電力システム解析論

第09回　潮流計算2

平成25年12月9日

潮流計算

- 電力系統の各点における電圧･電流･電力･力率等の状態量を求める
- 負荷の増大，発電所や送電線の新設等の電力系統の設備計画に不可欠
- 電力系統運用において，将来的に生じる問題を明らかにする
- 電子計算機の無かったころは，直流計算盤･交流計算盤を用いてアナログ的に算出

潮流計算

- 線路条件・状態変数
  - n母線系統

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \cdots & \dot{Y}_{1n} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & & \dot{Y}_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \dot{Y}_{n1} & \dot{Y}_{n2} & \cdots & \dot{Y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix}$$

- 潮流条件
  - 発電機母線→PV指定
  - 負荷母線→PQ指定
  - 無限大母線→V指定（位相基準∠0deg）

ガウスザイデル法

- N母線系統
  - P,Q指定母線
    - 母線kの電圧

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} Y_{kn} V_n\right]$$

  - P,V指定母線
    - 初期値に対して，母線kの無効電力Q_kを求める

$$P_k - jQ_k = \overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn} V_n$$

- Pkは指定値
- Qkについて考える

$$Q_k = -\mathrm{Im}\left[\overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn} V_n\right]$$

ガウスザイデル法

– P,V指定母線
  - 母線kの電圧を算出
    - Pkは指定値，Qkは求めた値
    - 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小
      - » 縮小率α

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

$$\alpha = \frac{V_{k\text{指定値}}}{\left|\dot{V}_{k\text{計算値}}\right|}$$

$$\dot{V}_{k\text{計算値(新)}} = \alpha\dot{V}_{k\text{計算値}}$$

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
  - 2変数の2関数を考える
    - 変数x_1,x_2,関数f_1,f_2,定数K_1,K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

    - 初期値$x_1^{(0)}$,$x_2^{(0)}$,修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を求める事を考える
- テーラー展開

$$\begin{cases} K_1 = f_1\left(x_1{}^{(0)}, x_2{}^{(0)}\right) + \Delta x_1{}^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2{}^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \\ K_2 = f_2\left(x_1{}^{(0)}, x_2{}^{(0)}\right) + \Delta x_1{}^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2{}^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \end{cases}$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \\ K_2 - f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

  - 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
    - » K_1, K_2の誤差で表す

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を用いて，新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
  - 終了判定条件

$$Max\left\{\left|x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}\right|, \cdots, \left|x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)}\right|, \left|x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)}\right|\right\} < \varepsilon$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧（直交座標表示）

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力（直交座標状態量）

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \overline{\dot{I}}_k = \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} \overline{\dot{V}}_m \dot{V}_k$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} \left(e_m - jf_m\right)\left(e_k + jf_k\right)$$

  – N母線系統(発電機1~h,負荷h+1~N)
  – スラック母線1→電圧，位相角指定
  – 発電機母線→P,V指定(Pgs,Vgs)
  – 負荷母線→P,Q指定(Pls,Qls)

指定のs

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- 繰返し計算n回目で得られた母線電圧の値

$$e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n$$

- 各母線の有効・無効電力,母線電圧の計算値と設定値の差
  - 発電機母線
    - g=2,3,・・・,h
  - 負荷母線
    - l=h+1,・・・,N

$$\begin{cases} \Delta P_g{}^n = P_{gs} - P_g\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \\ \Delta\left|V_g{}^n\right|^2 = V_{gs}{}^2 - \left\{\left(e_g{}^n\right)^2 + \left(f_g{}^n\right)^2\right\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta P_l{}^n = P_{ls} - P_l\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \\ \Delta Q_l{}^n = Q_{ls} - Q_l\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標3

- 修正方程式

ヤコビアン(6種)
（いまから求める）

2(N-1)x2(N-1)

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_g{}^n \\ \cdots \\ \Delta\left|V_g{}^n\right|^2 \\ \cdots \\ \Delta P_l^n \\ \cdots \\ \Delta Q_l^n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial P_g}{\partial e_2} & \frac{\partial P_g}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial P_g}{\partial e_N} & \frac{\partial P_g}{\partial f_N} \\
\frac{\partial V_g{}^2}{\partial e_2} & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial e_N} & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial f_N} \\
\frac{\partial P_l}{\partial e_2} & \frac{\partial P_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial P_l}{\partial e_N} & \frac{\partial P_l}{\partial f_N} \\
\frac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_N}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta e_2{}^n \\ \Delta f_2{}^n \\ \cdots \\ \Delta e_N{}^n \\ \Delta f_N{}^n \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k^{\ n+1} = e_k^{\ n} + \Delta e_k^{\ n} \\ f_k^{\ n+1} = f_k^{\ n} + \Delta f_k^{\ n} \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} \left(k, m = 1, 2, \cdots, N \right)$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\dot{I}_k = a_k + jb_k = \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km}\dot{V}_m = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} + jB_{km}\right)\left(e_m + jf_m\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}e_m - B_{km}f_m\right) + j\sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}f_m + B_{km}e_m\right)$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^{\ 2} = e_k^{\ 2} + f_k^{\ 2}$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$P_k = e_k a_k + b_k f_k$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k \right)$$

- 母線kから流出する無効電力

$$Q_k = f_k a_k - e_k b_k$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \left(-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k \right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= G_{km}e_k{}^n + B_{km} f_k{}^n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -B_{km}e_k{}^n + G_{km} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -B_{km}e_k{}^n + G_{km} f_k{}^n = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -G_{km}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n = -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) + G_{kk} e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n + G_{kk}e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki}f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}f_i{}^n - B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk}f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk}f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -b_k{}^n + G_{kk}f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki} f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) - B_{kk}e_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n$$

$$= b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n - 2b_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) - G_{kk}e_k{}^n - B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n - G_{kk}e_k{}^n - B_{kk} f_k{}^n$$

$$= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 2e_k{}^n$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 2\,f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k{}^n = e_k{}^n + jf_k{}^n \qquad k = 2,3,\cdots,N$$

- n+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned}\dot{V}_k{}^{n+1} &= e_k{}^{n+1} + jf_k{}^{n+1} \\ &= e_k{}^n + \Delta e_k{}^n + j\left(f_k{}^n + \Delta f_k{}^n\right)\end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g{}^{n+1}, \left|\Delta V_g{}^{n+1}\right|, \Delta P_l^{n+1}, \Delta Q_l^{n+1}$$