電力システム解析論

第1回　送電線路のモデルと
インダクタンス1
平成24年10月05日

電磁気現象

- Maxwellの方程式(微分表示)

$$
\begin{cases}
\nabla \times E = -\mu_0 \dfrac{\partial H}{\partial t} \\
\nabla \times H = J + \varepsilon_0 \dfrac{\partial E}{\partial t} \\
\nabla \cdot \varepsilon_0 E = \rho \\
\nabla \cdot \mu_0 H = 0
\end{cases}
$$

⇒

FDTD (Finite-difference time-domain)法
などで解く
(空間・時間領域での
差分方程式に展開して
逐次計算をすることで、
電場・磁場を求める)

分布定数回路

- 過渡回路と交流回路
  - 単位長あたり
    抵抗:R[Ω], インダクタンス:L[H],
    静電容量:C[F], 漏れコンダクタンス:G[S]

過渡回路

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x} = -RI - L\dfrac{\partial I}{\partial t} \\ \dfrac{\partial I}{\partial x} = -GV - C\dfrac{\partial V}{\partial t} \end{cases}$$

交流回路

$$\begin{cases} \dfrac{d\dot{V}}{dx} = -(R + j\omega L)\dot{I} \\ \dfrac{d\dot{I}}{dx} = -(G + j\omega C)\dot{V} \end{cases}$$

ただし，交流の角周波数:ω[rad/s]

集中定数回路

- 単位長あたり
  - 直列インピーダンス[Ω/km]

$$\dot{Z} = R + j\omega L$$

  - 並列アドミタンス[S/km]

$$\dot{Y} = G + j\omega C$$

- 長さXの線路のインピーダンス，アドミタンス

$$X\dot{Z}, X\dot{Y}$$

  - T型，π型等価回路で模擬

送電線のインダクタンス

- 誘導電圧 $e = \frac{d\tau}{dt}$
- e:誘導電圧(V), τ:鎖交磁束 (Wbt)
  - Wbt:磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
    - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
  - 透磁率一定の場合，鎖交磁束は電流に比例
    - 誘導電圧は電流変化率に比例 $e = L\frac{di}{dt}$
  - L:比例定数・回路のインダクタンス(H),di/dt:電流変化率(A/s) $L = \frac{d\tau}{di}$
- 線形システムの場合
  - 鎖交磁束は電流に比例 $L = \frac{\tau}{i}$
    - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 自己インダクタンスの定義
    電流に対する鎖交磁束 $\tau = Li$
    - 鎖交磁束のフェーザ表示 $\dot{\Psi} = L\dot{I}$

      Ψ:鎖交磁束のフェーザ，I:電流のフェーザ
    - 鎖交磁束による電圧降下

$$\dot{V} = j\omega\dot{\Psi}$$
$$= j\omega L\dot{I}$$

送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 相互インダクタンスの定義
    他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束
    - 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{M}_{12} = \frac{\dot{\Psi}_{12}}{\dot{I}_2}$$

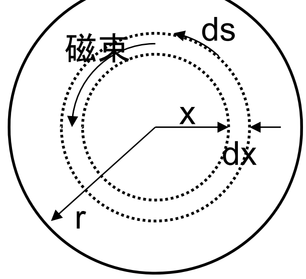
I_2:回路2に流れる電流のフェーザ, Ψ_{12}:回路2に流れる電流I_2により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ

    - 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$\dot{V}_1 = j\omega M_{12}\dot{I}_2 = j\omega\dot{\Psi}_{12}$$

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく, 電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 送電線を円柱導体として考える
  - 帰路は十分離れていると仮定
  - 磁束は同心円状に分布すると仮定
  - 起磁力は電流経路のATに比例



$$mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m), s:経路(m), I:電流(A)

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

– 中心から距離x(m)の内側の電流I_x(A)による磁界強度H_x(AT/m)

$$\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$$

– 全電流I(A)に対するI_x(A)の割合

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

– 全電流に対するH_x(AT/m)

$$H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

– H_xに対する磁束密度B_x(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$$

ただしμは導体の透磁率

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 厚さdx(m)の円筒導体の磁束dφ(Wb/m)
  – 磁束密度B_x(Wb/m²)と磁力線の法線方向dx(m)積

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒内部の電流に鎖交する単位長当たりの鎖交磁束dψ(WbT/m)

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 全内部鎖交磁束ψ_{int}(WbT/m)
  - 半径方向に積分

$$\psi_{\rm int} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4}\frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率1
- 真空の透磁率μ_0=4π×10^{-7}H/m

$$\Psi = LI$$

$$\psi_{\rm int} = \frac{I}{8\pi}4\pi\times10^{-7} = \frac{I}{2}\times10^{-7} \Rightarrow L_{\rm int} = \frac{1}{2}\times10^{-7}$$

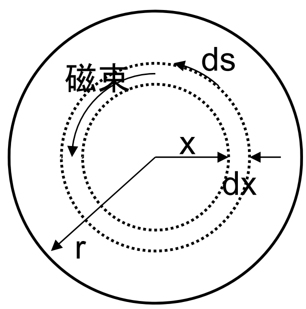
内部インダクタンス

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく，電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 空気の比透磁率1
  - 真空の透磁率μ_0=4π×10^{-7}H/m
  - 内部鎖交磁束

$$\psi_{\rm int} = \frac{I}{8\pi}4\pi\times10^{-7} = \frac{I}{2}\times10^{-7}$$

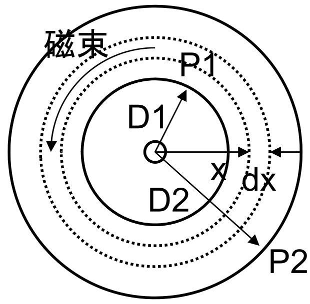
  - 内部インダクタンス $L_{\rm int} = \frac{1}{2}\times10^{-7}$



導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間に鎖交する磁束
  - 磁束は同心円状に分布
  - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$



- 磁束密度Bx(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

  - 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は，導体中の電流を一度だけ鎖交する
  - 単位長当たりの鎖交磁束dψは磁束dφに等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束
  - D1,D2間の鎖交磁束

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi}\left[\log_e x\right]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi}\left(\log_e D_2 - \log_e D_1\right) = \frac{\mu I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

  - 空気の比透磁率1として，真空の透磁率μ_0=4π×10^{-7}H/m より

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1} = 2\times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad \Rightarrow \quad L_{12} = 2\times 10^{-7}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

外部インダクタンス

送電線のインダクタンス

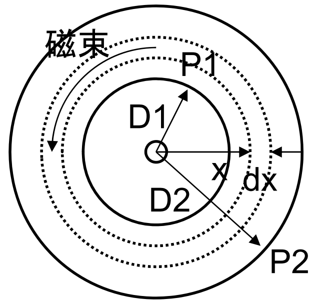
- 全内部鎖交磁束ψ_{int}(WbT/m), 内部インダクタンスL_{int}[H/m]

$$\psi_{\text{int}} = \frac{\mu I}{8\pi} \qquad L_{\text{int}} = \frac{1}{2}\times 10^{-7} \qquad \text{ただし} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}$$

- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間の全鎖交磁束

$$\psi_{12} = \frac{4\pi\times 10^{-7} I}{2\pi}\log_e\frac{D_2}{D_1} = 2\times 10^{-7} I \log_e\frac{D_2}{D_1}$$

$$L_{12} = 2\times 10^{-7}\log_e\frac{D_2}{D_1}$$



導体対の線路インダクタンス

- 距離D(m)離れた半径r1,r2(m)の導体対
  - 導体1,2に流れる電流の和は0 I1+I2=0
  - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
    - 導体1の中心からD+r2以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
    - 導体1の中心からD-r2以内の磁束は全回路電流に鎖交する
      - 厳密にはr1≦x ≦ D-r2
    - 導体1の中心よりD-r2からD+r2の磁束が鎖交する回路電流は0～1の範囲で変化する
    - D>>r1, D>>r2を仮定して簡略化

導体対の線路インダクタンス

- 導体1のインダクタンス
  - 内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,\mathrm{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

  - 外部磁束によるインダクタンス(H/m)
    - 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$$

  - 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,\mathrm{int}} + L_{1,ext} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} = \left(\frac{1}{2} + 2\log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現
  - 擬似導体半径r1’を導入
    - 半径r1にε=0.7788をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \qquad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(-\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス
  - 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号
    - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
    - 合成磁束は2倍となる
  - 導体2のインダクタンスL2(H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{r_2'} \qquad r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2\times 10^{-7}\times\left(\log_e \frac{D}{r_1'} + \log_e \frac{D}{r_2'}\right) = 4\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$$

  - 同じ導体サイズの場合

$$r_1' = r_2' = r' \qquad L = 2\times 10^{-7}\times \log_e \frac{D}{r'}$$