

# 電力システム解析論

## 第2回 送電線路のインダクタンス2

平成23年10月14日

2011/10/14

電力システム解析論

1

## 送電線のインダクタンス

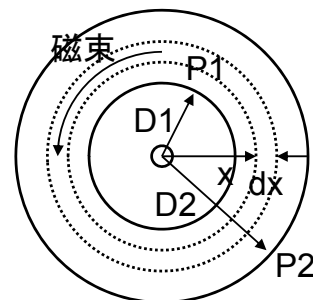
- 全内部鎖交磁束 $\psi_{\text{int}}$ (WbT/m), 内部インダクタンス $L_{\text{int}}$ [H/m]

$$\psi_{\text{int}} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{ただし} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

- 導体の中心より距離 $D_1, D_2$ 離れた点P1, P2間の全鎖交磁束

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$



2011/10/14

電力システム解析論

2

# 導体対の線路インダクタンス

- 距離 $D$ (m)離れた半径 $r_1, r_2$ (m)の導体対
  - 導体1,2に流れる電流の和は0  $I_1+I_2=0$
  - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
    - 導体1の中心から $D+r_2$ 以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
    - 導体1の中心から $D-r_2$ 以内の磁束は全回路電流に鎖交する
      - 厳密には $r_1 \leq x \leq D-r_2$
    - 導体1の中心より $D-r_2$ から $D+r_2$ の磁束が鎖交する回路電流は0~1の範囲で変化する
    - $D \gg r_1, D \gg r_2$ を仮定して簡略化



2011/10/14

電力システム解析論

3

# 導体対の線路インダクタンス

- 導体1のインダクタンス
  - 内部磁束によるインダクタンス(H/m)
$$L_{1,int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$
  - 外部磁束によるインダクタンス(H/m)
    - 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,int} + L_{1,ext} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} = \left( \frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

2011/10/14

電力システム解析論

4

# 導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現

- 擬似導体半径 $r_1'$ を導入

- 半径 $r_1$ に $\varepsilon=0.7788$ をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left( \frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \quad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left( -\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

# 導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス

- 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号

- 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
    - 合成磁束は2倍となる

- 導体2のインダクタンス $L_2$ (H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_2'} \quad r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンス $L$ (H/m)

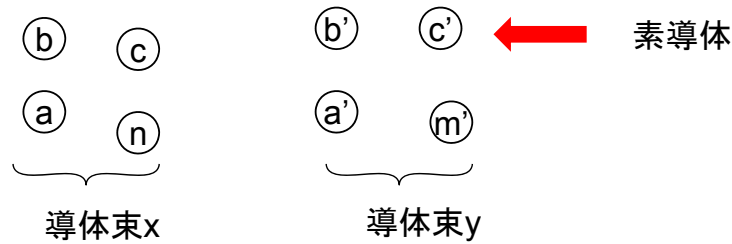
$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \left( \log_e \frac{D}{r_1'} + \log_e \frac{D}{r_2'} \right) = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$$

- 同じ導体サイズの場合

$$r_1' = r_2' = r' \quad L = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$$

# 多条導体送電線

- 細い電線インダクタンス大きい
- 太い電線インダクタンス小さい
  - 太い電線を使用するのは効果的でない→表皮効果もある
  - 等価的に電線を太くする方法
  - 単相2線式送電線路の多導体化を考える

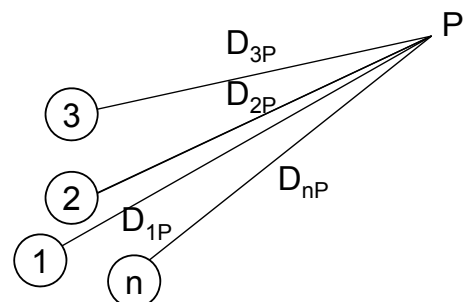


- 導体束Xを一様なn個の導体で構成。各素導体には電流 $I/n$ (A)が流れる
- 導体束Yを一様なm個の導体で構成。各素導体には電流 $-I/m$ (A)が流れる
- 導体間距離を $D_{ij}$ と表す

# 多条導体の鎖交磁束

- 導体1,2,3...nの電流 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ の和は0
- 或る点Pから各導体の距離 $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$ 
  - 電流 $I_1$ による導体1に対する鎖交磁束 $\psi_{1P1}$ (WbT/m)
    - 内部鎖交磁束を含む
    - 点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない

$$\begin{aligned} \psi_{1P1} &= I_1 \left( \frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1} \right) \times 10^{-7} \\ &= I_1 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} \end{aligned}$$



# 多条導体の鎖交磁束

- 電流 $I_2$ による導体1に対する鎖交磁束 $\psi_{1P2}$ (WbT/m)  
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

- 導体1を超え、点Pを越えない部分に鎖交する磁束

$$\psi_{1P2} = I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} \times 2 \times 10^{-7}$$

- 全導体に流れる電流により、導体1に鎖交する全磁束 $\psi_{1P}$ (WbT/m)  
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \psi_{1P1} + \psi_{1P2} + \psi_{1P3} \cdots + \psi_{1Pn} \\ &= \left( I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

# 多条導体の鎖交磁束

- 対数の展開

$$\psi_{1P} = \left( \begin{aligned} &I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots + I_n \log_e D_{nP} \\ &+ I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{aligned} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 電流の条件

$$I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1})$$

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \left( \begin{aligned} &I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots \\ &- (I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}) \log_e D_{nP} \\ &+ I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{aligned} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= \left( \begin{aligned} &I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{nP}} \cdots + I_{n-1} \log_e \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \\ &+ I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{aligned} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

# 多条導体の鎖交磁束

- $P \rightarrow \infty$ として導体1に鎖交する磁束 $\psi_1$ (WbT/m)

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \log_e \frac{D_{iP}}{D_{nP}} = \log_e 1 = 0$$

$$\psi_1 = \left( I_1 \log_e \frac{1}{r'_1} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

# 多条導体送電線

- 導体束xの素導体aに対する鎖交磁束 $\psi_a$ (WbT/m)

$$\begin{aligned} \psi_a &= \frac{I}{n} \left( \log_e \frac{1}{r'_a} + \log_e \frac{1}{D_{ab}} + \log_e \frac{1}{D_{ac}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{an}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &\quad - \frac{I}{m} \left( \log_e \frac{1}{D_{aa'}} + \log_e \frac{1}{D_{ab'}} + \log_e \frac{1}{D_{ac'}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{am}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= I \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

# 多条導体送電線

- 導体束xの素導体aのインダクタンス $L_a$ (H/m)
  - 流れる電流が $I/n$ (A)より

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7} \quad r'_a = D_{aa}$$

とする

- 導体束xの素導体bのインダクタンス $L_b$ (H/m)

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} \times 2 \times 10^{-7} \quad r'_b = D_{bb}$$

とする

- 導体束xの素導体のインダクタンス平均値 $L_{av}$ (H/m)

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n}$$

# 多条導体送電線

- 導体束xのインダクタンス $L_x$ (H/m)
  - 全ての素導体が等しいインダクタンス $L_{av}$ (H/m)を持つ
  - n本の素導体の並列接続
  - 総インダクタンスは平均インダクタンス $L_{av}$ の1/n

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n^2}$$

$$= \frac{1}{n} \left\{ \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} + \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} + \cdots \right\} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$= \log_e \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} \cdots D_{am})(D_{ba'} D_{bb'} \cdots D_{bm}) \cdots (D_{na'} D_{nb'} \cdots D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba} D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na} D_{nb} \cdots D_{nn})}} \times 2 \times 10^{-7}$$

# 多条導体送電線

- 分子

- 導体xのn個の素導体から導体yのm個の素導体への距離の積のmn乗根
  - 導体xと導体y間の幾何学的平均距離 $D_m$ (GMD: geometrical mean distance), 二導体間の相互GMD

$$D_m = \sqrt[mn]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm})}$$

- 分母

- 導体xのn個の素導体から各素導体への距離の積の $n^2$ 乗根
  - 素導体自身間の距離 $D_{ii}$ は実効半径 $r'a$
  - 導体xの幾何学的平均半径 $r'$ (GMR: geometrical mean radius), 導体の自己GMD: $D_s$

$$D_s = \sqrt[n^2]{(D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

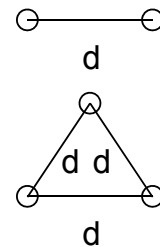
$$L_x = \log_e \frac{D_m}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

# 送電線の多導体化

- 送電線の等価半径(GMR)を大きくしてコロナ放電を防ぐ

- 二導体 GMR

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s d)^2} = \sqrt{D_s d}$$

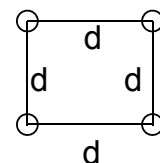


- 三導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s d d)^3} = \sqrt[3]{D_s d^2}$$

- 四導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \sqrt{2} d d d)^4} \cong 1.094 \sqrt{D_s d^3}$$





# 三相送電線のインダクタンス 等間隔配置

- 導体aの鎖交磁束 $\psi_a$ (WbT/m)  $D_s$ :GMR

$$\psi_a = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 三相交流

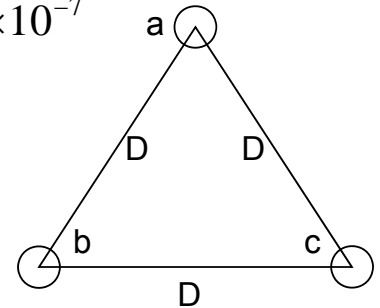
- 電流条件  $I_a + I_b + I_c = 0$

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

- 導体aのインダクタンス $L_a$ (H/m)

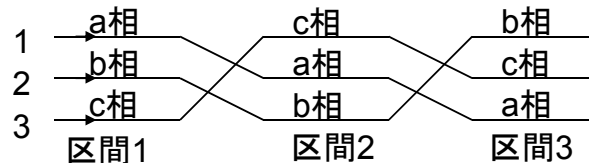
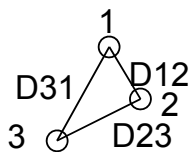
$$\psi_a = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$



# 三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合、不等間隔配置となる



- a相の鎖交磁束

- 区間1  $\psi_{a1} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

- 区間2  $\psi_{a2} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

- 区間3  $\psi_{a3} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

# 三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \left( 3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

- 三相交流  $I_a = -(I_b + I_c)$

$$\psi_a = \left( 3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\text{GMD} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$