

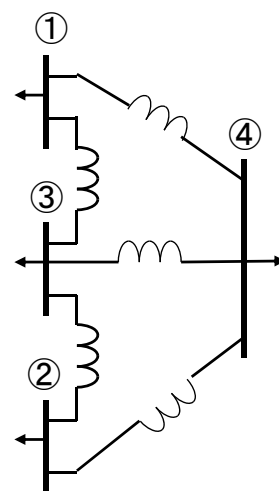
電力システム解析論

第8回 系統のインピーダンス・アドミタンス行列

平成24年12月07日

潮流計算

- 潮流計算とは
 - 発電機母線, 送電線, 負荷母線における
 - 電圧・電流の振幅位相
 - 有効電力・無効電力を求める
- 潮流計算の目的
 - 電力系統の運転状態を知る
 - 電力系統の運用計画を立てる



電力系統図

潮流計算に用いるデータ

線路データ

– アドミタンス行列

- 自己アドミタンス
- 相互アドミタンス

$$[I] = [Y][V]$$

– インピーダンス行列

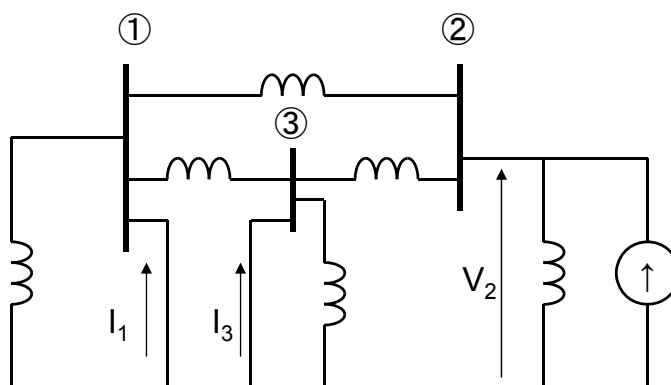
- 駆動点インピーダンス
- 伝達インピーダンス
- 単線結線図からアドミタンスを求めるほうが容易

– その他必要な情報

- 変圧器の定格, 変圧比・インピーダンス・タップ比
- 力率改善用コンデンサ

アドミタンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンス Y_{22} , Y_{12} , Y_{32} 決定用回路

$$I = Y_{bus} V$$

ノード②

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3$$

自己アドミタンス Y_{22} は,
 節点①, ③を接地して求める

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=V_3=0}$$

ノード①

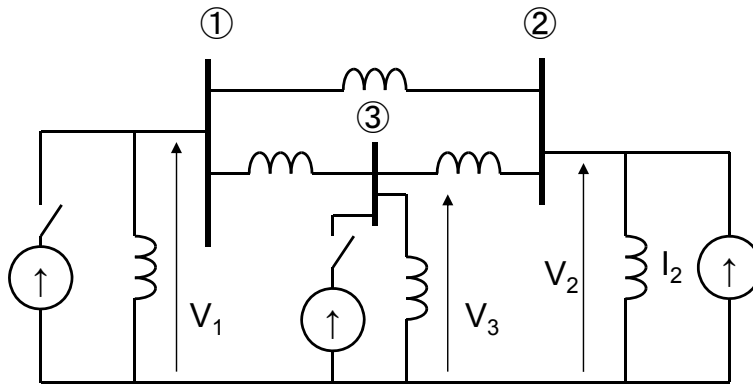
$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3$$

相互アドミタンス Y_{12} は,
 節点①, ③を接地して求める

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=V_3=0}$$

インピーダンス行列の作り方

重ね合わせの理



アドミタンス Z_{22} , Z_{12} は, Z_{32} 決定用回路

$$V = Z_{bus} I$$

ノード②

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3$$

駆動点インピーダンス Z_{22} は, 節点①, ③の電流源を開放して求める

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=I_3=0}$$

ノード①

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3$$

伝達インピーダンス Z_{12} は, 節点①, ③の電流源を開放して求める

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=I_3=0}$$

2012/12/07

電力システム解析論

5

インピーダンス行列のいじり方

• 母線数の増やし方

– 他の母線に繋がっていない母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hline Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix}$$

新しい母線pができて他は変わらない

2012/12/07

電力システム解析論

6

インピーダンス行列のいじり方

• 母線数の増やし方

– 既存の母線に繋がった母線の場合

- 母線pを増設
- 母線pは母線kに繋がる

$$V_{k(new)} = V_{k(orig)} + V_{k(new)} Z_{kk}$$

$$V_p = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk} + I_p Z_p$$

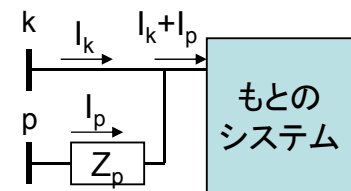
$$V_p = \underbrace{I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} \cdots I_n Z_{kn}}_{V_{k(orig)}} + I_p (Z_{kk} + Z_p)$$

インピーダンス行列のいじり方

• 母線数の増やし方

– 既存の母線に繋がった母線の場合

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$



最後の行・列が変わる

インピーダンス行列のいじり方

• 母線数の増やし方

– 既存の母線(j-k)間にインピーダンス Z_b を付加

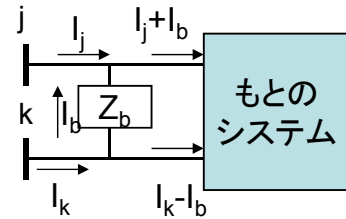
$$V_1 = Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1j}(I_j + I_b) + Z_{1k}(I_k - I_b) + \dots$$

$$= Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1j}I_j + Z_{1k}I_k + \dots + I_b(Z_{1j} - Z_{1k})$$

同様に

$$V_j = Z_{j1}I_1 + \dots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \dots + I_b(Z_{jj} - Z_{jk})$$

$$V_k = Z_{k1}I_1 + \dots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \dots + I_b(Z_{kj} - Z_{kk})$$



インピーダンスに流れる電流と電位差の関係

$$V_k - V_j = I_b Z_b$$

インピーダンス行列のいじり方

• 母線数の増やし方

– 既存の母線(j-k)間にインピーダンス Z_b を付加

$$0 = I_b Z_b - V_k + V_j$$

$$= I_b Z_b - [Z_{k1}I_1 + \dots + Z_{kj}I_j + Z_{kk}I_k + \dots + I_b(Z_{kj} - Z_{kk})]$$

$$+ [Z_{j1}I_1 + \dots + Z_{jj}I_j + Z_{jk}I_k + \dots + I_b(Z_{jj} - Z_{jk})]$$

$$0 = (Z_{j1} - Z_{k1})I_1 + \dots + (Z_{jj} - Z_{kj})I_j + (Z_{jk} - Z_{kk})I_k$$

$$+ [(Z_{jj} - Z_{jk}) - (Z_{kj} - Z_{kk}) + Z_b]I_b$$

$$= (Z_{j1} - Z_{k1})I_1 + \dots + (Z_{jj} - Z_{kj})I_j + (Z_{jk} - Z_{kk})I_k$$

$$+ (Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk} + Z_b)I_b$$

潮流計算の方法

- 潮流計算は閉形式で求まらない
 - 繰り返し計算
 - 微係数を用いない
 - ガウス法
 - ガウスザイデル法
 - 微係数を用いる
 - ニュートンラフソン法
 - 直交座標
 - 極座標
 - » 普通のやり方
 - » 分離法
 - » 高速分離法

潮流計算

- 線路条件・状態変数
 - 4母線系統
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} & \dot{Y}_{14} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} & \dot{Y}_{24} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} & \dot{Y}_{34} \\ \dot{Y}_{41} & \dot{Y}_{42} & \dot{Y}_{43} & \dot{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \end{bmatrix}$$
- 潮流条件
 - 発電機母線→PV指定
 - 負荷母線→PQ指定
 - 無限大母線→V指定(位相基準 $\angle 0\text{deg}$)

ガウスザイデル法1

- 4母線系統で考える
 - 母線1をスイング母線
 - 計算を母線2から開始する
 - 母線2がP,Q指定母線の場合(Qは遅れが正)

$$\dot{V}_2 \overline{\dot{I}}_2 = P_2 + jQ_2$$

» 母線電流

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\dot{V}_2}$$

ガウスザイデル法2

» アドミタンス行列の関係

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21} \dot{V}_1 + \dot{Y}_{22} \dot{V}_2 + \dot{Y}_{23} \dot{V}_3 + \dot{Y}_{24} \dot{V}_4$$

» 代入

$$\frac{P_2 - jQ_2}{\dot{V}_2} = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + Y_{23} V_3 + Y_{24} V_4$$

» 母線2の電圧

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\dot{V}_2} - Y_{21} V_1 - Y_{23} V_3 - Y_{24} V_4 \right]$$

» 繰り返し計算において, 前回の電圧 \overline{V}_2 を用いて新たな電圧 V_2 を求める

» 修正した V_2 を用いてもう一度計算する手順が一般的

ガウスザイデル法3

- 修正した全母線電圧を用いて, 次の計算ステップに進む
- 求めた電圧をそのまま次の計算ステップに用いる
 - ガウス法
- 求めた電圧でもう一度電圧を計算し押し, 次の計算ステップに進む
 - ガウスザイデル法
- 初期の設定値が解から離れていると, 欲しい解に収束しないことがある
- 必要な繰り返し数が多い
 - 電圧の修正に加速係数を掛ける

2012/12/07

電力システム解析論

17

ガウスザイデル法4

- N母線系統
 - P,Q指定母線
 - 母線kの電圧
$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V}_k} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \right]$$
 - P,V指定母線
 - 初期値に対して, 母線kの無効電力 Q_k を求める
$$P_k - jQ_k = \overline{V}_k \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n$$
 - P_k は指定値
 - Q_k について考える
$$Q_k = -\text{Im} \left[\overline{V}_k \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \right]$$

2012/12/07

電力システム解析論

18

ガウスザイデル法4

– P,V指定母線

- 母線kの電圧を算出
$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{V_k} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \right]$$
 - Pkは指定値, Qkは求めた値
 - 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小
 - » 縮小率 α

$$\alpha = \frac{V_{k\text{指定値}}}{|\dot{V}_{k\text{計算値}}|}$$

$$\dot{V}_{k\text{計算値(新)}} = \alpha \dot{V}_{k\text{計算値}}$$

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
 - 2変数の2関数を考える
 - 変数 x_1, x_2 , 関数 f_1, f_2 , 定数 K_1, K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

- 初期値 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}$, 修正分 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$ を求める事を考える
- テーラー展開

$$\begin{cases} K_1 = f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0)} \dots \\ K_2 = f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0)} \dots \end{cases}$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ K_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

- 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
» K_1, K_2 の誤差で表す

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$ を用いて, 新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
 - 終了判定条件

$$\text{Max} \left\{ \left| x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)} \right|, \dots, \left| x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)} \right|, \left| x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)} \right| \right\} < \varepsilon$$