

電力システム解析論

第08回 潮流計算2

平成25年11月29日

潮流計算

- 電力システムの各点における電圧・電流・電力・力率等の状態量を求める
- 負荷の増大, 発電所や送電線の新設等の電力システムの設備計画に不可欠
- 電力システム運用において, 将来的に生じる問題を明らかにする
- 電子計算機の無かったころは, 直流計算盤・交流計算盤を用いてアナログ的に算出

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
 - 2変数の2関数を考える
 - 変数 x_1, x_2 , 関数 f_1, f_2 , 定数 K_1, K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

- 初期値 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}$, 修正分 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$ を求める事を考える
- テーラー展開

$$\begin{cases} K_1 = f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0)} \dots \\ K_2 = f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0)} \dots \end{cases}$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ K_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

- 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
 - » K_1, K_2 の誤差で表す

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$ を用いて, 新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
 - 終了判定条件

$$\text{Max} \left\{ \left| x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)} \right|, \dots, \left| x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)} \right|, \left| x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)} \right| \right\} < \varepsilon$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧(直交座標表示)

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力(直交座標状態量)

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \bar{I}_k = \sum_{m=1}^N \bar{Y}_{km} \bar{V}_m \dot{V}_k$$

$$= \sum_{m=1}^N \bar{Y}_{km} (e_m - jf_m)(e_k + jf_k)$$

- N母線系統(発電機1~h, 負荷h+1~N)
- スラック母線1→電圧, 位相角指定
- 発電機母線→P, V指定(P_{gs}, V_{gs}) 指定のs
- 負荷母線→P, Q指定(P_{ls}, Q_{ls})

2013/11/29

電力システム解析論

7

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- 繰返し計算n回目で得られた母線電圧の値

$$e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n$$

- 各母線の有効・無効電力, 母線電圧の計算値と設定値の差

- 発電機母線
 - g=2, 3, ..., h
$$\begin{cases} \Delta P_g^n = P_{gs} - P_g(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \\ \Delta |V_g^n|^2 = V_{gs}^2 - \left\{ (e_g^n)^2 + (f_g^n)^2 \right\} \end{cases}$$

- 負荷母線
 - l=h+1, ..., N
$$\begin{cases} \Delta P_l^n = P_{ls} - P_l(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \\ \Delta Q_l^n = Q_{ls} - Q_l(e_1, f_1, e_2^n, f_2^n, \dots, e_N^n, f_N^n) \end{cases}$$

2013/11/29

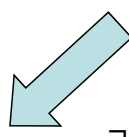
電力システム解析論

8

ニュートンラフソン法の適用 直交座標3

- 修正方程式

$$\begin{bmatrix} \Delta P_g^n \\ \dots \\ \Delta |V_g^n|^2 \\ \dots \\ \Delta P_l^n \\ \dots \\ \Delta Q_l^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_g}{\partial e_2} & \frac{\partial P_g}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_g}{\partial e_N} & \frac{\partial P_g}{\partial f_N} \\ \frac{\partial V_g^2}{\partial e_2} & \frac{\partial V_g^2}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial V_g^2}{\partial e_N} & \frac{\partial V_g^2}{\partial f_N} \\ \frac{\partial P_l}{\partial e_2} & \frac{\partial P_l}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_l}{\partial e_N} & \frac{\partial P_l}{\partial f_N} \\ \frac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_2^n \\ \Delta f_2^n \\ \dots \\ \Delta e_N^n \\ \Delta f_N^n \end{bmatrix}$$


 ヤコビアン(6種)
(いまから求める)
2(N-1)x2(N-1)

ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k^{n+1} = e_k^n + \Delta e_k^n \\ f_k^{n+1} = f_k^n + \Delta f_k^n \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (k, m = 1, 2, \dots, N)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\begin{aligned} \dot{I}_k &= a_k + jb_k = \sum_{m=1}^N \dot{Y}_{km} \dot{V}_m = \sum_{m=1}^N (G_{km} + jB_{km})(e_m + jf_m) \\ &= \sum_{m=1}^N (G_{km} e_m - B_{km} f_m) + j \sum_{m=1}^N (G_{km} f_m + B_{km} e_m) \end{aligned}$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^2 = e_k^2 + f_k^2$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$\begin{aligned} P_k &= e_k a_k + b_k f_k \\ &= \sum_{m=1}^N (G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k) \end{aligned}$$

- 母線kから流出する無効電力

$$\begin{aligned} Q_k &= f_k a_k - e_k b_k \\ &= \sum_{m=1}^N (-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k) \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 非対角要素 $k \neq m$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\ &= G_{km} e_k^n + B_{km} f_k^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n) \\ &= -B_{km} e_k^n + G_{km} f_k^n \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 非対角要素 $k \neq m$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_m} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\ &= -B_{km} e_k^n + G_{km} f_k^n = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m} \right)_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_m} \sum_{i=1}^N (-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n) \\ &= -G_{km} e_k^n - B_{km} f_k^n = - \left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m} \right)_n \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 非対角要素 $k \neq m$

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial e_m} \right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial f_m} \right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m} (e_k^{2n} + f_k^{2n}) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素 $k = m$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_k} \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n) \\ &= \sum_{i=1}^N (G_{ki} e_i^n - B_{ki} f_i^n) + G_{kk} e_k^n + B_{kk} f_k^n \\ &= a_k^n + G_{kk} e_k^n + B_{kk} f_k^n \end{aligned}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_k} \sum_{i=1}^N \left(-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n \right) \\
 &= \sum_{i=1}^N \left(-G_{ki} f_i^n - B_{ki} e_i^n \right) + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\
 &= -\sum_{i=1}^N \left(G_{ki} f_i^n + B_{ki} e_i^n \right) + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\
 &= -b_k^n + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n
 \end{aligned}$$

2013/11/29

電力システム解析論

17

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k} \right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_k} \sum_{i=1}^N \left(G_{ki} e_i^n e_k^n - B_{ki} e_k^n f_i^n + G_{ki} f_i^n f_k^n + B_{ki} e_i^n f_k^n \right) \\
 &= \sum_{i=1}^N \left(G_{ki} f_i^n + B_{ki} e_i^n \right) - B_{kk} e_k^n + G_{kk} f_k^n \\
 &= b_k^n + G_{kk} f_k^n - B_{kk} e_k^n \\
 &= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k} \right)_n - 2b_k^n
 \end{aligned}$$

2013/11/29

電力システム解析論

18

ニュートンラフソン法の適用 直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_k} \sum_{i=1}^N \left(-G_{ki} e_k^n f_i^n - B_{ki} e_k^n e_i^n + G_{ki} e_i^n f_k^n - B_{ki} f_i^n f_k^n\right) \\ &= \sum_{i=1}^N \left(G_{ki} e_i^n - B_{ki} f_i^n\right) - G_{kk} e_k^n - B_{kk} f_k^n \\ &= a_k^n - G_{kk} e_k^n - B_{kk} f_k^n \\ &= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k^n\end{aligned}$$

2013/11/29

電力システム解析論

19

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
 - 対角要素k=m

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial V_k^2}{\partial e_k}\right)_n &= \frac{\partial}{\partial e_k} \left(e_k^{2n} + f_k^{2n}\right) = 2e_k^n \\ \left(\frac{\partial V_k^2}{\partial f_k}\right)_n &= \frac{\partial}{\partial f_k} \left(e_k^{2n} + f_k^{2n}\right) = 2f_k^n\end{aligned}$$

2013/11/29

電力システム解析論

20

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k^n = e_k^n + jf_k^n \quad k = 2, 3, \dots, N$$

- n+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned}\dot{V}_k^{n+1} &= e_k^{n+1} + jf_k^{n+1} \\ &= e_k^n + \Delta e_k^n + j(f_k^n + \Delta f_k^n)\end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g^{n+1}, |\Delta V_g^{n+1}|, \Delta P_l^{n+1}, \Delta Q_l^{n+1}$$