

# 電力システム解析論

## 第12回 安定性解析

平成24年01月20日

## 電力システムの安定性の解析

- 解析に用いる仮定
  - 同期周波数の電圧・電流成分のみを対象
    - フェーズで解析
    - 直流成分, 高調波成分は無視
  - 不平衡故障は対称成分に分解して評価
  - 発電機の電圧は回転速度の変化の影響を受けない

# 同期回転機の運動方程式

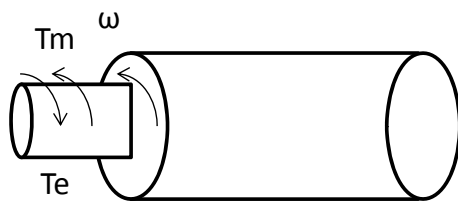
- 同期機の回転の振る舞いを表す
  - 加速トルクは回転子の慣性モーメントと回転角加速度の積
    - $J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e$
    - $J[\text{kgm}^2]$ : 回転子質量による慣性定数(原動機含む)
    - $\theta_m$ : 回転子角度(静止座標系)
    - $T$ : 時間
    - $T_m(\text{Nm}) > 0$ : 原動機からの入力機械トルク(回転損を除く)
    - $T_e(\text{Nm}) > 0$ : 電気(電磁気)トルク
    - $T_a(\text{Nm})$ : 加速トルク

# 同期回転機の運動方程式

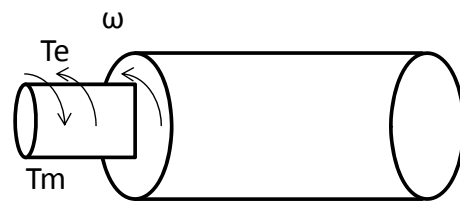
- $T_m$ は回転軸を $\theta_m$ の正の方向に回転加速する力
  - 定常状態では $T_m$ は $T_e$ と等しい→加速トルク $T_a=0$ 
    - 回転子の加減速が無く、一定の同期速度で回転  
→電力系統の他の回転機との同期運転と呼ぶ
  - 原動機→水車, 蒸気タービン
  - ガバナ(調速機)の動作は, 回転子の動特性による安定性の解析で扱う時間領域では, 反応が無視できる。  
→ $T_m$ は一定と扱える
- $T_e$ は発電機出力と電機子銅損 $I^2R$ を含む空隙磁束の電力

# 同期回転機の運動方程式

- 同期電動機の電力方向は発電機の逆
  - トルクの符号が逆
  - $T_e$ : 電源から電動機を駆動する空隙磁束電力
  - $T_m$ : 回転負荷トルクと回転損失の和



発電機



電動機

# 同期回転機の運動方程式

- $\theta_m$ : 固定子の静止座標系に対する角度
  - 時間とともに増加
  - 同期回転速度にたいする回転子速度が問題  
→ 同期回転速度で回転する座標系で表す
    - $\theta_m = \omega_{sm} t + \delta_m$ 
      - $\omega_{sm}$ : 同期角速度
      - $\delta_m$ : 回転子の位相差
    - 時間微分
 
$$-\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \rightarrow \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2}$$
      - $-\frac{d\delta_m}{dt}$  → 同期回転速度からのずれを表す

# 同期回転機の運動方程式

- 回転座標系での動揺方程式

- $J \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \text{ (Nm)}$

- 回転子の角速度  $\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$

- 動揺方程式を電力で表す

- $J\omega_m \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ (W)}$

- $P_m$ : 回転子への入力電力-回転損失(損失を無視すると原動機からの入力電力)

- $P_e$ : 空隙磁束の電力(電気出力)

- $P_a$ : 加速電力

# 同期回転機の運動方程式

- $J\omega_m$ : 回転子の角運動量

- $M = J\omega_{sm}$ : 回転機の慣性定数(同期回転速度)

- 回転機の動作が安定な場合, トルクより電力を求める方が容易。 $\omega_m = \omega_{sm}$ として動揺方程式を扱う

- $M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ (W)}$

- $M$ の代わりに $H$ を使うこともある

- $H = \frac{\text{同期回転速度での運動エネルギー}}{\text{回転機の定格電力}}$

# 同期回転機の運動方程式

- $H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{sm}^2}{S_{mach}} = \frac{\frac{1}{2}M\omega_{sm}}{S_{mach}}$ 
  - $S_{mach}$ : 回転機の定格電力
  - $M = \frac{2H}{\omega_{sm}} S_{mach}$

- Hで動揺方程式を表す

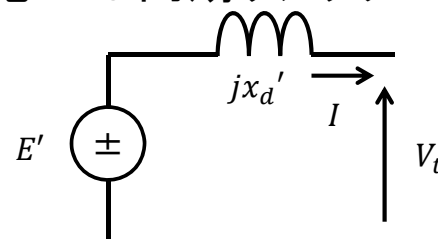
$$-\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = \frac{P_a}{S_{mach}} = \frac{P_m - P_e}{S_{mach}}$$

- 単位法での表現

$$\bullet \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s$$

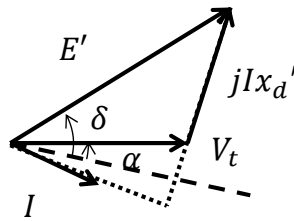
# 同期機の過渡安定性解析モデル

- $P_m$ : 一定を仮定(電力ネットワークの現象はガバナがタービンに作用するより早い)
- $P_e$ : 送配電線, 負荷の状態が決まる
  - 負荷変動, 送電線事故, 遮断器動作
  - 回転子の加減速を決める
- 回転速度の起電力への影響は無視
- $x_d'$ : 過渡リアクタンス(定常状態では同期リアクタンス  $x_d$ )
- $E'$ : 過渡内部起電力
- $V_t$ : 端子電圧
- 電機子抵抗は無視



# 同期機の過渡安定性解析モデル

- フェーザ図



- 発電機(母線1)が送電網を介して受電端(母線2)に送電するモデル

- 電力回路網:送電線, 変圧器, コンデンサ, 発電機の過渡リアクタンス
- $E_1'$ :母線1の発電機の過渡内部起電力
- $E_2'$ :母線2の受電端の無限大母線または同期電動機の内部電圧

# 同期機の過渡安定性解析モデル

- 2母線(ノード)のアドミタンス行列

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

- 母線kの電力  $P_k + jQ_k = V_k \sum_{n=1}^N \overline{Y_{kn}} V_n$

- 母線1の電力

$$P_1 + jQ_1 = E_1' \overline{(Y_{11} E_1')} + E_1' \overline{(Y_{12} E_2')}$$

$$E_1' = |E_1'| \angle \delta_1, E_2' = |E_2'| \angle \delta_2$$

$$Y_{11} = G_{11} + jB_{11}, Y_{12} = |Y_{12}| \angle \theta_{12}$$

- $P_1 = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$

- $Q_1 = -|E_1'|^2 B_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$

# 同期機の過渡安定性解析モデル

- 母線1,2の位相差(電力相差角)  $\delta = \delta_1 - \delta_2$ ,  
$$\gamma = \theta_{12} - \frac{\pi}{2}$$
  - $P_1 = |E'_1|^2 G_{11} + |E'_1||E'_2||Y_{11}| \sin(\delta - \gamma)$ 
    - 発電機出力電力
  - $Q_1 = -|E'_1|^2 B_{11} + |E'_1||E'_2||Y_{12}| \cos(\delta - \gamma)$
  - $P_c = |E'_1|^2 G_{11}, P_{max} = |E'_1||E'_2||Y_{12}|$ とすると
    - $P_e = P_c + P_{max} \sin(\delta - \gamma)$
    - 抵抗分が無視できるとき
      - $P_e = P_{max} \sin \delta, P_{max} = \frac{|E'_1||E'_2|}{X}$ ,  $X$ :母線1,2間の伝達リアクタンス

## 同期化力係数

- 発電機の動作点の検証
  - 出力の微小変化により, 発電機が同期運転を失わない動作点での運転が求められる
    - 微小擾乱を考慮した動作点  
 $\delta = \delta_0 + \delta_\Delta, P_e = P_{e0} + P_{e\Delta}$   
機械入力  $P_m$  一定  
定常状態の動作点  $\delta_0, P_{e0}$   
微小擾乱  $\delta_\Delta, P_{e\Delta}$

# 同期化力係数

- 発電機の動作点の検証

- 二機系の電力相差角特性

- 定常状態  $P_m = P_{e0} = P_{max} \sin \delta_0$
    - 微小擾乱  $P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{max} \sin(\delta_0 + \delta_\Delta)$   
 $= P_{max} (\sin \delta_0 \cos \delta_\Delta + \cos \delta_0 \sin \delta_\Delta)$ 
      - 線形近似  $\sin \delta_0 \cong \delta_0, \cos \delta_\Delta \cong 1$
    - $P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{max} \sin \delta_0 + \delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0$   
 $\rightarrow P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta}) = -\delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0$

- 動揺方程式

- $\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e$

# 同期化力係数

- 微小擾乱を考慮した動揺方程式

$$\begin{aligned} \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2(\delta_0 + \delta_\Delta)}{dt^2} &= P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta}) \\ &= -\delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0 \\ \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + \delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0 &= 0 \end{aligned}$$

- 同期化力係数  $\rightarrow$  電力相差角曲線の傾き

- $S_p = \left. \frac{dP_e}{d\delta} \right|_{\delta=\delta_0} = P_{max} \cos \delta_0$

- 動揺方程式

- $\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + \delta_\Delta S_p = 0 \rightarrow \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + \frac{\omega_s S_p}{2H} \delta_\Delta = 0$



# 同期化力係数

- 2次の線形な微分方程式

$$\frac{d^2 \delta_{\Delta}}{dt^2} + \frac{\omega_s S_p}{2H} \delta_{\Delta} = 0$$

– 振動解  $S_p > 0$

- 固有振動周波数

- $\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}}$  rad/s

- $f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}}$  rad/s

– 発散解  $S_p < 0$

# 等面積法

- 動揺方程式を解かずに安定性を調べる

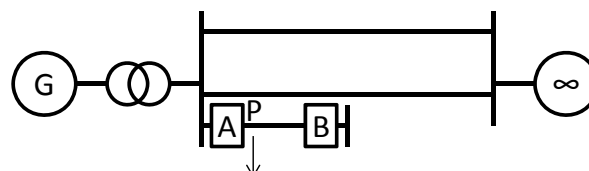
– 一機無限大母線系統

- 初期状態

遮断器A:ON, B:OFF

- 母線至近端Pで三相短絡事故

- 遮断器A開放で事故除去

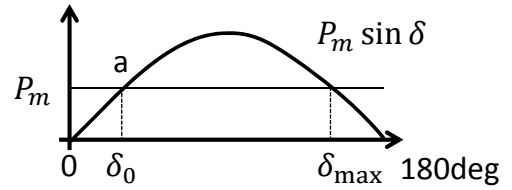


# 等面積法

- 電力相差点曲線

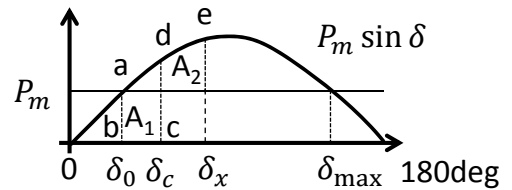
- 回転子角  $\delta_0$  で同期運転

- 機械入力  $P_m$  と電気出力  $P_e$  は等しい
- 動作点 a



- 時刻  $t=t_0$  で事故発生

- 機械入力  $P_m$  は不変
- 電気出力  $P_e$  は 0
- 動作点 b



# 等面積法

- 故障中の回転子加速

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} P_m$$

- 回転速度

$$\frac{d\delta}{dt} = \int_0^t \frac{\omega_s}{2H} P_m dt = \frac{\omega_s}{2H} P_m t$$

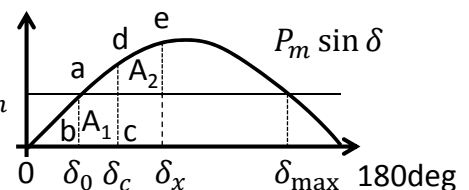
- 角度

$$\delta = \frac{\omega_s}{4H} P_m t^2 + \delta_0$$

- 時刻  $t=t_c$  で故障除去

- 動作点  $b \rightarrow c$

$$\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=t_c} = \frac{\omega_s}{2H} P_m t_c, \delta|_{t=t_c} = \frac{\omega_s}{4H} P_m t_c^2 + \delta_0 = \delta_c$$



# 等面積法

- 故障除去後

- 機械入力に対して電気出力大

- 負の加速力
- 動作点d→eの移動中に減速
- 面積 $A_1=A_2$ となる $\delta_x$ で, 回転子の相対速度0となる
  - 加速力は負なので減速し続ける
  - 動作点e→aへ
    - » 動作点aで, 回転子の相対速度は負
    - » 動作点a→fでは電気出力より機械入力が大きくなる
      - 回転子加速する
      - 面積 $A_3=A_4$ となるで, 回転子の相対速度0となる
      - 動作点e-f間で振動

