

# 電力システム解析論

## 第1回 送電線路のモデルと インダクタンス1

平成25年10月04日

2013/10/04

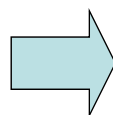
電力システム解析論

1

## 電磁気現象

- Maxwellの方程式(微分表示)

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H = J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla \cdot \varepsilon_0 E = \rho \\ \nabla \cdot \mu_0 H = 0 \end{array} \right.$$



FDTD (Finite-difference time-domain)法  
などで解く  
(空間・時間領域での  
差分方程式に展開して  
逐次計算をすることで、  
電場・磁場を求める)

2013/10/04

電力システム解析論

2

# 分布定数回路

- 過渡回路と交流回路

- 単位長あたり

- 抵抗: $R[\Omega]$ , インダクタンス: $L[H]$ ,

- 静電容量: $C[F]$ , 漏れコンダクタンス: $G[S]$

過渡回路

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial x} = -RI - L \frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial x} = -GV - C \frac{\partial V}{\partial t} \end{cases}$$

交流回路

$$\begin{cases} \frac{d\dot{V}}{dx} = -(R + j\omega L)\dot{I} \\ \frac{d\dot{I}}{dx} = -(G + j\omega C)\dot{V} \end{cases}$$

ただし, 交流の角周波数: $\omega[\text{rad/s}]$

# 集中定数回路

- 単位長あたり

- 直列インピーダンス $[\Omega/\text{km}]$

$$\dot{Z} = R + j\omega L$$

- 並列アドミタンス $[S/\text{km}]$

$$\dot{Y} = G + j\omega C$$

- 長さ $X$ の線路のインピーダンス, アドミタンス

$$X\dot{Z}, X\dot{Y}$$

- T型,  $\pi$ 型等価回路で模擬

# 送電線のインダクタンス

- 誘導電圧  $e = \frac{d\tau}{dt}$
- e:誘導電圧(V),  $\tau$ :鎖交磁束 (Wbt)
  - Wbt:磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
    - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
  - 透磁率一定の場合, 鎖交磁束は電流に比例
    - 誘導電圧は電流変化率に比例
$$e = L \frac{di}{dt}$$
- L:比例定数・回路のインダクタンス(H), di/dt:電流変化率(A/s)  $L = \frac{d\tau}{di}$
- 線形システムの場合
  - 鎖交磁束は電流に比例  $L = \frac{\tau}{i}$ 
    - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

# 送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 自己インダクタンスの定義  $\tau = Li$   
電流に対する鎖交磁束
  - 鎖交磁束のフェーザ表示  $\dot{\Psi} = L\dot{I}$
- 鎖交磁束による電圧降下  $\dot{V} = j\omega\dot{\Psi}$   
 $= j\omega L\dot{I}$

# 送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)

- 相互インダクタンスの定義

他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束

- 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{M}_{12} = \frac{\dot{\Psi}_{12}}{\dot{I}_2}$$

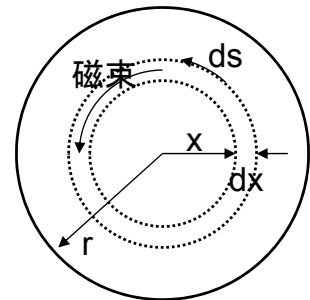
$\dot{I}_2$ :回路2に流れる電流のフェーザ,  $\dot{\Psi}_{12}$ :回路2に流れる電流 $\dot{I}_2$ により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ

- 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$\dot{V}_1 = j\omega M_{12} \dot{I}_2 = j\omega \dot{\Psi}_{12}$$

# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく, 電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 送電線を円柱導体として考える
  - 帰路は十分離れていると仮定
  - 磁束は同心円状に分布すると仮定
  - 起磁力は電流経路のATに比例



$$mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m), s:経路(m), I:電流(A)

# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 中心から距離 $x$ (m)の内側の電流 $I_x$ (A)による磁界強度 $H_x$ (AT/m)

$$\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$$

- 全電流 $I$ (A)に対する $I_x$ (A)の割合

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

- 全電流に対する $H_x$ (AT/m)

$$H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

- $H_x$ に対する磁束密度 $B_x$ (Wb/m<sup>2</sup>)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$$

ただし $\mu$ は導体の透磁率

# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 厚さ $dx$ (m)の円筒導体の磁束 $d\phi$ (Wb/m)
  - 磁束密度 $B_x$ (Wb/m<sup>2</sup>)と磁力線の法線方向 $dx$ (m)積

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒内部の電流に鎖交する単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ (WbT/m)

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 全内部鎖交磁束  $\psi_{\text{int}}$  (WbT/m)
  - 半径方向に積分

$$\psi_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率 1
- 真空の透磁率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m

$$\Psi = LI$$

$$\psi_{\text{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

内部インダクタンス

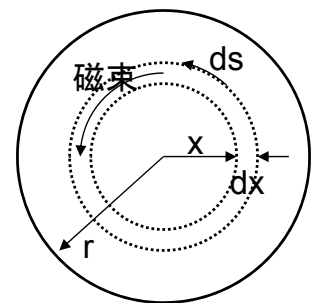
# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく、電線内部の鎖交磁束を考える必要あり

- 空気の比透磁率 1
- 真空の透磁率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m
- 内部鎖交磁束

$$\psi_{\text{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7}$$

- 内部インダクタンス  $L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$



# 導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間に鎖交する磁束
  - 磁束は同心円状に分布
  - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

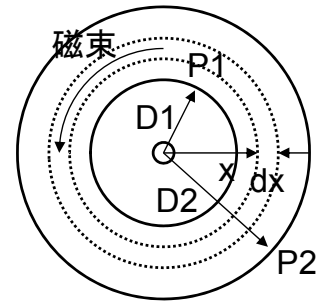
$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$

- 磁束密度Bx(Wb/m<sup>2</sup>)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

- 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$



# 導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は、導体中の電流を一度だけ鎖交する
  - 単位長当たりの鎖交磁束dψは磁束dφに等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束
  - D1,D2間の鎖交磁束

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} [\log_e x]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi} (\log_e D_2 - \log_e D_1) = \frac{\mu I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

- 空気の比透磁率1として、真空の透磁率 $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ H/m より

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad \Rightarrow \quad L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

外部インダクタンス

# 送電線のインダクタンス

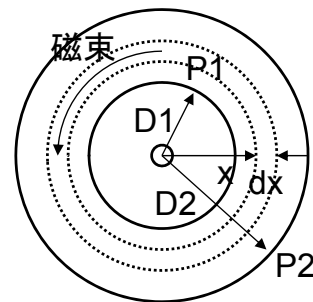
- 全内部鎖交磁束 $\psi_{int}$ (WbT/m), 内部インダクタンス $L_{int}$ [H/m]

$$\psi_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{ただし} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

- 導体の中心より距離 $D_1, D_2$ 離れた点 $P_1, P_2$ 間の全鎖交磁束

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$



# 導体対の線路インダクタンス

- 距離 $D$ (m)離れた半径 $r_1, r_2$ (m)の導体対

– 導体1,2に流れる電流の和は0  $I_1 + I_2 = 0$

– 導体1の電流による鎖交磁束を考える

- 導体1の中心から $D+r_2$ 以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
- 導体1の中心から $D-r_2$ 以内の磁束は全回路電流に鎖交する
  - 厳密には  $r_1 \leq x \leq D-r_2$
- 導体1の中心より $D-r_2$ から $D+r_2$ の磁束が鎖交する回路電流は0 ~ 1の範囲で変化する
- $D \gg r_1, D \gg r_2$ を仮定して簡略化





# 導体対の線路インダクタンス

- 導体1のインダクタンス

- 内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

- 外部磁束によるインダクタンス(H/m)

- 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,int} + L_{1,ext} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} = \left( \frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

# 導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現

- 擬似導体半径 $r_1'$ を導入

- 半径 $r_1$ に $\varepsilon=0.7788$ をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left( \frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$
$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \quad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left( -\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$
$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

# 導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス

- 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号

- 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
- 合成磁束は2倍となる

- 導体2のインダクタンス $L_2$ (H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_2'} \quad r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンス $L$ (H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \left( \log_e \frac{D}{r_1'} + \log_e \frac{D}{r_2'} \right) = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$$

- 同じ導体サイズの場合

$$r_1' = r_2' = r' \quad L = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$$