frac{\dot{Z}_c\dot{E}_{ab}-\dot{Z}_b\dot{E}_{ca}}{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}$$

$$\dot{I}_b = \frac{\begin{vmatrix} \dot{Z}_a & \dot{E}_{ab} \\ -\left(\dot{Z}_a+\dot{Z}_c\right) & \dot{E}_{ca} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dot{Z}_a & -\dot{Z}_b \\ -\left(\dot{Z}_a+\dot{Z}_c\right) & -\dot{Z}_c \end{vmatrix}} = \frac{-\dot{Z}_a\dot{E}_{ca}-\left(\dot{Z}_a+\dot{Z}_c\right)\dot{E}_{ab}}{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a} = \frac{\dot{Z}_a\dot{E}_{bc}-\dot{Z}_c\dot{E}_{ab}}{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}$$

$$\dot{I}_c = \frac{\begin{vmatrix} \dot{Z}_b & \dot{E}_{bc} \\ -\dot{Z}_a & \dot{E}_{ca} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dot{Z}_b & -\left(\dot{Z}_b+\dot{Z}_c\right) \\ -\dot{Z}_a & \dot{Z}_c \end{vmatrix}} = \frac{\dot{Z}_b\dot{E}_{ca}-\dot{Z}_a\dot{E}_{bc}}{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}$$

テキストⅡ-27

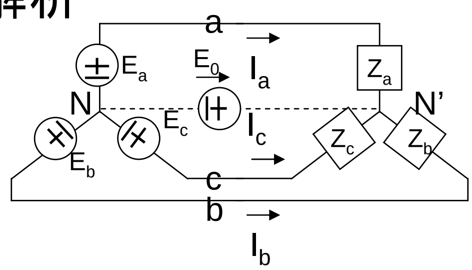
1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 中性点電位仮定法（ミルマンの定理）
  - 全電圧の定理
    - 電圧源が並列接続された回路の出力電圧を求める
    - 電圧源V_i, 回路のアドミタンスY_i, 出力電圧V_0とすると

$$V_o = \sum_{i=1}^{N} Y_i V_i \Bigg/ \sum_{i=1}^{N} Y_i$$

  - 三相三線式不平衡回路の解析



テキストⅡ-27

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 中性点電位仮定法(ミルマンの定理)
  - 電源の中性点Nと，負荷の中性点N'の電位差E_0に対して

$$\begin{cases} \dot{E}_a - \dot{E}_o = \dot{Z}_a \dot{I}_a \\ \dot{E}_b - \dot{E}_o = \dot{Z}_b \dot{I}_b \\ \dot{E}_c - \dot{E}_o = \dot{Z}_c \dot{I}_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a - \dot{E}_o}{\dot{Z}_a} \\ \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b - \dot{E}_o}{\dot{Z}_b} \\ \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c - \dot{E}_o}{\dot{Z}_c} \end{cases}$$

  - 三相三線式では中性線電流は流れないため

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \Rightarrow \frac{\dot{E}_a - \dot{E}_o}{\dot{Z}_a} + \frac{\dot{E}_b - \dot{E}_o}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{E}_c - \dot{E}_o}{\dot{Z}_c} = 0 \Rightarrow \dot{E}_o = \frac{\frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_a} + \frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}_c}}{\frac{1}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c}}$$

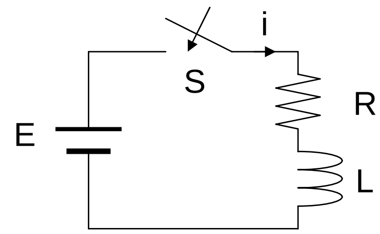
  - E_0を代入して，I_a,I_b,I_cを求めることができる

テキストⅡ-29

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析
  - RL直列回路

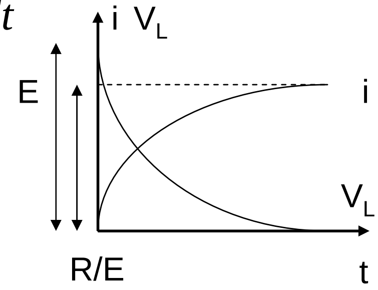


    - 磁束の時間変化率が電圧に相当

$$\phi = Li \Rightarrow \frac{d}{dt}\phi = V = \frac{d}{dt}Li = L\frac{d}{dt}i$$

    - KVLより

$$E = Ri + L\frac{d}{dt}i$$



    - 微分方程式の解

$$i = ke^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

一般解 特解

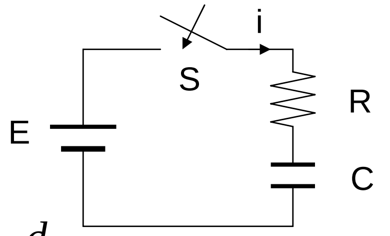
  - i(0)=0 $i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

テキストⅡ-29

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析
  - RC直列回路
    - 電荷の時間変化率が電流に相当



$$q = Cv \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}q = i = \frac{d}{dt}Cv = C\frac{d}{dt}v$$

- KVL

$$E = Ri + v = Ri + \frac{q}{C}$$

- 微分方程式の解

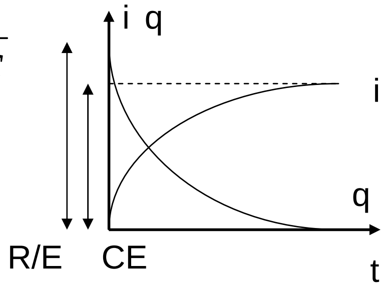
一般解

$$q = ke^{-\frac{1}{RC}t} + EC$$

特解

  - $q(0)=q_0$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} + EC\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



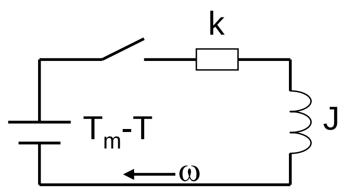
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{RC}\left(EC - q_0\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

テキストⅡ-29

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析
  - 過渡解析方法の応用
    - 発電機の運動方程式(動揺方程式)
      - 電動機トルクT_m
      - 回転軸の慣性モーメントJ
      - 角速度ωに比例する摩擦トルクk
      - 回転速度に無関係な負荷トルクT



$$T_m - T - k\omega = J\frac{d}{dt}\omega$$

      - 一階の微分方程式として，電気回路と同様に求解すればよい

テキストⅡ-29

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- ひずみ波交流
  - 周期性のあるひずみ波交流
    - 周期2π, θ=ωt $\quad i(\theta)=i(\theta-2\pi)$
  - フーリェ級数展開
    - 複数の周波数成分に分解

$$i(\theta)=b_0+\sum_{k=1}^{n}\left[a_k\sin k\theta+b_k\cos k\theta\right]$$

$$\begin{cases} a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}i(\theta)\sin n\theta d\theta \\ b_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}i(\theta)\cos n\theta d\theta \end{cases} \qquad b_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}i(\theta)d\theta$$

テキストⅡ-30

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- ひずみ波交流

$$\begin{cases} e(\theta)=E_0+\sum_{k=1}^{n}\sqrt{2}E_k\sin(k\omega_0 t+\theta_{ke}) \\ i(\theta)=I_0+\sum_{k=1}^{n}\sqrt{2}I_k\sin(k\omega_0 t+\theta_{ki}) \end{cases}$$

  - 歪波交流実効値
    - 周波数成分の二乗和平方根

$$E=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}E_k{}^2},I=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}I_k{}^2}$$

  - 力率

$$\text{力率}=\frac{\text{有効電力}}{\text{皮相電力}}=\frac{E_0I_0+\sum_{k=1}^{\infty}E_kI_k\cos(\theta_{Ik}-\theta_{Ek})}{\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}E_k{}^2}\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}I_k{}^2}}$$

テキストⅡ-32

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

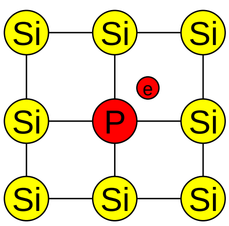
- 絶縁体
  - 外部から電界を印加しても電流は流れない
- 金属
  - 電界を印加すると，電流が良く流れる
- 半導体(Si, Ge等)
  - 真性半導体
    - 10^{-2}～10^{4} Ωm
    - 絶対零度では絶縁体
    - 温度が上がると電子と正孔が電流を運ぶ
  - 不純物半導体
    - 不純物を導入して，伝導電子や正孔を供給
    - P形，N形

テキストⅡ-32

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

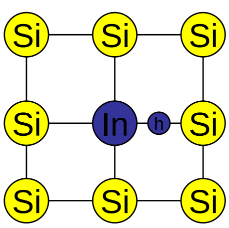
- 不純物半導体
  - N型半導体



» シリコン等の4族（元素の周期表の左から4番目）の真性半導体にアンチモン(Sb)，リン(P)等の5族の不純物（ドナー）を加えて作る半導体.

» 結晶を構成するとき電子が余り，自由電子となり電気伝導が行われる。

  - P型半導体



» シリコン等の4族の真性半導体にホウ素(B)，インジウム(In)等の3族の不純物（アクセプタ）を加えて作る半導体.

» 結晶を構成するとき電子が不足し，正孔となり電気伝導が行われる。

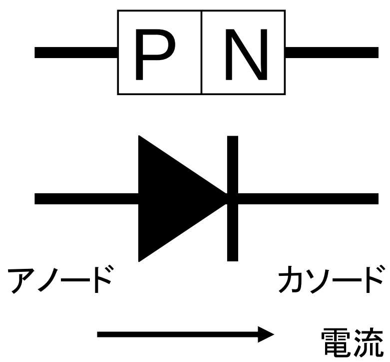
» 自由電子や正孔をキャリアと呼ぶ

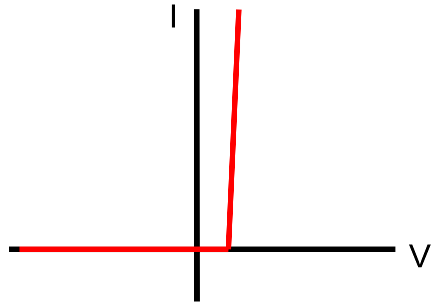
テキストⅡ-33

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- ダイオード
  - P形半導体とn形半導体を接合した2端子素子(PN接合ダイオード)
    - 点接触形，接合形などがある
    - 整流，検波に用いる





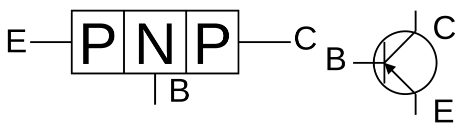
出力VI特性

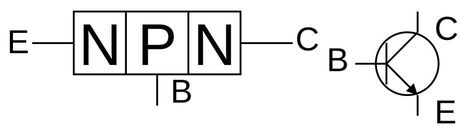
テキストⅡ-33

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- トランジスタ
  - 増幅・発振作用を持つ半導体素子
  - P,N形半導体を組み合わせ，PNP,NPNを構成
    - ベース(B)，エミッタ(E)，コレクタ(C)





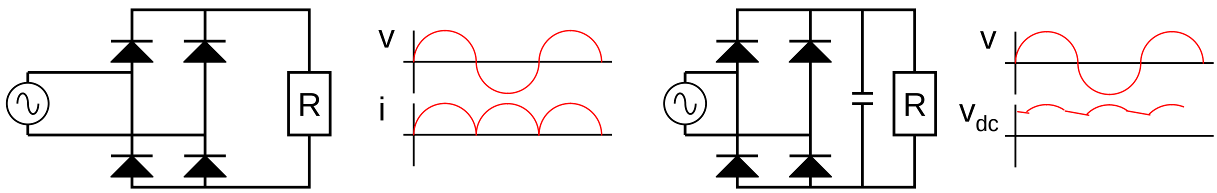
テキストⅡ-33

1.3 電子回路

1.3.2 整流回路

- 半波整流回路
  - 出力電流は正弦波の半分（半波）

- 全波整流回路
  - 半周期毎に半波が反転した全波波形

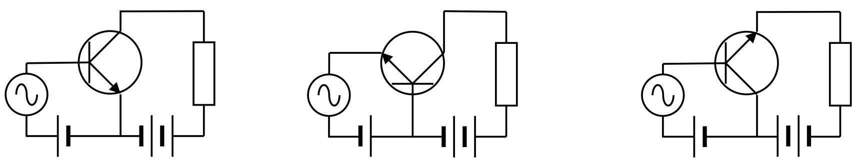


テキストⅡ-34

1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

- 接地方式と増幅回路
  - トランジスタの入出力端子の共通接続（接地）点で三方式に分かれる



エミッタ接地　　ベース接地　　コレクタ接地

- エミッタ接地増幅率 β
  - ベース電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

- ベース接地電流増幅率 α
  - エミッタ電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$$

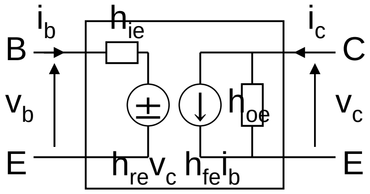
$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E - \Delta I_C} = \frac{\Delta I_C}{\frac{\Delta I_C}{\alpha} - \Delta I_C} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

テキストⅡ-35

1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

- トランジスタの四端子定数（hパラメータ）
  - トランジスタの四端子（二端子対）回路



•h_i[Ω]　:出力端短絡入力インピーダンス
•h_r　:入力端開放電圧帰還比
•h_f　:出力端短絡電流増幅率
•h_o[S]　:入力端開放入力アドミタンス

第二添え字に，トランジスタの接地方式をつける
例:h_{fe} → エミッタ接地電流増幅率

$$\begin{bmatrix} V_{BE} \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie} & h_{re} \\ h_{fe} & h_{oe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix}$$

$$h_{ie} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \qquad h_{re} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}}$$

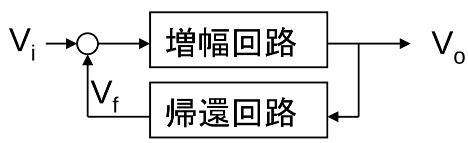
$$h_{fe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \beta \qquad h_{oe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$$

テキストⅡ-37

1.3 電子回路

1.3.4 発振回路

- 増幅回路の出力の一部を正帰還して発振回路を構成する



  - 増幅回路の増幅率　$A = \frac{V_o}{V_i + V_f}$
  - 帰還回路の増幅率　$\beta = \frac{V_f}{V_o}$
  - 回路全体の増幅率　$A_o = \frac{V_o}{V_i}$

$$A = \frac{V_o}{V_i + V_f} = \frac{V_o}{V_i + \beta V_o} \Rightarrow A(V_i + \beta V_o) = V_o \Rightarrow AV_i = V_o(1 - A\beta)$$

$$\Rightarrow A_o = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

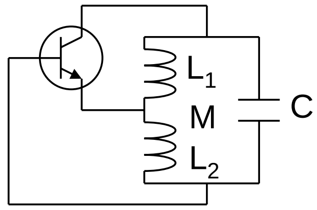
$A\beta$=1の時，分母が0となり，A_o=∞となる。この条件下で一度発振し始めると持続する。

テキストⅡ-37

1.3　電子回路

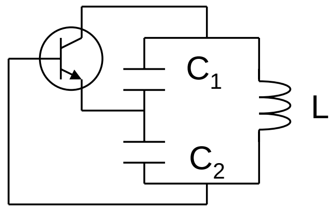
1.3.4 発振回路

- ハートレー発振回路
  - コイルにセンタータップを設け，この端子を帰還に用いる
  - 発振周波数 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



但し　$L=L_1+L_2-2M$

- コルピッツ発振回路
  - コンデンサを分割し，帰還に用いる
  - 発振周波数 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



但し　$C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

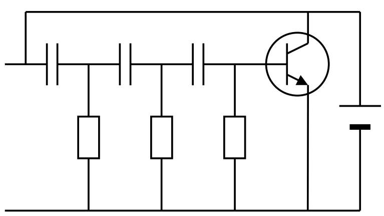
テキストⅡ-37

1.3　電子回路

1.3.4 発振回路

- CR形発振回路
  - 移相形発振回路は，一段毎に位相が60°変化（3段）
  - 180°移相する周波数で発振する
  - 移相の段数で，発振周波数とトランジスタの必要利得が変化する

3段　$f\cong\dfrac{1}{2\sqrt{6}\pi RC}$　　$G\geq 29$



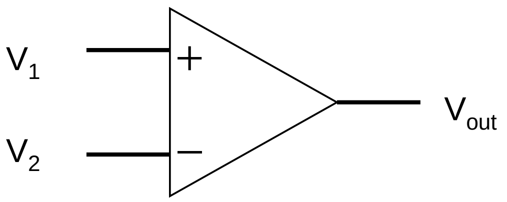
微分形

テキストⅡ-38

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器（オペアンプ）

- オペアンプ
  - 加算，積分等の演算回路に用いる
  - 同相入力端子(+)と，逆相（反転）入力端子(-)，出力端子を持つ
  - 理想的なオペアンプ
    - 入力インピーダンス∞
    - 出力インピーダンス0
    - 増幅度∞



増幅度 α とすると

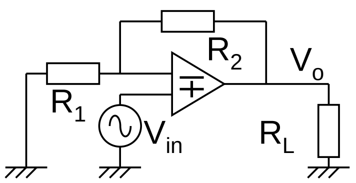
$$V_{out} = \alpha\left(V_2 - V_1\right)$$

テキストⅡ-38

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器（オペアンプ）

- オペアンプ
  - 同相（非反転）増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha\left(V_{in} - V\right) \\ V = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \end{cases}$$

$$V_o = \alpha\left(V_{in} - V\right) = \alpha\left(V_{in} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o\right)$$

$$V_o\left(1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}\right) = \alpha V_{in}$$

$$A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}}$$

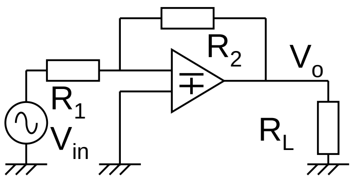
$$\lim_{\alpha \to \infty} A = \lim_{\alpha \to \infty} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

テキストⅡ-39

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器（オペアンプ）

- オペアンプ
  - 逆相（反転）増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha(-V) \\ V = V_{in} + \dfrac{R_1}{R_1+R_2}(V_o - V_{in}) \end{cases}$$

$$V_o = -\alpha\left[V_{in} + \tfrac{R_1}{R_1+R_2}(V_o - V_{in})\right] \qquad V_o\left[1+\tfrac{\alpha R_1}{R_1+R_2}\right] = -\alpha V_{in}\left[1-\tfrac{R_1}{R_1+R_2}\right]$$

$$A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-\alpha\left[1-\frac{R_1}{R_1+R_2}\right]}{1+\frac{\alpha R_1}{R_1+R_2}} = \frac{-\alpha[R_1+R_2-R_1]}{R_1+R_2+\alpha R_1} = \frac{-\alpha R_2}{R_1+R_2+\alpha R_1} = \frac{-R_2}{\frac{R_1+R_2}{\alpha}+R_1}$$

$$\boxed{\lim_{\alpha\to\infty} A = \lim_{\alpha\to\infty} \frac{-R_2}{\frac{R_1+R_2}{\alpha}+R_1} = -\frac{R_2}{R_1}}$$