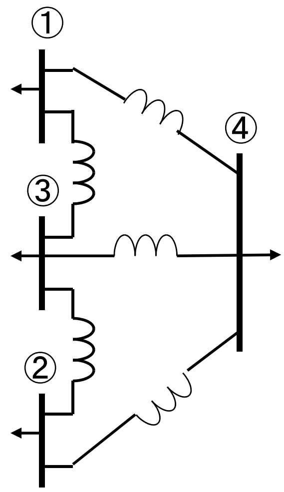
電力システム解析論

第7回　系統のインピーダンス・
アドミタンス行列

平成23年11月25日

潮流計算

- 潮流計算とは
  - 発電機母線，送電線，負荷母線における
    - 電圧・電流の振幅位相
    - 有効電力・無効電力
      を求める
- 潮流計算の目的
  - 電力系統の運転状態を知る
  - 電力系統の運用計画を立てる



電力系統図

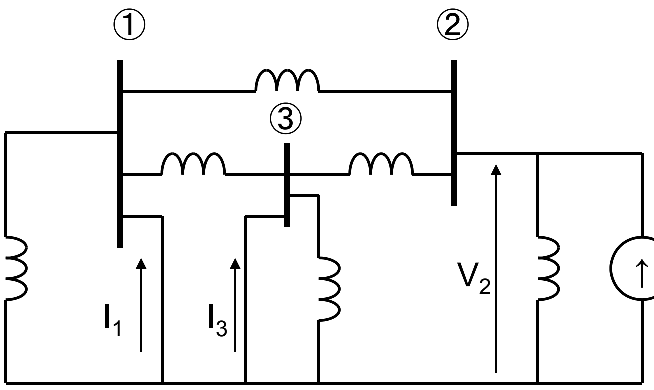
潮流計算に用いるデータ

- 線路データ
  - アドミタンス行列
    - 自己アドミタンス
    - 相互アドミタンス
  - インピーダンス行列
    - 駆動点インピーダンス
    - 伝達インピーダンス
    - 単線結線図からアドミタンスを求めるほうが容易
  - その他必要な情報
    - 変圧器の定格，変圧比・インピーダンス・タップ比
    - 力率改善用コンデンサ

$$\left[I\right]=\left[Y\right]\left[V\right]$$

アドミタンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンスY_{22}，Y_{12}，Y_{32}決定用回路

$$I=Y_{bus}V$$

ノード②

$$I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2+Y_{23}V_3$$

自己アドミタンスY_{22}は，
節点①，③を接地して求める

$$Y_{22}=\left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=V_3=0}$$

ノード①

$$I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}V_2+Y_{13}V_3$$

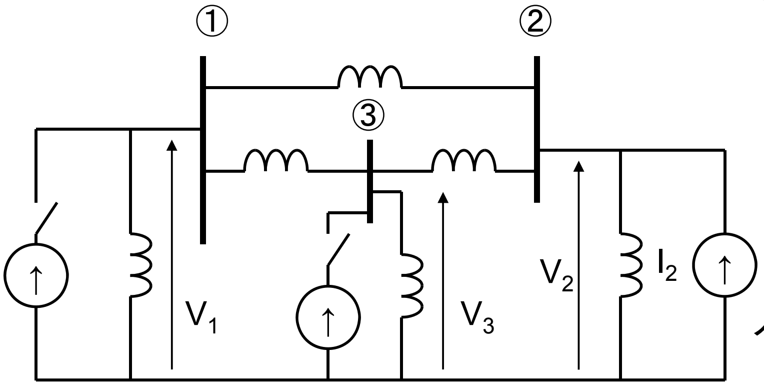
相互アドミタンスY_{12}は，
節点①，③を接地して求める

$$Y_{12}=\left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=V_3=0}$$

インピーダンス行列の作り方

重ね合わせの理

$$V = Z_{bus} I$$



アドミタンスZ_{22}，Z_{12}は，Z_{32}決定用回路

ノード②

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_{23} I_3$$

駆動点インピーダンスZ_{22}は，節点①，③の電流源を開放して求める

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

ノード①

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3$$

伝達インピーダンスZ_{12}は，節点①，③の電流源を開放して求める

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 他の母線に繋がっていない母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & & & 0 \\ & Z_{bus} & & & 0 \\ & & & & \vdots \\ & & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & \cdots & Z_n \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix}$$

新しい母線pができても他は変わらない

インピーダンス行列のいじり方

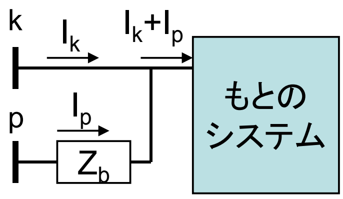
- 母線数の増やし方
  - 既存の母線に繋がった母線の場合
    - 母線pを増設
    - 母線pは母線kに繋がる

$$V_{k(new)} = V_{k(orig)} + V_{k(new)} Z_{kk}$$
$$V_p = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk} + I_p Z_b$$
$$V_p = \underbrace{I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} \cdots I_n Z_{kn}}_{V_{k(orig)}} + I_p \left(Z_{kk} + Z_b \right)$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線に繋がった母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & & & Z_{1k} \\ & Z_{orig} & & & Z_{2k} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{nk} \\ \hdashline Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array} \right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$

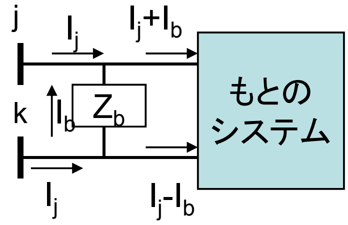


最後の行・列が変わる

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$V_1 = Z_{11}I_1 + \cdots + Z_{1j}\left(I_j + I_b\right) + Z_{1k}\left(I_k - I_b\right) + \cdots$$
$$= Z_{11}I_1 + \cdots + Z_{1j}I_j + Z_{1k}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{1j} - Z_{1k}\right)$$



同様に

$$V_j = Z_{j1}I_1 + \cdots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{jj} - Z_{jk}\right)$$
$$V_k = Z_{k1}I_1 + \cdots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{kj} - Z_{kk}\right)$$

インピーダンスに流れる電流と電位差の関係

$$V_k - V_j = I_b Z_b$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$0 = I_b Z_b - V_k + V_j$$
$$= I_b Z_b - \left[Z_{k1}I_1 + \cdots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{kj} - Z_{kk}\right)\right]$$
$$+ \left[Z_{j1}I_1 + \cdots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \cdots + I_b\left(Z_{jj} - Z_{jk}\right)\right]$$

$$0 = \left(Z_{j1} - Z_{k1}\right)I_1 + \cdots + \left(Z_{jj} - Z_{kj}\right)I_j + \left(Z_{jk} - Z_{kk}\right)I_k$$
$$+ \left[\left(Z_{jj} - Z_{jk}\right) - \left(Z_{kj} - Z_{kk}\right) + Z_b\right]I_b$$
$$= \left(Z_{j1} - Z_{k1}\right)I_1 + \cdots + \left(Z_{jj} - Z_{kj}\right)I_j + \left(Z_{jk} - Z_{kk}\right)I_k$$
$$+ \left(Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk} + Z_b\right)I_b$$

インピーダンス行列のいじり方

- 母線数の増やし方
  - 既存の母線(j-k)間にインピーダンスZ_bを付加

$$Z_{bb} = Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk} + Z_b$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_j \\ V_k \\ \vdots \\ V_n \\ \hdashline 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:c} & & & Z_{1j} - Z_{1k} \\ & Z_{orig} & & \vdots \\ & & & Z_{jj} - Z_{jk} \\ & & & Z_{kj} - Z_{kk} \\ & & & \vdots \\ & & & Z_{nj} - Z_{nk} \\ \hdashline Z_{j1} - Z_{k1} & & Z_{jk} - Z_{kk} & Z_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \\ \hdashline I_b \end{bmatrix}$$

潮流計算に用いる条件

- 解析条件
  - 一母線を除き有効電力を設定
    - 負荷電力を負で表す
    - 有効電力を指定しない母線
      - スラック母線・スイング母線
      - 発電機母線が一般的
      - 皺取り・位相基準
  - 母線への注入無効電力又は電圧の大きさを設定
    - 一般的な設定
      - 負荷母線は無効電力
      - 発電機母線は電圧

潮流計算の方法

- 潮流計算は閉形式で求まらない
  - 繰り返し計算
  - 微係数を用いない
    - ガウス法
    - ガウスザイデル法
  - 微係数を用いる
    - ニュートンラフソン法
      - 直交座標
      - 極座標
        - » 普通のやり方
        - » 分離法
        - » 高速分離法

潮流計算

- 線路条件・状態変数
  - 4母線系統

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} & \dot{Y}_{14} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} & \dot{Y}_{24} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} & \dot{Y}_{34} \\ \dot{Y}_{41} & \dot{Y}_{42} & \dot{Y}_{43} & \dot{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \end{bmatrix}$$

- 潮流条件
  - 発電機母線→PV指定
  - 負荷母線→PQ指定
  - 無限大母線→V指定（位相基準∠0deg）

ガウスザイデル法1

- 4母線系統で考える
  - 母線1をスイング母線
    - 計算を母線2から開始する
      - 母線2がP,Q指定母線の場合(Qは遅れが正)

$$\dot{V}_2\overline{\dot{I}_2} = P_2 + jQ_2$$

» 母線電流

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\overline{\dot{V}_2}}$$

ガウスザイデル法2

» アドミタンス行列の関係

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{V}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{V}_3 + \dot{Y}_{24}\dot{V}_4$$

» 代入

$$\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

» 母線2の電圧

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3 - Y_{24}V_4\right]$$

» 繰り返し計算において，前回の電圧 $\overline{V_2}$ を用いて新たな電圧 V_2 を求める

» 修正したV_2 を用いてもう一度計算する手順が一般的

ガウスザイデル法3

    - 修正した全母線電圧を用いて，次の計算ステップに進む
  - 求めた電圧をそのまま次の計算ステップに用いる
    - ガウス法
  - 求めた電圧でもう一度電圧を計算し押し，次の計算ステップに進む
    - ガウスザイデル法
- 初期の設定値が解から離れていると，欲しい解に収束しないことがある
- 必要な繰り返し数が多い
  - 電圧の修正に加速係数を掛ける

ガウスザイデル法4

- N母線系統
  - P,Q指定母線
    - 母線kの電圧

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

  - P,V指定母線
    - 初期値に対して，母線kの無効電力Q_kを求める

$$P_k - jQ_k = \overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n$$

    - Pkは指定値
    - Qkについて考える

$$Q_k = -\mathrm{Im}\left[\overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

ガウスザイデル法4

– P,V指定母線
  - 母線kの電圧を算出

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1\\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

    – Pkは指定値，Qkは求めた値
    – 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小
      » 縮小率α

$$\alpha = \frac{V_{k\text{指定値}}}{\left|\dot{V}_{k\text{計算値}}\right|}$$

$$\dot{V}_{k\text{計算値(新)}} = \alpha\dot{V}_{k\text{計算値}}$$

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
  – 2変数の2関数を考える
    - 変数x_1,x_2,関数f_1,f_2,定数K_1,K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

    - 初期値$x_1^{(0)}$,$x_2^{(0)}$,修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を求める事を考える
- テーラー展開

$$
\begin{cases}
K_1 = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \\
K_2 = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots
\end{cases}
$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$
\begin{bmatrix} K_1 - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \\ K_2 - f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}
$$

  – 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
    » K_1,K_2の誤差で表す

$$
\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を用いて，新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
  – 終了判定条件

$$Max\left\{\left|x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}\right|, \cdots, \left|x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)}\right|, \left|x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)}\right|\right\} < \varepsilon$$