パワーエレトクロニクス

（舟木担当分）

第三回
サイリスタ位相制御回路
逆変換動作

平成23年6月20日月曜日　3限目

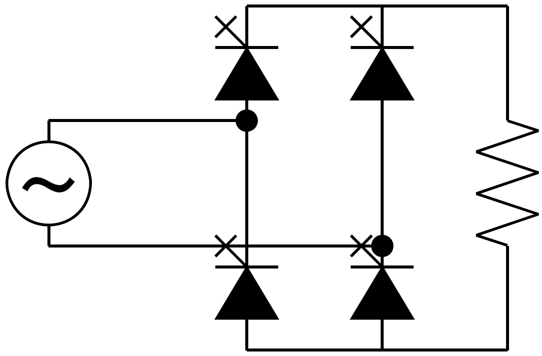
パワーエレクトロニクス授業構成

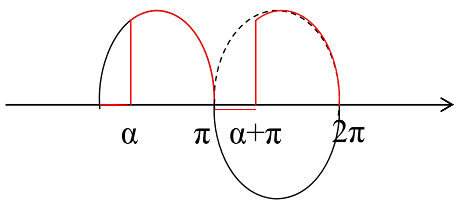
- 第一回(05/30)　　ダイオード整流回路
  – AC-DC変換，回路方式，抵抗負荷・誘導負荷・容量負荷
- 第二回(06/06)　　サイリスタ位相制御回路
  – AC-DC変換，回路方式，点弧角制御
- 第三回(06/20)　　サイリスタ位相制御回路
  – 転流,転流重なり，DC-AC変換，逆変換動作
- 第四回(06/27)　　自励式変換器
  – 電圧型・電流型
- 第五回(07/04)　　自励式変換器
  – PWM制御，高調波
- 第六回(07/11)　　応用回路
  – 蛍光灯インバータ・モータ駆動回路など

06/13は演習

位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 導通期間（点弧角α）
    - α〜π（正の半波）
    - α+ π 〜π （負の半波）
    - ダイオードでは
      - 0〜π （正の半波）
      - π 〜2π （負の半波）
    - ゲート信号を半周期毎に出力する必要がある
      - 上下対称波形





電流も同じ

位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流出力電圧平均値

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^\pi v d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -v d\omega t\right\}$$

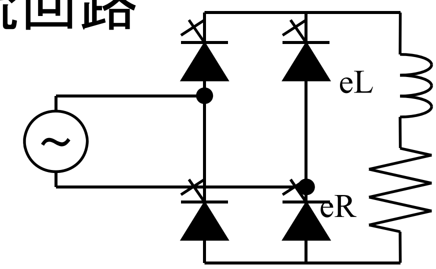
$$= \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^\pi \sqrt{2}V \sin\omega t d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -\sqrt{2}V \sin\omega t d\omega t\right\}$$

$$= \frac{2V}{\sqrt{2}\pi}\left[-\cos\omega t\right]_\alpha^\pi = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left[1+\cos\alpha\right] = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

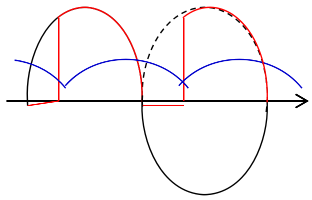
半波整流
回路の2倍

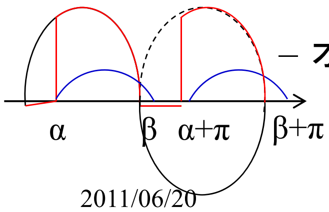
位相制御単相全波整流回路



- 誘導負荷
  - 導通期間（点弧角α，消弧角β）
    - α～β（正の半波について）
    - π+α～π+ β（負の半波について）
      - β>= π+αとなる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間はα～π+α
        - » ダイオードでは常に連続導通となる
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$





- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V\sin\alpha$$

$$i_0 = 0$$ 不連続および，連続との境界

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = LsI_d + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R} = \frac{a\omega+bs}{s^2+\omega^2} + \frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a = \frac{R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ b = \frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ c = -L\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

    - 逆変換

$$i_d(t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right]$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right.$$
$$\left.+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\right]$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角βは

$$i_d(\beta)=0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\beta-\alpha\}\right)\right.$$
$$\left.+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\beta-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\beta-\alpha\}\right]$$

を満たす

    - 連続導通となる条件は

$$\beta \geq \pi+\alpha$$

    - すなわち

$$i_d(\pi+\alpha)\geq 0$$

となればよい

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となる条件

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right) \\
&\quad +(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&\quad +(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\Big]\geq 0
\end{aligned}
$$

$\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}>0 \quad \exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1>0$ より $-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\geq 0$

$\tan\alpha \leq \dfrac{\omega L}{R}$ ⇒ $\alpha \leq \arctan\dfrac{\omega L}{R}$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導負荷
  - 連続導通の時(厳密)
    - オン状態の微分方程式(正の半波)

$$v=e_L+e_R=L\tfrac{d}{dt}i_d+Ri_d$$

    - オン時点の初期値

$$v_0=\sqrt{2}V\sin\alpha$$

$$i_0\neq 0$$

    - ラプラス変換

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=LsI_d-Li_0+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}+\frac{Li_0}{Ls+R}$$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導性負荷(連続導通の時※厳密)
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

- 逆変換

$$i_d(t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導性負荷(連続導通の時※厳密)
  - 連続導通の時の電流初期値

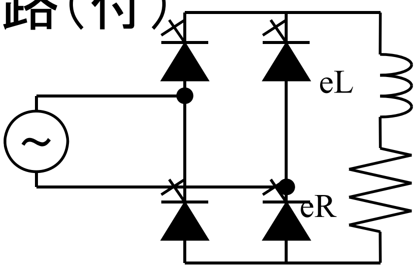
$$i_d(\pi+\alpha)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=i_0$$

よって $i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[1+\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\right]$

$$i_0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}$$

点弧角αがおおきくなると，電流初期値も小さくなる

位相制御単相全波整流回路(付)



- 誘導負荷
  - 導通期間(点弧角α，消弧角β)
    - α～β(正の半波について)
    - π+α～π+ β(負の半波について)
      - β>= π+αとなる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間はα～π+α
        - » ダイオードでは常に連続導通
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式(正の半波)

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

      - オン時点の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$

      - 連続導通 $i_0 = i(\alpha) = i(\beta) = i(\alpha+\pi)$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - オン状態の微分方程式(正の半波)

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

  - オン時点の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$
$$i_0 \neq 0$$

  - ラプラス変換

$$V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_0}{Ls+R}$$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

- 逆変換

$$i_d(t)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$

位相制御単相全波整流回路(付)

- 誘導負荷に対する連続導通の厳密解
  - 連続導通の時の電流初期値

$$i_d(\pi+\alpha)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)$$
$$=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$
$$=i_0$$

よって $i_0\Big[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[1+\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]$

$$\boxed{i_0=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}}$$

点弧角αがおおきくなると，電流初期値も小さくなる

位相制御単相全波整流回路（付）

- 連続導通 $i_0 = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(-R\sin\alpha + \omega L\cos\alpha\right)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)} > 0$

$$\omega L\cos\alpha > R\sin\alpha$$

$$\frac{\omega L}{R} > \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha < \frac{\omega L}{R}$$

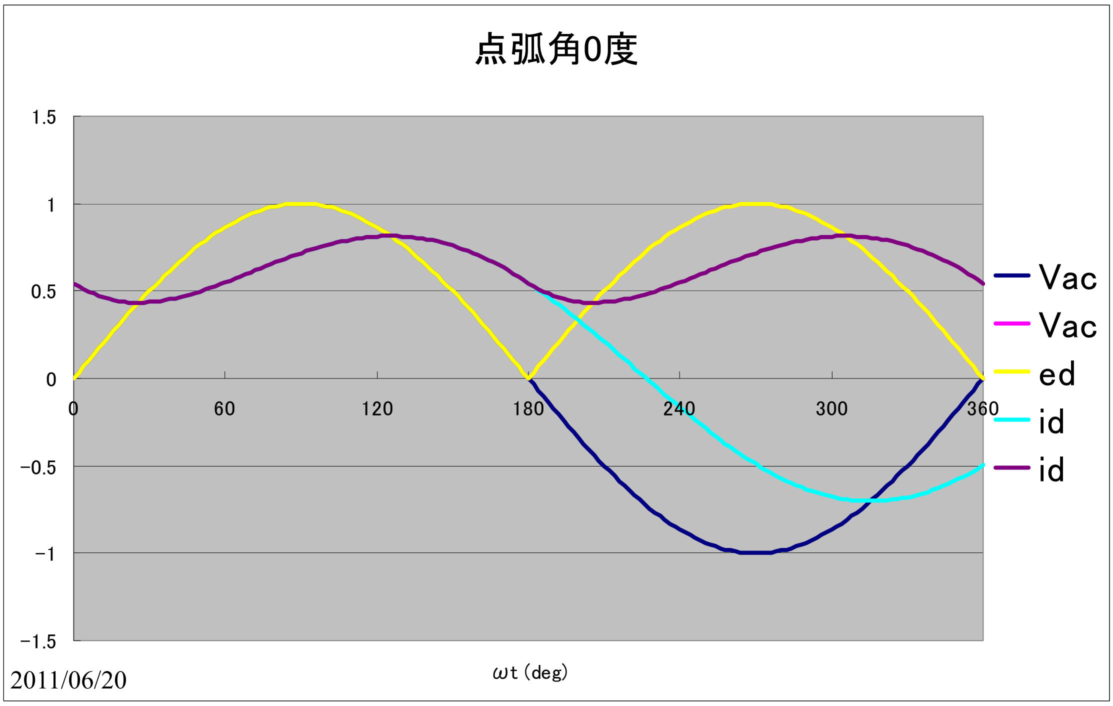
位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通における（転流）動作
      - Th1, Th1’が導通している状態で，Th2, Th2’に点弧パルスを与える
        - » Th2, Th2’が導通すると，Th1, Th1’と短絡回路形成
        - » 電源の内部インピーダンスがないと短絡電流発生
        - » Th1, Th1’が電源電圧で逆バイアスされターンオフ
        - » 電流連続の条件より，Th1, Th1’に流れていた電流がTh2, Th2’に移る → 転流
          - » 転流条件
            - » サイリスタは自己消弧できない
            - » 転流に電源電圧が必要

$$0 \le \alpha < \pi$$

位相制御単相全波整流回路出力波形

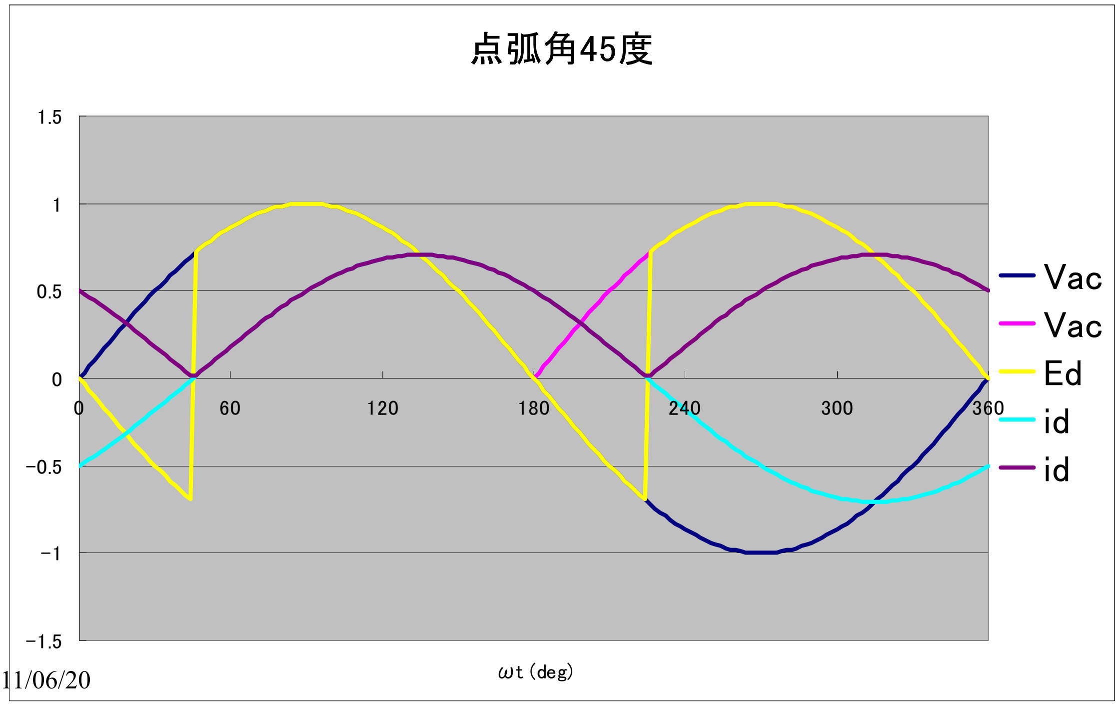
誘導負荷　点弧角0度



2011/06/20

位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角45度



2011/06/20

位相制御単相全波整流回路

- 直流出力電圧平均値（誘導負荷・連続導通）

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{\alpha} -v d\omega t + \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} v d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} -v d\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V\sin\omega t d\omega t$$

$$= \frac{V}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{V}{\pi}\left\{-\cos(\pi+\alpha)+\cos\alpha\right\}$$

$$= \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$　　に対して　$E_d < 0$　　となるのか？

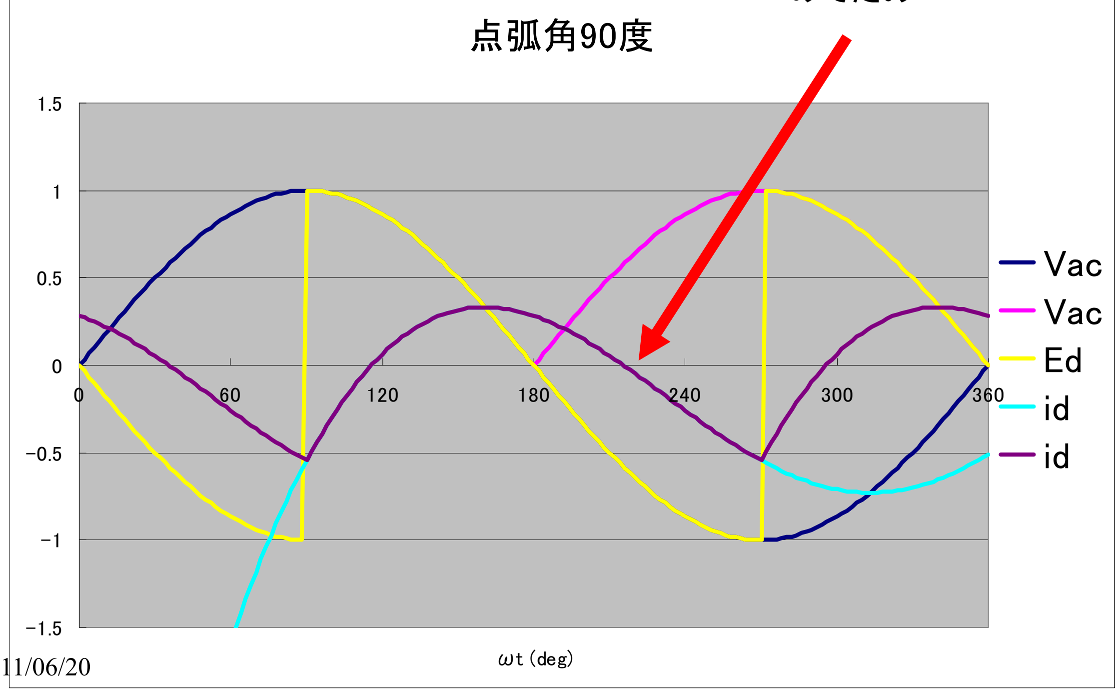
電流の符号は変わらないので，負になったら逆変換？

でも　$\tan\alpha \le \frac{\omega L}{R}$　➡　$\alpha < \frac{\pi}{2}$　なので無理。不連続になる

位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角90度

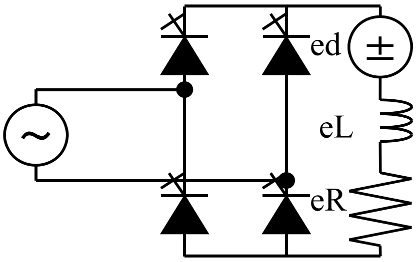
電流が負になっているのでだめ



位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）
  - 逆変換動作を考える
    - 点弧角 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ 直流出力端子電圧が負になる

      $E_d < 0$
      - サイリスタの電流導通方向（符号）は一定なので，電力の符号が反転 → 逆変換
      - 直流側に電源が無い場合の制約 $\tan\alpha \le \frac{\omega L}{R}$
      - 直流に電源を入れた場合
        - » そもそも直流側が受動部品だけでは逆変換不可能



位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 微分方程式（正の半波導通状態）

$$v = e_L + e_R + v_{dc} = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$

$$i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_0}{Ls+R} - \frac{v_{dc}}{s}\frac{1}{Ls+R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}-\frac{v_{dc}}{R}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$i_d(t)=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\right.$$
$$\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]+i_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]$$

- 時間の原点を元に戻して

$$\boxed{\begin{aligned}i_d(\omega t)=&\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\right.\\&\left.-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right]\\&+i_0\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right]\end{aligned}}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値 $i_d(\pi+\alpha)=i_d(\alpha)$

$$\begin{aligned}i_d(\pi+\alpha)=&\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\right.\\&\left.+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\right]\\&+i_0\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\right]\\=&\,i_0\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)\right.\\&\left.+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi\right]\\=&\,i_0\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]\\=&\,i_0\end{aligned}$$

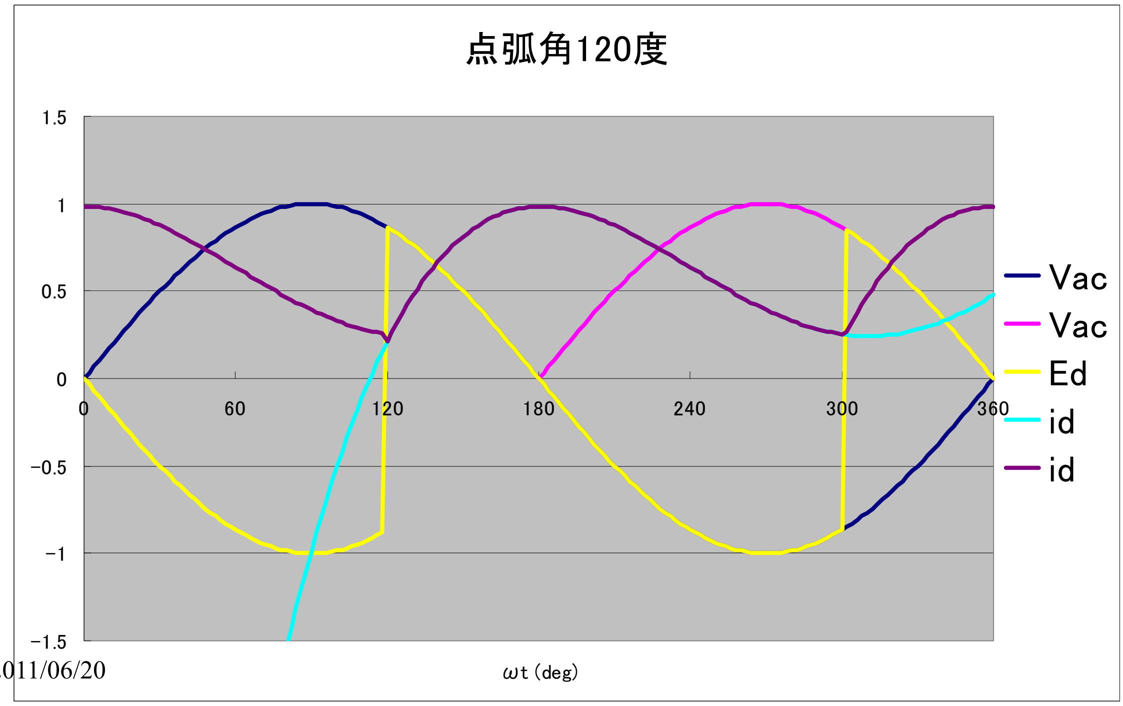
$$i_0\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)\right]=-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)\right]+\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\left[\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)+1\right]$$

よって
$$\boxed{i_0=\frac{V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}-\frac{v_{dc}}{R}}$$

Vdcを負にすれば, $\tan\alpha\le\dfrac{\omega L}{R}$ の制約を考えなくてよくなる

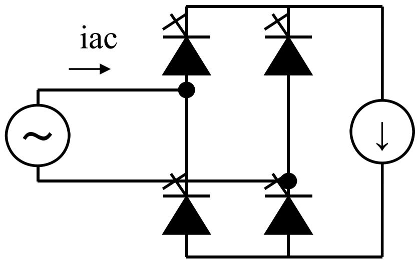
位相制御単相全波整流回路出力波形

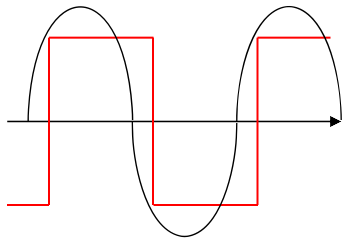
（直流電源付）の逆変換動作　点弧角120度



位相制御単相全波整流回路

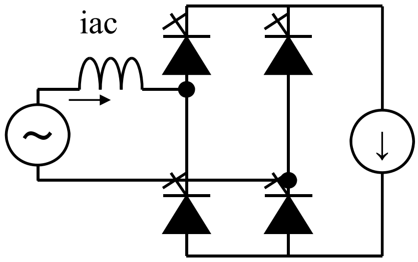
- 転流重なり角
  - 電源インピーダンスを含まない回路

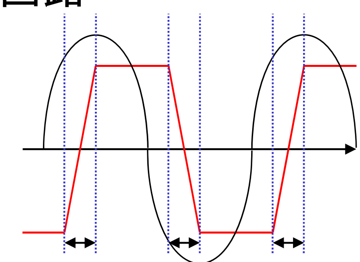




点弧時に交流電流は瞬時に反転

  - 電源インピーダンスを含んだ回路





点弧時に交流電流は瞬時に反転できない

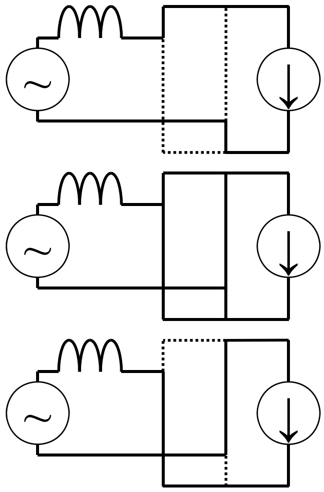
短絡

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 簡略化のための仮定
      - 転流期間中直流電流を一定
      - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
      - 転流期間をu
    - 点弧により，交流側は短絡される
    - 回路の微分方程式

$$v = L_{ac}\frac{d}{dt}i_{ac}$$

$$v = V\sin\omega t$$



- 点弧時の初期値

$$v_0 = V\sin\alpha$$

$$i_0 = -I_{dc}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 転流終了時（終端値）

$$\boxed{\begin{aligned} v_{end} &= V\sin(\alpha+u) \\ i_{end} &= I_{dc} \end{aligned}}$$

- ラプラス変換　時間の原点t=0をωt=αに移動

$$\boxed{V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = L_{ac}sI_{ac} + L_{ac}I_{dc}}$$

$$I_{ac} = \frac{1}{sL_{ac}}\left(V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} - L_{ac}I_{dc}\right)$$

$$= \frac{V}{L_{ac}}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s\left(s^2+\omega^2\right)} - \frac{I_{dc}}{s}$$

$$\frac{1}{s}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = \frac{a}{s} + \frac{bs+c\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\begin{cases} a = \frac{\cos\alpha}{\omega} \\ b = -\frac{\cos\alpha}{\omega} \\ c = \frac{\sin\alpha}{\omega} \end{cases}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮

$$I_{ac}=\frac{V}{L_{ac}}\left(\frac{\cos\alpha}{\omega}\frac{1}{s}+\frac{1}{\omega}\frac{-s\cos\alpha+\omega\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\right)-\frac{I_{dc}}{s}$$

- 逆変換

$$i_{ac}(t)=\frac{V}{\omega L_{ac}}(\cos\alpha+\sin\alpha\sin\omega t-\cos\alpha\cos\omega t)-I_{dc}$$

- 時間の原点をもとにもどす

$$i_{ac}(t)=\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha+\sin\alpha\sin(\omega t-\alpha)-\cos\alpha\cos(\omega t-\alpha)]-I_{dc}$$

- 終端値の条件

$$i_{ac}\left(\frac{\alpha+u}{\omega}\right)=\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha+\sin\alpha\sin(\alpha+u-\alpha)-\cos\alpha\cos(\alpha+u-\alpha)]-I_{dc}$$

$$=\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha+\sin\alpha\sin u-\cos\alpha\cos u]-I_{dc}$$

$$\boxed{=\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha-\cos(\alpha+u)]-I_{dc}=I_{dc}}$$

位相制御単相全波整流回路

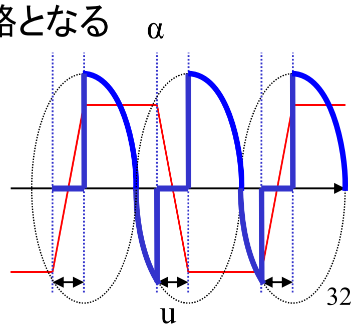
- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 転流重なり角u

$$\frac{V}{\omega L_{ac}}[\cos\alpha-\cos(\alpha+u)]=2I_{dc}$$

$$\cos(\alpha+u)=\cos\alpha-2\frac{\omega L_{ac}I_{dc}}{V}$$

$$\boxed{u=\arccos\left(\cos\alpha-2\frac{\omega L_{ac}I_{dc}}{V}\right)-\alpha}$$

- 転流重なり期間中は交流回路は短絡となる
  - » 直流出力端子電圧 → 0
- 直流出力端子電圧への影響



位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角uを考慮した直流出力電圧平均値

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d\, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{\alpha} -v\,d\omega t + \int_{\alpha}^{\alpha+u} 0\,d\omega t + \int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} v\,d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{\pi+\alpha+u} 0\,d\omega t + \int_{\pi+\alpha+u}^{2\pi} -v\,d\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} V\sin\omega t\,d\omega t = \boxed{\frac{V}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\alpha+u}^{\pi+\alpha}} = \frac{V}{\pi}\left\{-\cos(\pi+\alpha)+\cos(\alpha+u)\right\}$$

$$= \frac{V}{\pi}\left\{\cos\alpha + \cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right\}$$

$$= \frac{V}{\pi}\left\{2\cos\alpha - 2\frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right\}$$

$$\boxed{= \frac{V}{\pi}\cos\alpha - \frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス（リアクタンス）降下という