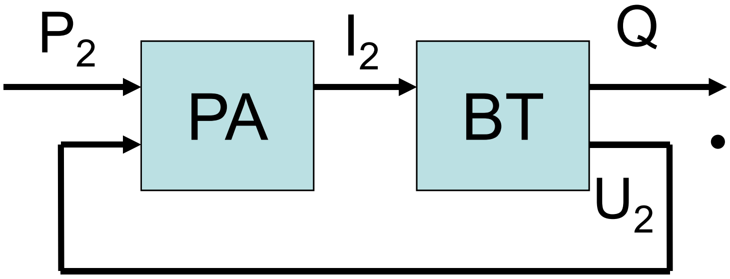
エネルギーシステム･要素論
第6回　電池4
燃料電池および
二次電池のモデル化

平成28年1月26日

二次電池の準定常モデル1

BT:二次電池反応
PA:内部変数変換



- 入力変数
  - 端子出力電力P2(t)
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧U2(t)
  - 端子電流I2(t)

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

二次電池の準定常モデル2

- 電池の容量はAhで表す
  - 定電流の充電・放電で評価
    - 定電流放電試験
      - 満充電時　開放端子電圧Uoc
      - 放電終了電圧まで定電流I2で放電 (例Uocの80%)
      - 放電時間tf
      - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = const \cdot I_2^{-n}$$

» n:ポイカート指数
1～1.5(鉛電池で1.35程度)
» 電池の容量は充放電電流に依存する

二次電池の準定常モデル3

- 放電電流I2*に対する容量Q0*
  - 放電電流が異なると容量も変化する
    - 非線形性

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot const \cdot I_2^{*-n} = const \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = const \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{const \cdot I_2^{1-n}}{const \cdot I_2^{*1-n}} = \left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式
  - Kc:定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1)\left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{n-1}}$$

二次電池の準定常モデル4

- 電池の容量の表現
  - Cレート
    - 1Cレート
      - 電池の全容量を一時間で充放電する電流値
        - » 自動車用では100Cレート(1/100時間で放電)で評価するのが一般的
    - 電池容量Q0 (Ah)
    - 放電電流I0(A)

$$c(t)=\frac{I_2(t)}{I_0} \qquad I_0=\frac{Q_0}{1}$$

    - C=1/xで表す
      - x(h)は電池を放電するのに要する時間

二次電池の準定常モデル5

- 充電状態(SoC: State of charge):q(t)
  - 定格電池容量Q0に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t)=\frac{Q(t)}{Q_0}$$

  - 電荷残量Qは通常測れない
    - 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t)=-I_2(t)$$

    - 充電電流は全部充電電荷とはならない
      - 充電損失

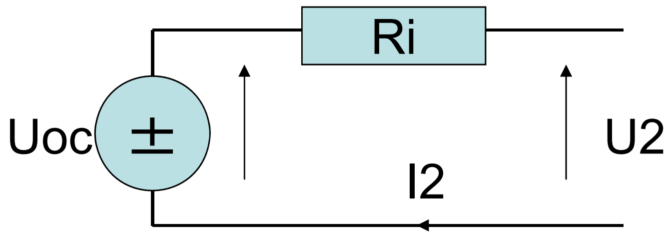
$$\dot{Q}(t)=-\eta_c I_2(t)$$

      - ηc:クーロン効率

二次電池の準定常モデル6

- 電池の等価回路
  - 構成
    - 理想電圧源(開回路電圧)Uoc
    - 内部抵抗Ri
  - KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) = U_2(t)$$



二次電池の準定常モデル7

- 等価回路の開回路電圧
  - 電池の開回路電圧Uoc
    - 電池電荷q(t)の関数

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

- 平衡電位をあらわす
- k1,k2は電池の組成，セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
- 電圧源とコンデンサの直列回路ともとれる
- Nernst式でより厳密に表す
- 実用上は表参照方式

二次電池の準定常モデル8

- 等価回路の内部抵抗
  - 電池の内部抵抗Ri

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

    - オーム性抵抗Ro
      - 電解質・電極・端子間接続を直列した成分
    - 電荷移動抵抗Rct
      - 電極反応における電荷移動に関する成分
    - 拡散・濃度抵抗Rd
      - 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分
    - 欠点　電池電流に依存しないため，モデルの制約大
      - Tafel式を用いた非線形モデル

二次電池の準定常モデル9 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗Ri
  - 充電状態qに応じて変化するモデル
    - 満充電q=1

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t) \\ &= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3] I_2(t) \\ &= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) \end{aligned}$$

    - 満充電時開放電圧　$U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
    - 満充電時端子電圧の電圧降下分

$$[\kappa_3 + \kappa_4] I_2(t)$$

二次電池の準定常モデル9
等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 充電状態qにおける端子電圧の電圧降下の増分

$$
\begin{aligned}
&\left[\left\{\kappa_1+\kappa_2\right\}-\left\{\kappa_3+\kappa_4\right\}I_2(t)\right]-\left\{\kappa_1-\kappa_3 I_2(t)+\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]q(t)\right\}\\
&=-\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]q(t)+\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\\
&=\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]\left[1-q(t)\right]
\end{aligned}
$$

二次電池の準定常モデル10
端子電圧の電力とSOCで表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流I2を消去

$$
I_2(t)=\frac{P_2(t)}{U_2(t)}
$$

$$
\begin{aligned}
U_2(t)&=\kappa_1-\kappa_3 I_2(t)+\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]q(t)\\
&=\kappa_1-\kappa_3\frac{P_2(t)}{U_2(t)}+\left[\kappa_2-\kappa_4\frac{P_2(t)}{U_2(t)}\right]q(t)
\end{aligned}
$$

$$
U_2(t)^2=\kappa_1 U_2(t)-\kappa_3 P_2(t)+\left[\kappa_2 U_2(t)-\kappa_4 P_2(t)\right]q(t)
$$

$$
U_2(t)^2-\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]U_2(t)+P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]=0
$$

$$
U_2(t)=\frac{\kappa_1+\kappa_2 q(t)}{2}\pm\sqrt{\frac{\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]^2}{4}-P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]}
$$

二次電池の準定常モデル11
端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

- 等価回路のKVLから電流I2を消去

$$U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t)$$

$$= U_{oc}(t) - R_i(t) \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)^2 - U_{oc}(t) U_2(t) + R_i(t) P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4} - P_2(t) R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル12
端子電圧と入力電力の関係

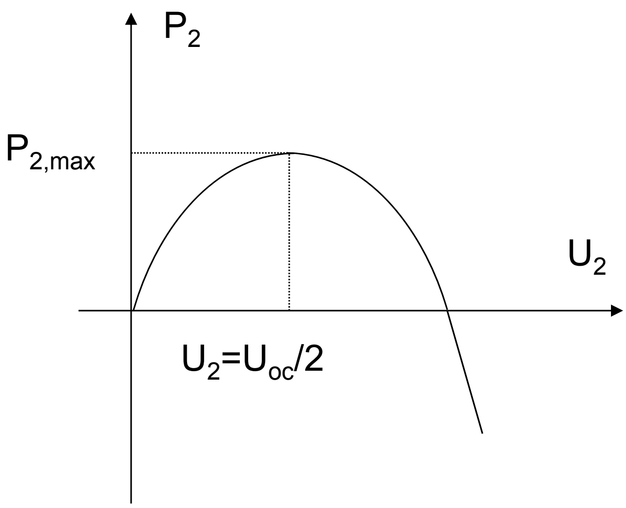
- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

  - 出力電力は端子電圧の二次関数

$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t) U_2(t)}{R_i(t)}$$



二次電池の準定常モデル13 端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力 $\frac{dP_2}{dU_2}=\frac{d}{dU_2}\frac{-U_2(t)^2+U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$
  - 極値条件

$$=\frac{-2U_2(t)+U_{oc}(t)}{R_i(t)}=0 \qquad U_{oc}(t)=2U_2(t)$$

  - 最大電力

$$P_{2,\max}(t)=\frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2+U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)}=\frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$$

  - この時の電圧，電流

$$U_{2,P}(t)=\frac{U_{oc}(t)}{2}$$

$$U_{2,P}(t)=U_{oc}(t)-R_i(t)I_{2,P}(t) \qquad I_{2,P}(t)=\frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル14 端子電圧と入力電力の関係

- 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2\in\left(U_{2,\min},U_{2,\max}\right)$$

$$U_{2,\min}>U_{2,P}$$ の場合

  - 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\max}(t)=\frac{U_{oc}(t)U_{2,\min}-U_{2,\min}{}^2}{R_i(t)}$$

$$U_{2,\min}(t)=U_{oc}(t)-R_i(t)I_{2,\max}(t)$$

$$I_{2,\max}(t)=\frac{U_{oc}(t)-U_{2,\min}}{R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル15 端子電圧と入力電力の関係

- 制約条件下における最大充電電力・電流
  - 端子電圧 $U_2 > U_{oc}$
  - 最大電力は端子電圧上限で決まる
    - » 放電異なり外部電圧の制限はない

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}{}^2}{R_i(t)}$$

  - 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$

電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率
  - 完全充放電サイクルで定義
    - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
  - 動作に依存する
    - 定電流充放電 Peukert test
    - 定電力充放電 Ragone test

電池の充放電効率

- 定電流での放電時間
  – 充電電荷量Q0
  – 放電電流I2

$$t_f = Q_0 \big/ I_2$$

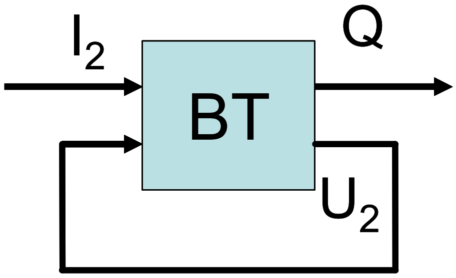
- エネルギーによる効率評価
  – 電池の開回路電圧Uoc
  – 内部抵抗Ri
  – 放電エネルギー $E_d = \int_0^{t_f} P_2(t)dt = t_f\left(U_{oc} - R_i I_2\right)I_2$
  – 充電エネルギー $\left|E_c\right| = \int_0^{t_f} \left|P_2(t)\right|dt = t_f\left(U_{oc} + R_i\left|I_2\right|\right)\left|I_2\right|$
  – 充放電効率 $\eta_b = \frac{E_d}{E_c} = \frac{t_f\left(U_{oc} - R_i I_2\right)I_2}{t_f\left(U_{oc} + R_i\left|I_2\right|\right)\left|I_2\right|} = \frac{U_{oc} - R_i\left|I_2\right|}{U_{oc} + R_i\left|I_2\right|}$

電池の充放電効率

- 局所効率
  – パワーによる効率評価

$$\eta_b = \frac{P_{2,d}(t)}{\left|P_{2,c}(t)\right|} = \frac{\left\{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|}{\left\{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|} = \frac{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|}{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|}$$

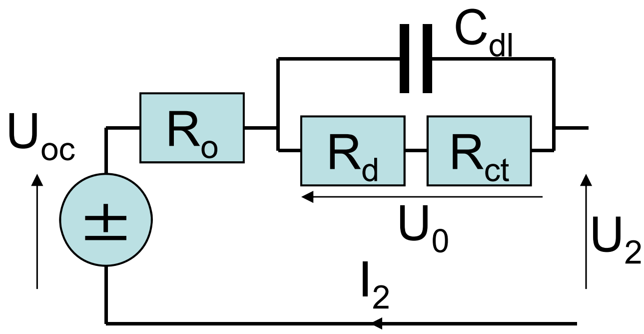
電池の動特性モデル



- 電池の過渡応答モデル
  - BT
- 入力変数
  - 端子電流$I_2(t)$
    - 正:放電
    - 負:充電
      ブロック線図の矢印とは異なることに注意
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧$U_2(t)$

電池の動特性モデル① Randles / Thevenin model 1

- 静特性モデルの発展版
  - 要素分離
    - U_{oc}:開回路電圧
    - U_o:非オーム性過電圧
    - R_o:オーム性電圧降下
    - U_o:過電圧・分極電圧 (非オーム性)
      - 電荷移動
      - 表面過電圧
      - 拡散過電圧
    - 電極・電解質間の電荷蓄積・分離
      - C_{dl}:二重層容量の充放電
    - 化学反応による電荷移動電流
      - R_d:拡散抵抗
      - R_{ct}:電荷移動抵抗



電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 2

- 等価回路のKVL, KCL
  - 定常状態の内部抵抗
    $R_i=R_o+R_{ct}+R_d$
  - KVL　$U_2(t)=U_{oc}-R_oI_2(t)-U_o(t)$
  - KCL

$$I_2(t)=C_{dl}\frac{dU_o(t)}{dt}+\frac{U_o(t)}{R_d+R_{ct}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_o(t)}{dt}=\frac{1}{C_{dl}}\left\{I_2(t)-\frac{U_o(t)}{R_d+R_{ct}}\right\}$$

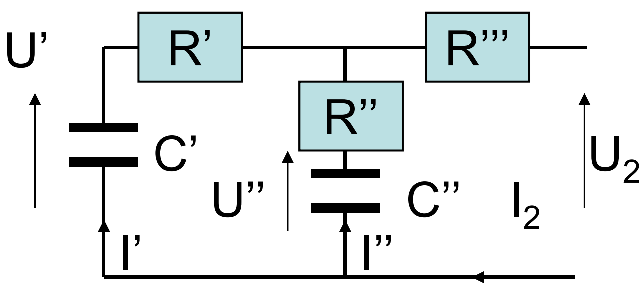
$$\frac{dQ(t)}{dt}=I_2(t)$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 1

- 回路方程式
  - KVL　$U'(t)-R'I'(t)=U''(t)-R''I''(t)=U_2(t)+R'''I_2(t)$
  - KCL　$I_2(t)=I'(t)+I''(t)$
  - 微分方程式

$$C'\frac{dU'(t)}{dt}=-I'(t)$$

$$C''\frac{dU''(t)}{dt}=-I''(t)$$



電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 2

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - I', I''を消す

$$I_2(t) = I'(t) + I''(t) = -C'\frac{dU'(t)}{dt} - C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) + R'C'\frac{dU'(t)}{dt} = U''(t) + R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) - U''(t) = -R'C'\frac{dU'(t)}{dt} + R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 3

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - du'/dtを求める

$$R''I_2(t) + [U'(t) - U''(t)] = -R''C'\frac{dU'(t)}{dt} - R'C'\frac{dU'(t)}{dt}$$

$$= -\frac{dU'(t)}{dt}C'[R'' + R']$$

$$\frac{dU'(t)}{dt} = \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R'' + R']}$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 4

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - du''/dtを求める

$$R'I_2(t)-\left[U'(t)-U''(t)\right]=-R'C''\frac{dU''(t)}{dt}-R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$
$$=-\frac{dU''(t)}{dt}C''\left[R'+R''\right]$$

$$\frac{dU''(t)}{dt}=\frac{-R'I_2(t)+\left[U'(t)-U''(t)\right]}{C''\left[R'+R''\right]}$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 5

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - U_2出力変数の状態変数表示

$$U_2(t)=U''(t)-R''I''(t)-R'''I_2(t)$$
$$=U''(t)-R''I''(t)-R'''\left[I'(t)+I''(t)\right]$$
$$=U''(t)+R''C''\frac{dU''(t)}{dt}+R'''\left[C'\frac{dU'(t)}{dt}+C''\frac{dU''(t)}{dt}\right]$$
$$=U''(t)+R'''C'\frac{dU'(t)}{dt}+\left[R''+R'''\right]C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 6

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - つづき

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + R'''C' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R''+R']} \\
&\quad + [R''+R''']C'' \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C''[R'+R'']} \\
&= U''(t) + R''' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{[R''+R']} \\
&\quad + [R''+R'''] \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{[R'+R'']}
\end{aligned}
$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 7

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + \frac{-R'''R'' - R'[R''+R''']}{R''+R'} I_2(t) \\
&\quad + \frac{-R''' + R'' + R'''}{R'+R''} U'(t) + \frac{R''' - [R''+R''']}{R''+R'} U''(t) \\
&= \frac{-R'''[R''+R'] - R'R''}{R''+R'} I_2(t) + \frac{R''}{R'+R''} U'(t) + \frac{R'}{R''+R'} U''(t) \\
&= -\left[R''' + \frac{R'R''}{R''+R'} \right] I_2(t) + \frac{R''}{R'+R''} U'(t) + \frac{R'}{R''+R'} U''(t)
\end{aligned}
$$

U_2の状態変数表示。U',U''は微分方程式の解，I_2は入力変数