

電力システム解析論

第5回 送電線路のキャパシタンス1

平成23年11月11日

2011/11/11

電力システム解析論

1

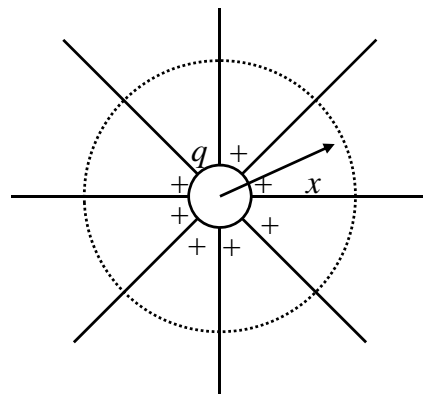
送電線路の静電容量 円柱導体の電界

- 一様媒体中の十分に長い真直ぐな円柱導体
 - 導体上に電荷が一様分布
 - 電束は放射状に伸びる
 - 円柱表面上の電位は同じ
 - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離 x の位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

- q : 導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \epsilon} \quad V/m$$



真空の誘電率 $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$

2011/11/11 ϵ : 誘電率

電力システム解析論

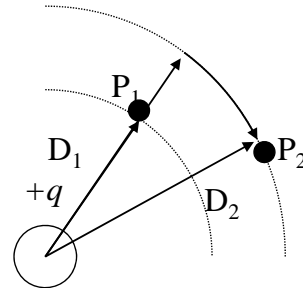
2

送電線路の静電容量

電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷 q C/mを持つ円柱導体
- 点 P_1, P_2 は各々導体の中心から D_1, D_2 離れている
- P_1, P_2 間の電位差

$$\begin{aligned}
 v_{12} &= \int_{D_1}^{D_2} e dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \epsilon} dx \\
 &= \frac{q}{2\pi \epsilon} [\log_e x]_{D_1}^{D_2} \\
 &= \frac{q}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V
 \end{aligned}$$



2011/11/11

電力システム解析論

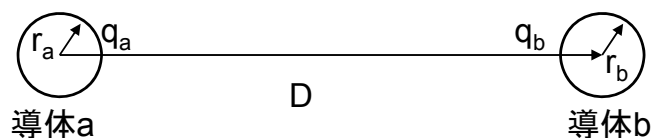
3

送電線路の静電容量

二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
 - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差

- 導体a上の電荷 q_a による電圧降下 $V_a = \frac{q_a}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} \quad V$

- 導体b上の電荷 q_b による電圧降下 $V_b = \frac{q_b}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

- 重ね合わせ $V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

2011/11/11

電力システム解析論

4

送電線路の静電容量

二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合 $q_a = -q_b$

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} - \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b} \quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{q_a}{\frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} \quad F/m$$

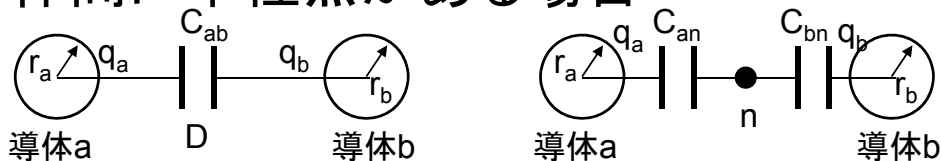
- 導体径が等しい場合 $r_a = r_b = r$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r^2}} = \frac{2\pi\epsilon}{2 \log_e \frac{D}{r}} = \frac{\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

送電線路の静電容量

二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合



$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

- 周波数 f におけるリアクタンス(比誘電率 $\epsilon_r = 1$)

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

送電線路の静電容量 等間隔配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D
- 導体 a, b 上の電荷 q_a, q_b による ab 間の電圧降下

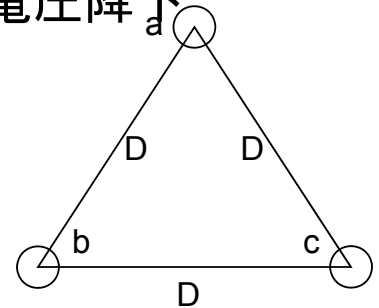
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 導体 c 上の電荷 q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体 a, b, c 上の電荷 q_a, q_b, q_c による ab 間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$



2011/11/11

電力システム解析論

7

送電線路の静電容量 等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点 n に対する電圧

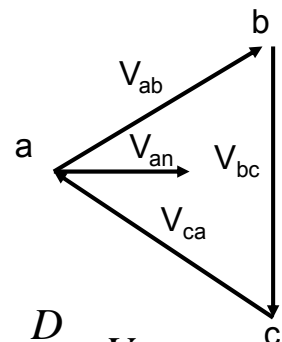
$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an} e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 + j0.5)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an} e^{-j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 - j0.5)$$

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

- 中性点に対する静電容量

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$



2011/11/11

電力システム解析論

8

送電線路の静電容量

等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷 q_a, q_b, q_c によるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \text{ V}$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D} \right) \text{ V}$$

- 三相交流

$$q_a = -q_b - q_c$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \text{ V}$$

2011/11/11

電力システム解析論

9

送電線路の静電容量

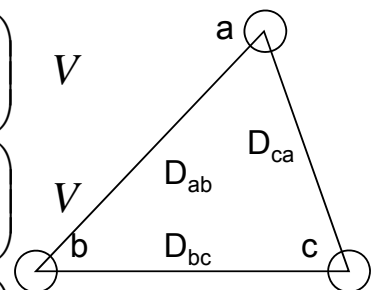
非対称配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D_{ab}, D_{bc}, D_{ca}
- 導体a,b,c上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \right) \text{ V}$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{bc}} \right) \text{ V}$$

$$V_{ca} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \right) \text{ V}$$



2011/11/11

電力システム解析論

10

送電線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

– 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{pmatrix} q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_a \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{bc}} \\ + q_b \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_a \log_e \frac{D_{ca}}{r} \end{pmatrix} V$$

送電線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{1}{6\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc} D_{ca} D_{ab}}{D_{ca} D_{ab} D_{bc}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) V \\ D_{eq} &= \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \end{aligned}$$

送電線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \text{ V}$$

– 中性点に対する相電圧

$$V_{ab} + V_{bc} = 3V_{an}$$

$$\begin{aligned} 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_b \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \end{aligned}$$

2011/11/11

電力システム解析論

13

送電線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 三相交流の条件 $q_a + q_b + q_c = 0$

$$\begin{aligned} 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \\ &= \frac{3}{2\pi\epsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} \end{aligned}$$

– 静電容量

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r}}$$

2011/11/11

電力システム解析論

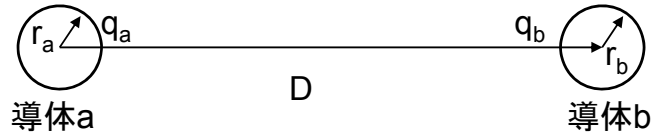
14

送電線路の静電容量

二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
 - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差

- 導体a上の電荷q_aによる電圧降下 $V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} \quad V$

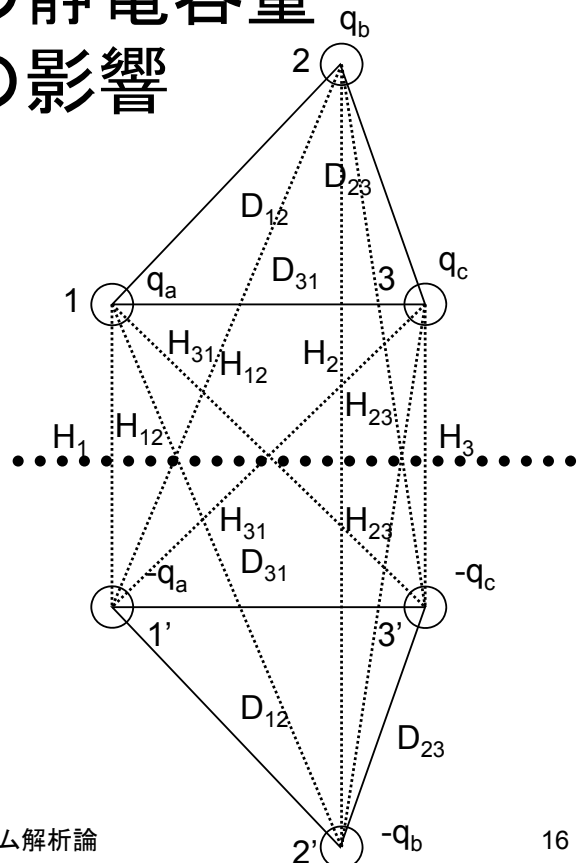
- 導体b上の電荷q_bによる電圧降下 $V_b = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

- 重ね合わせ $V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

送電線路の静電容量

大地の影響

- 大地を完全導体平面とした場合、電界分布は大地がない場合と異なる
 - 大地帰路の架空送電線
 - 鏡像を考える
 - 大地から等距離、大地の逆側
 - » 同じ大きさ、極性の異なる電荷を持つ
 - 大地は等電位面となる
 - 各相の中性点に対する静電容量を求める



送電線路の静電容量 大地の影響

- 導体1,2,3上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) V$$

- 鏡像1',2',3'上の電荷 $-q_a, -q_b, -q_c$ による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(-q_a \log_e \frac{H_{12}}{H_1} - q_b \log_e \frac{H_2}{H_{12}} - q_c \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right) V$$

- 電圧降下の合計

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の電圧

– 1→a,2→b,3→c

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

– 1→c,2→a,3→b

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \right) V$$

– 1→b,2→c,3→a

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{array}{l} q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \\ + q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \\ + q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \end{array} \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{array}{l} q_a \left[\log_e \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{r^3} - \log_e \frac{H_{12}H_{23}H_{31}}{H_1H_2H_3} \right] \\ + q_b \left[\log_e \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{31}} - \log_e \frac{H_2H_3H_1}{H_{12}H_{23}H_{31}} \right] \\ + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}D_{31}D_{12}}{D_{31}D_{12}D_{23}} - \log_e \frac{H_{23}H_{31}H_{12}}{H_{31}H_{12}H_{23}} \right] \end{array} \right) \\ = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{array}{l} q_a \left[\log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \\ + q_b \left[\log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \end{array} \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧 $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) V$$

– 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) V$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

– 中性点に対する相電圧 $V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$

$$\begin{aligned} 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\ &+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + [q_b + q_c] \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \end{aligned}$$

送電線路の静電容量 大地の影響

- 燃架した場合の平均電圧

– 中性点に対する相電圧

$$q_a + q_b + q_c = 0$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] - q_a \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(3q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \right)$$

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right]$$

– 静電容量

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}}$$