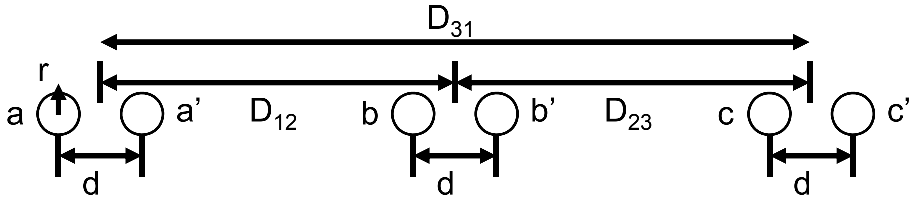
電力システム解析論

第6回　送電線路のキャパシタンス2
対称座標法
平成23年11月18日

送電線路の静電容量
多導体送電線



- 二導体の三相回路
  - $D_{12} >> d$
    - $D_{12} \pm d \fallingdotseq D_{12}$

A相の電荷をq_aとし,
導体a,a’に各々$q_a/2$の電荷を持つ

送電線路の静電容量
多導体送電線

- 相間電圧ab

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\begin{aligned}&\frac{q_a}{2}\left[\log_e \frac{D_{12}}{r} + \log_e \frac{D_{12}}{d}\right] \\ &+\frac{q_b}{2}\left[\log_e \frac{r}{D_{12}} + \log_e \frac{d}{D_{12}}\right] + \frac{q_c}{2}\left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} + \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}}\right]\end{aligned}\right) \quad V$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \log_e \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}}\right)$$

  – 撚架した場合の対地静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}}$

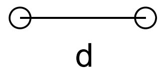
送電線路の静電容量
多導体送電線

- インダクタンス導出時のGMRと同様に

$$C_n = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{D_{sC}^b}}$$

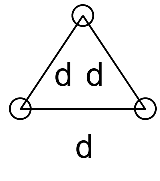
  – 二導体 GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[4]{(rd)^2} = \sqrt{rd}$$



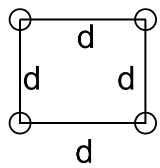
  – 三導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$



  – 四導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[16]{\left(r\sqrt{2}ddd\right)^4} \cong 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$



対称座標法

- 対称座標の利点
  - インピーダンス行列の扱い
    - 送電線路の場合
      - 自己インダクタクス $L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$
      - 相互インダクタンス $L_{ab} \cong L_{ba} \cong L_{bc} \cong L_{cb} \cong L_{ca} \cong L_{ac}$
      - 相座標系でのインピーダンス行列

$$\dot{Z}_s \equiv \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc}$$

$$\dot{Z}_m \equiv \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \leftarrow \text{密}$$

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い
  - 相座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

  - 対称座標表現

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合
    - 送電線インピーダンスの対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \leftarrow \text{疎}$$

    - インピーダンスの対称座標成分は対角項のみ
    - 零相，正相，逆相が互いに干渉しない
    - アドミタンスでも同様

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合

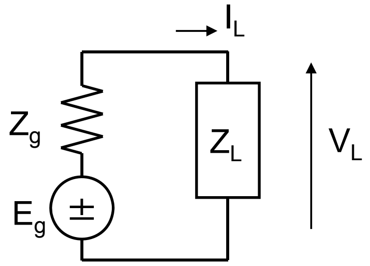
$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \qquad \dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

    - 対称分の各相を独立に表現可能
      - 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$
      - 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$
      - 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$
        - » 送電線の回路が簡単に描ける

系統計算

- 系統の計算=回路計算
  - 起電力E_g,内部抵抗Z_g, 負荷電流I_L, 負荷電圧V_L

$$V_L = E_g - I_L Z_g$$

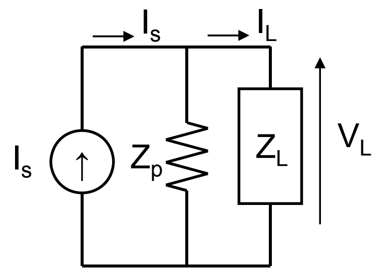


  - 電源の電圧源⇔電流源変換
    - 内部抵抗Z_p, 電流源I_g,

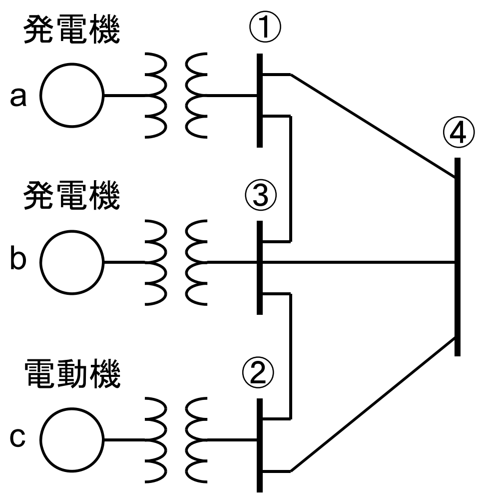
$$E_g = I_s Z_p \qquad Z_g = Z_p$$

  - 負荷電圧が等しければ電源及びインピーダンスは等価に表される

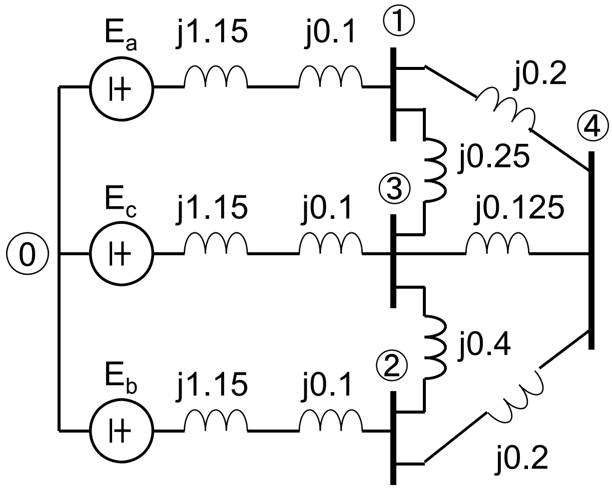
$$V_L = (I_s - I_L) Z_p = I_s Z_p - I_L Z_p$$



系統の節点方程式

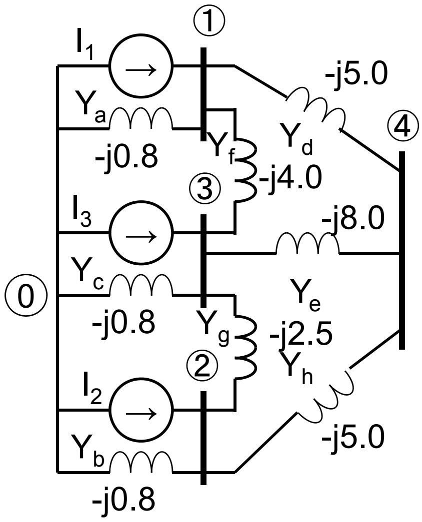


電力系統の単線結線図



電力系統のリアクタンス表現の結線図
(pu表示)

系統の節点方程式



電力系統のアドミタンス表現の結線図
(pu表示)

節点1のKCL

$$I_1 = V_1 Y_a + (V_1 - V_3) Y_f + (V_1 - V_4) Y_d$$

節点2のKCL

$$I_2 = V_2 Y_b + (V_2 - V_3) Y_g + (V_2 - V_4) Y_h$$

節点3のKCL

$$I_3 = V_3 Y_c + (V_3 - V_2) Y_g + (V_3 - V_1) Y_f + (V_3 - V_4) Y_e$$

節点4のKCL

$$0 = (V_4 - V_1) Y_d + (V_4 - V_2) Y_h + (V_4 - V_3) Y_e$$

系統の節点方程式

$$I_1 = (Y_a + Y_f + Y_d) V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$$

$$I_2 = (Y_b + Y_g + Y_h) V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$$

$$I_3 = -Y_f V_1 - Y_g V_2 + (Y_c + Y_e + Y_f + Y_g) V_3 - Y_e V_4$$

$$0 = -Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3 + (Y_d + Y_e + Y_h) V_4$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Y_{ii} 自己アドミタンス
その節点に接続された
アドミタンスの総和

Y_{ij} 相互アドミタンス(i≠j)
二節点間のアドミタンス
の負値

何もつながっていないノード(I_i=0)を省略することを考える

行列の分割

$$C = AB$$

$$A = \left[\begin{array}{cc:c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \hdashline a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right] = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \qquad B = \left[\begin{array}{c} b_{11} \\ b_{21} \\ \hdashline b_{31} \end{array}\right] = \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \qquad J = b_{31}$$

$$F = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \qquad G = a_{33}$$

行列の分割

$$C = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = AB = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DH + EJ \\ FH + GJ \end{bmatrix}$$

$$N = 0 = FH + GJ$$

$$GJ = -FH$$

$$J = -G^{-1}FH$$

$$\begin{aligned} M &= DH + EJ \\ &= DH - EG^{-1}FH \\ &= \left[D - EG^{-1}F\right]H \end{aligned}$$

系統の縮約

$$I = Y_{bus} V$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_x \end{bmatrix}$$

$$I_A = KV_A + LV_x$$

$$I_x = L^T V_A + MV_x$$

I_x 要素が全て0の場合

$$I_x = 0 = L^T V_A + MV_x$$

$$V_x = -M^{-1} L^T V_A$$

$$\begin{aligned} I_A &= KV_A + LV_x \\ &= KV_A - LM^{-1} L^T V_A \end{aligned}$$

母線のインピーダンス行列とアドミタンス行列

- アドミタンス行列Y_{bus}とインピーダンス行列Z_{bus}の関係

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

Z_{ii} 駆動点インピーダンス

Z_{ij} 伝達インピーダンス(i≠j)

アドミタンス行列Y_{bus}が対称なので
インピーダンス行列も対称