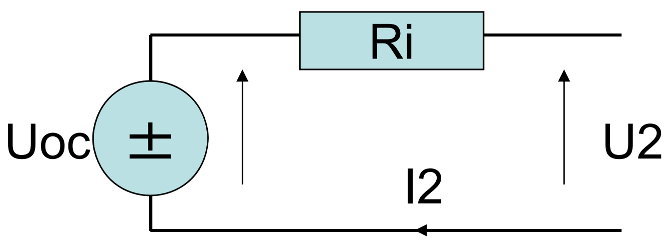
エネルギーシステム･要素論
第7回　電池4
燃料電池および
二次電池のモデル化

平成25年12月6日

二次電池の準定常モデル6

- 電池の等価回路
  - 構成
    - 理想電圧源(開回路電圧)Uoc
    - 内部抵抗Ri
  - KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t) = U_2(t)$$



二次電池の準定常モデル7

- 等価回路の開回路電圧
  - 電池の開回路電圧Uoc
    - 電池電荷q(t)の関数

$$U_{oc}(t)=\kappa_2 q(t)+\kappa_1$$

      - 平衡電位をあらわす
      - k1,k2は電池の組成，セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
      - 電圧源とコンデンサの直列回路ともとれる
      - Nernst式でより厳密に表す
      - 実用上は表参照方式

二次電池の準定常モデル8

- 等価回路の内部抵抗
  - 電池の内部抵抗Ri

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

    - オーム性抵抗Ro
      - 電解質・電極・端子間接続を直列した成分
    - 電荷移動抵抗Rct
      - 電極反応における電荷移動に関する成分
    - 拡散・濃度抵抗Rd
      - 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分
    - 欠点　電池電流に依存しないため，モデルの制約大
      - Tafel式を用いた非線形モデル

二次電池の準定常モデル9
等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗Ri
  - 充電状態qに応じて変化するモデル
    - 満充電q=1

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧

$$\begin{aligned}U_2(t) &= U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t) \\ &= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3] I_2(t) \\ &= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t)\end{aligned}$$

    - 満充電時開放電圧 $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
    - 満充電時端子電圧の電圧降下分

$$[\kappa_3 + \kappa_4] I_2(t)$$

二次電池の準定常モデル9
等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 充電状態qにおける端子電圧の電圧降下の増分

$$\begin{aligned}&[\{\kappa_1 + \kappa_2\} - \{\kappa_3 + \kappa_4\} I_2(t)] - \{\kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t)\} \\ &= -[\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) + \kappa_2 - \kappa_4 I_2(t) \\ &= [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)][1 - q(t)]\end{aligned}$$

二次電池の準定常モデル10 端子電圧の電力とSOCで表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流I2を消去

$$I_2(t)=\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)=\kappa_1-\kappa_3 I_2(t)+\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]q(t)$$

$$=\kappa_1-\kappa_3\frac{P_2(t)}{U_2(t)}+\left[\kappa_2-\kappa_4\frac{P_2(t)}{U_2(t)}\right]q(t)$$

$$U_2(t)^2=\kappa_1 U_2(t)-\kappa_3 P_2(t)+\left[\kappa_2 U_2(t)-\kappa_4 P_2(t)\right]q(t)$$

$$U_2(t)^2-\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]U_2(t)+P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]=0$$

$$U_2(t)=\frac{\kappa_1+\kappa_2 q(t)}{2}\pm\sqrt{\frac{\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]^2}{4}-P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]}$$

二次電池の準定常モデル11 端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 等価回路のKVLから電流I2を消去

$$I_2(t)=\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)=U_{oc}(t)-R_i(t)I_2(t)$$

$$=U_{oc}(t)-R_i(t)\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)^2-U_{oc}(t)U_2(t)+R_i(t)P_2(t)=0$$

$$U_2(t)=\frac{U_{oc}(t)}{2}\pm\sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4}-P_2(t)R_i(t)}$$

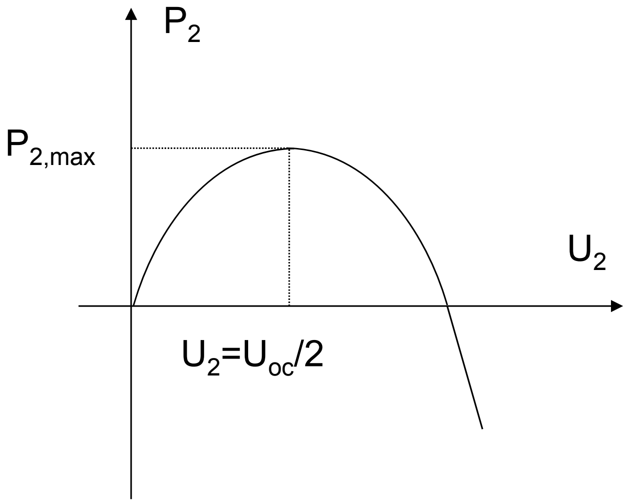
二次電池の準定常モデル12 端子電圧と入力電力の関係

- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

  - 出力電力は端子電圧の二次関数



$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル13 端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力 $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2}\frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$
  - 極値条件

$$= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \qquad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$$

  - 最大電力

$$P_{2,\max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2 + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)} = \frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$$

  - この時の電圧，電流

$$U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$$

$$U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t) \qquad I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル14 端子電圧と入力電力の関係

– 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in \left(U_{2,\min}, U_{2,\max}\right)$$

$U_{2,\min} > U_{2,P}$ の場合

- 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\min} - U_{2,\min}{}^2}{R_i(t)}$$

$$U_{2,\min}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\max}(t)$$

$$I_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\min}}{R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル15 端子電圧と入力電力の関係

- 制約条件下における最大充電電力・電流
  – 端子電圧 $U_2 > U_{oc}$
  – 最大電力は端子電圧上限で決まる
    » 放電異なり外部電圧の制限はない

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}{}^2}{R_i(t)}$$

  – 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$

電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率
  - 完全充放電サイクルで定義
    - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
  - 動作に依存する
    - 定電流充放電　Peukert test
    - 定電力充放電　Ragone test

電池の充放電効率

- 定電流での放電時間
  - 充電電荷量Q0
  - 放電電流I2

$$t_f = Q_0 / I_2$$

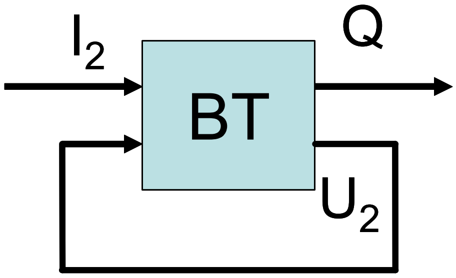
- エネルギーによる効率評価
  - 電池の開回路電圧Uoc
  - 内部抵抗Ri
  - 放電エネルギー $E_d = \int_0^{t_f} P_2(t)dt = t_f(U_{oc} - R_i I_2)I_2$
  - 充電エネルギー $|E_c| = \int_0^{t_f} |P_2(t)|dt = t_f(U_{oc} + R_i|I_2|)|I_2|$
  - 充放電効率 $\eta_b = \frac{E_d}{E_c} = \frac{t_f(U_{oc} - R_i I_2)I_2}{t_f(U_{oc} + R_i|I_2|)|I_2|} = \frac{U_{oc} - R_i|I_2|}{U_{oc} + R_i|I_2|}$

電池の充放電効率

- 局所効率
  - パワーによる効率評価

$$\eta_b = \frac{P_{2,d}(t)}{\left|P_{2,c}(t)\right|} = \frac{\left\{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|}{\left\{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|} = \frac{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|}{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|}$$

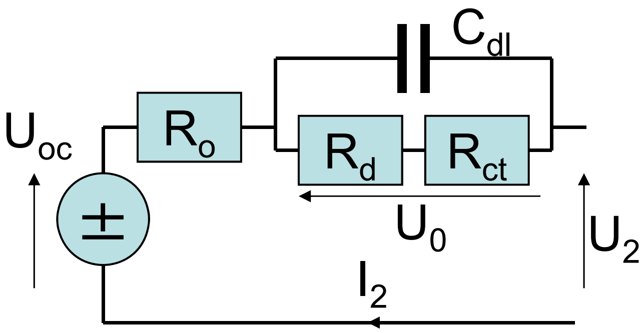
電池の動特性モデル



- 電池の過渡応答モデル
  - BT
- 入力変数
  - 端子電流$I_2(t)$
    - 正:放電
    - 負:充電
      ブロック線図の矢印とは異なることに注意
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧$U_2(t)$

電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 1

- 静特性モデルの発展版
  - 要素分離
    - U_{oc}:開回路電圧
    - U_o:非オーム性過電圧
    - R_o:オーム性電圧降下
    - U_o:過電圧・分極電圧 (非オーム性)
      - 電荷移動
      - 表面過電圧
      - 拡散過電圧
    - 電極・電解質間の電荷蓄積・分離
      - C_{dl}:二重層容量の充放電
    - 化学反応による電荷移動電流
      - R_d:拡散抵抗
      - R_{ct}:電荷移動抵抗



電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 2

- 等価回路のKVL, KCL
  - 定常状態の内部抵抗 $R_i=R_o+R_{ct}+R_d$
  - KVL $U_2(t)=U_{oc}-R_o I_2(t)-U_o(t)$
  - KCL

$$I_2(t)=C_{dl}\frac{dU_o(t)}{dt}+\frac{U_o(t)}{R_d+R_{ct}} \Rightarrow \frac{dU_o(t)}{dt}=\frac{1}{C_{dl}}\left\{I_2(t)-\frac{U_o(t)}{R_d+R_{ct}}\right\}$$

$$\frac{dQ(t)}{dt}=I_2(t)$$

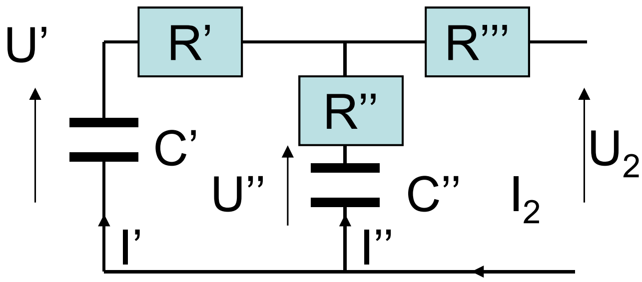
電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 1

- 回路方程式
  - KVL $U'(t)-R'I'(t)=U''(t)-R''I''(t)=U_2(t)+R'''I_2(t)$
  - KCL $I_2(t)=I'(t)+I''(t)$
  - 微分方程式

$$C'\frac{dU'(t)}{dt}=-I'(t)$$

$$C''\frac{dU''(t)}{dt}=-I''(t)$$



電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 2

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - I', I''を消す

$$I_2(t)=I'(t)+I''(t)=-C'\frac{dU'(t)}{dt}-C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t)+R'C'\frac{dU'(t)}{dt}=U''(t)+R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t)-U''(t)=-R'C'\frac{dU'(t)}{dt}+R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 3

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - du'/dtを求める

$$R''I_2(t)+[U'(t)-U''(t)]=-R''C'\frac{dU'(t)}{dt}-R'C'\frac{dU'(t)}{dt}$$

$$=-\frac{dU'(t)}{dt}C'[R''+R']$$

$$\frac{dU'(t)}{dt}=\frac{-R''I_2(t)-[U'(t)-U''(t)]}{C'[R''+R']}$$

電池の動特性モデル②

Johnson's model (ビヘイビアモデル) 4

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - du''/dtを求める

$$R'I_2(t)-[U'(t)-U''(t)]=-R'C''\frac{dU''(t)}{dt}-R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$=-\frac{dU''(t)}{dt}C''[R'+R'']$$

$$\frac{dU''(t)}{dt}=\frac{-R'I_2(t)+[U'(t)-U''(t)]}{C''[R'+R'']}$$

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 5

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - U_2出力変数の状態変数表示

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) - R''I''(t) - R'''I_2(t) \\
&= U''(t) - R''I''(t) - R'''\left[I'(t) + I''(t)\right] \\
&= U''(t) + R''C''\frac{dU''(t)}{dt} + R'''\left[C'\frac{dU'(t)}{dt} + C''\frac{dU''(t)}{dt}\right] \\
&= U''(t) + R'''C'\frac{dU'(t)}{dt} + \left[R'' + R'''\right]C''\frac{dU''(t)}{dt}
\end{aligned}
$$

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 6

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - つづき

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + R'''C'\frac{-R''I_2(t) - \left[U'(t) - U''(t)\right]}{C'\left[R'' + R'\right]} \\
&\quad + \left[R'' + R'''\right]C''\frac{-R'I_2(t) + \left[U'(t) - U''(t)\right]}{C''\left[R' + R''\right]} \\
&= U''(t) + R'''\frac{-R''I_2(t) - \left[U'(t) - U''(t)\right]}{\left[R'' + R'\right]} \\
&\quad + \left[R'' + R'''\right]\frac{-R'I_2(t) + \left[U'(t) - U''(t)\right]}{\left[R' + R''\right]}
\end{aligned}
$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 7

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + \frac{-R'''R'' - R'\left[R'' + R'''\right]}{R'' + R'} I_2(t) \\
&\quad + \frac{-R''' + R'' + R'''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R''' - \left[R'' + R'''\right]}{R'' + R'} U''(t) \\
&= \frac{-R'''\left[R'' + R'\right] - R'R''}{R'' + R'} I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t) \\
&= -\left[R''' + \frac{R'R''}{R'' + R'}\right] I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t)
\end{aligned}
$$

U_2の状態変数表示。U',U''は微分方程式の解，I_2は入力変数