

エネルギーシステム・要素論  
第6回 電池4  
二次電池のモデル化  
ゆっくりとした充放電応答  
平成24年01月20日

## リン酸形燃料電池 (PAFC)

- 電解質 リン酸( $\text{H}_3\text{PO}_4$ )水溶液
- 動作温度 200°C程度
- 発電効率は 約40%LHV
- 白金触媒利用(CO被毒)
- 工場、ビル用(100/200kW級)

# 熔融炭酸塩形燃料電池 (MCFC)

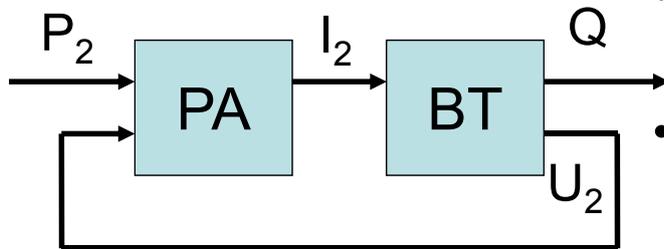
- 火力発電所の代替用途
- 白金触媒を用いない内部改質方式
  - 水素イオン(H<sup>+</sup>)の代わりに炭酸イオン(CO<sub>3</sub><sup>2-</sup>)を用いる
- 電解質 熔融炭酸塩(炭酸リチウム、炭酸カリウム)
- 燃料 水素, 天然ガス, 石炭ガス
- 動作温度 600°C~700°C程度
- 発電効率 約45%LHV
- 燃料極側排ガスの二酸化炭素濃度は80%程度
  - CO<sub>2</sub>回収

# 固体酸化物形燃料電池 (SOFC)

- 動作温度は700~1000°C程度
  - 排熱の利用に有利
  - 高耐熱の材料が必要
  - 起動停止時間長い
- 電解質 イオン伝導性セラミックス(安定化ジルコニア,ランタン・ガリウムのペロブスカイト酸化物)
- 空気極で生成した酸化物イオン(O<sub>2</sub><sup>-</sup>)が電解質を透過し、燃料極で水素と反応
- 水素, 天然ガス, 石炭ガスを燃料として用いることが可能。
- 1~10kW級
- 発電効率 56.1%LHV
- 改質器は不要

# 二次電池の準定常モデル1

BT:二次電池反応  
PA:内部変数変換



- 入力変数
  - 端子出力電力P2(t)
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧U2(t)
  - 端子電流I2(t)

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

# 二次電池の準定常モデル2

- 電池の容量はAhで表す
  - 定電流の充電・放電で評価
    - 定電流放電試験
      - 満充電時 開放端子電圧Uoc
      - 放電終了電圧まで定電流I2で放電 (例Uocの80%)
      - 放電時間tf
      - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = const \cdot I_2^{-n}$$

- » n:ポイカート指数  
1~1.5(鉛電池で1.35程度)
- » 電池の容量は充放電電流に依存する

## 二次電池の準定常モデル3

- 放電電流 $I_2^*$ に対する容量 $Q_0^*$

- 放電電流が異なると容量も変化する

- 非線形性

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot \text{const} \cdot I_2^{*-n} = \text{const} \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = \text{const} \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{\text{const} \cdot I_2^{1-n}}{\text{const} \cdot I_2^{*1-n}} = \left( \frac{I_2}{I_2^*} \right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式

- $K_c$ :定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1) \left( \frac{I_2}{I_2^*} \right)^{n-1}}$$

## 二次電池の準定常モデル4

- 電池の容量の表現

- Cレート

- 1Cレート

- 電池の全容量を一時間で充放電する電流値

- » 自動車用では100Cレート(1/100時間で放電)で評価するのが一般的

- 電池容量 $Q_0$  (Ah)

- 放電電流 $I_0$ (A)

$$c(t) = \frac{I_2(t)}{I_0} \quad I_0 = \frac{Q_0}{1}$$

- $C=1/x$ で表す

- $x$ (h)は電池を放電するのに要する時間

## 二次電池の準定常モデル5

- 充電状態(SoC: State of charge): $q(t)$ 
  - 定格電池容量 $Q_0$ に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$$

- 電荷残量 $Q$ は通常測れない
  - 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t) = -I_2(t)$$

- 充電電流は全部充電電荷とはならない
  - 充電損失

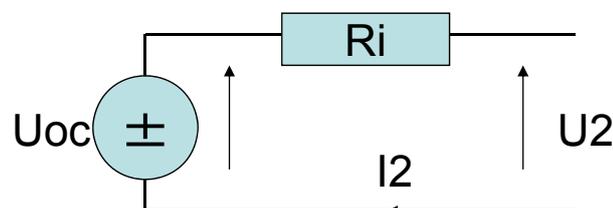
$$\dot{Q}(t) = -\eta_c I_2(t)$$

- $\eta_c$ :クーロン効率

## 二次電池の準定常モデル6

- 電池の等価回路
  - 構成
    - 理想電圧源(開回路電圧) $U_{oc}$
    - 内部抵抗 $R_i$
  - KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) = U_2(t)$$



## 二次電池の準定常モデル7

- 等価回路の開回路電圧

- 電池の開回路電圧 $U_{oc}$

- 電池電荷 $q(t)$ の関数

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

- 平衡電位をあらわす
- $\kappa_1, \kappa_2$ は電池の組成, セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
- 電圧源とコンデンサの直列回路ととれる
- Nernst式でより厳密に表す
- 実用上は表参照方式

## 二次電池の準定常モデル8

- 等価回路の内部抵抗

- 電池の内部抵抗 $R_i$

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

- オーム性抵抗 $R_o$ 
  - 電解質・電極・端子間接続を直列した成分
- 電荷移動抵抗 $R_{ct}$ 
  - 電極反応における電荷移動に関する成分
- 拡散・濃度抵抗 $R_d$ 
  - 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分
- 欠点 電池電流に依存しないため, モデルの制約大
  - Tafel式を用いた非線形モデル

# 二次電池の準定常モデル9

## 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗 $R_i$ 
  - 充電状態 $q$ に応じて変化するモデル
    - 満充電 $q=1$

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) \\ &= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3]I_2(t) \\ &= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t) \end{aligned}$$

- 満充電時開放電圧  $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
- 満充電時端子電圧の電圧降下分

$$[\kappa_3 + \kappa_4]I_2(t)$$

# 二次電池の準定常モデル9

## 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 充電状態 $q$ における端子電圧の電圧降下の増分

$$\begin{aligned} & \{[\kappa_1 + \kappa_2] - [\kappa_3 + \kappa_4]I_2(t)\} - \{\kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)\} \\ &= -[\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t) + \kappa_2 - \kappa_4 I_2(t) \\ &= [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)][1 - q(t)] \end{aligned}$$

## 二次電池の準定常モデル10 端子電圧の電力とSOCで表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流 $I_2$ を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t) = \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)$$

$$= \kappa_1 - \kappa_3 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + \left[ \kappa_2 - \kappa_4 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] q(t)$$

$$U_2(t)^2 = \kappa_1 U_2(t) - \kappa_3 P_2(t) + [\kappa_2 U_2(t) - \kappa_4 P_2(t)]q(t)$$

$$U_2(t)^2 - [\kappa_1 + \kappa_2 q(t)]U_2(t) + P_2(t)[\kappa_3 + \kappa_4 q(t)] = 0$$

$$U_2(t) = \frac{\kappa_1 + \kappa_2 q(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{[\kappa_1 + \kappa_2 q(t)]^2}{4} - P_2(t)[\kappa_3 + \kappa_4 q(t)]}$$

## 二次電池の準定常モデル11 端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 等価回路のKVLから電流 $I_2$ を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t)$$

$$= U_{oc}(t) - R_i(t) \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)^2 - U_{oc}(t)U_2(t) + R_i(t)P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4} - P_2(t)R_i(t)}$$

# 二次電池の準定常モデル12

## 端子電圧と入力電力の関係

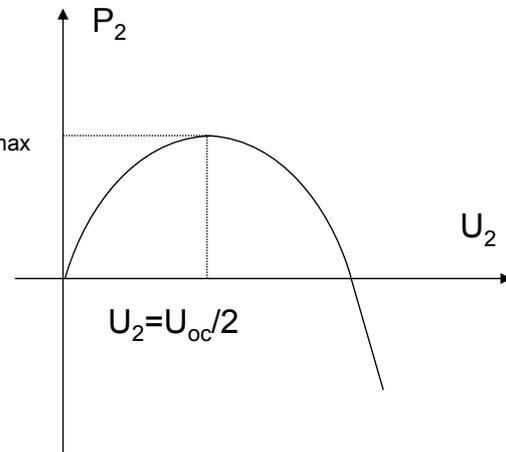
- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

- 出力電力は端子電圧の二次関数

$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$$



# 二次電池の準定常モデル13

## 端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力  $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2} \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$
- 極値条件  $= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \quad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$
- 最大電力  $P_{2,max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2 + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)} = \frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$
- この時の電圧, 電流  $U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$
- $U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t) \quad I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$

# 二次電池の準定常モデル14

## 端子電圧と入力電力の関係

### – 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in (U_{2,\min}, U_{2,\max})$$
$$U_{2,\min} > U_{2,P} \quad \text{の場合}$$

- 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\min} - U_{2,\min}^2}{R_i(t)}$$

$$U_{2,\min}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\max}(t)$$

$$I_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\min}}{R_i(t)}$$

# 二次電池の準定常モデル15

## 端子電圧と入力電力の関係

- 制約条件下における最大充電電力・電流

- 端子電圧  $U_2 > U_{oc}$

- 最大電力は端子電圧上限で決まる

- » 放電異なり外部電圧の制限はない

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}^2}{R_i(t)}$$

- 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$