

# 電力システム解析論

## 第13回 電力システムの安定性 平成28年1月26日

## 電力システムの安定性

- 安定性
  - 通常運転状態にある同期回転機に対して擾乱を与え、再び通常運転状態に戻る能力
  - 現象例
    - 発電機入力トルクの変動→回転速度の周期変動→電圧・周波数の周期変動→固有周波数に一致すると脱調
    - 発電機の電機子電流による回転磁界と回転子の相対運動により、ダンパ巻線に生じる電流により振動の減衰作用が働く

# 電力系統の安定性の種類

- 過渡安定性
  - 電気-機械系の動的な振る舞い  
大擾乱下における同期運転の継続性
  - 第1波脱調
    - 擾乱発生後そのまま脱調
    - 制御系を含まない簡略モデルで可能
  - 第n波脱調
    - 擾乱発生後, 動揺が大きくなり脱調
    - 励磁, 調速制御系考慮

# 電力系統の安定性の種類

- 動態安定性, 定態安定性
  - ゆっくりとした小さい変動
  - 動作点の安定性
    - 非線形微分方程式を線形化して評価
  - 動態安定性
    - 空隙磁束変化の考慮可能な発電機モデル+励磁・調速制御
  - 定態安定性
    - リアクタンス背後電圧一定発電機モデル。制御系無

# 電力システムの安定性の解析

- 解析に用いる仮定
  - 同期周波数の電圧・電流成分のみを対象
    - フェーズで解析
    - 直流成分, 高調波成分は無視
  - 不平衡故障は対称成分に分解して評価
  - 発電機の電圧は回転速度の変化の影響を受けない

## 同期回転機の運動方程式

- 同期機の回転の振る舞いを表す
  - 加速トルクは回転子の慣性モーメントと回転角加速度の積
    - $J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e$
    - $J[\text{kgm}^2]$ : 回転子質量による慣性定数(原動機含む)
    - $\theta_m$ : 回転子角度(静止座標系)
    - $T$ : 時間
    - $T_m(\text{Nm}) > 0$ : 原動機からの入力機械トルク(回転損を除く)
    - $T_e(\text{Nm}) > 0$ : 電気(電磁気)トルク
    - $T_a(\text{Nm})$ : 加速トルク

# 同期回転機の運動方程式

- $T_m$ は回転軸を $\theta_m$ の正の方向に回転加速する力
  - 定常状態では $T_m$ は $T_e$ と等しい→加速トルク $T_a=0$ 
    - 回転子の加減速が無く、一定の同期速度で回転  
→電力系統の他の回転機との同期運転と呼ぶ
  - 原動機→水車, 蒸気タービン
  - ガバナ(调速機)の動作は, 回転子の動特性による安定性の解析で扱う時間領域では, 反応が無視できる。  
→ $T_m$ は一定と扱える
- $T_e$ は発電機出力と電機子銅損 $I^2R$ を含む空隙磁束の電力

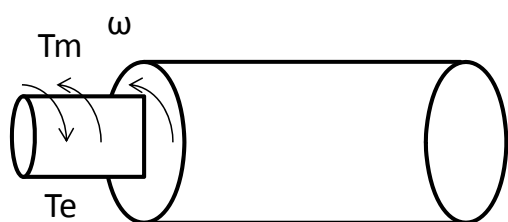
2016/1/26

電力システム解析論

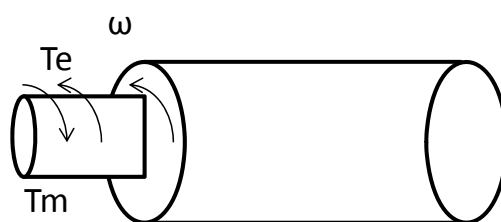
7

# 同期回転機の運動方程式

- 同期電動機の電力方向は発電機の逆
  - トルクの符号が逆
  - $T_e$ :電源から電動機を駆動する空隙磁束電力
  - $T_m$ :回転負荷トルクと回転損失の和



発電機



電動機

2016/1/26

電力システム解析論

8

# 同期回転機の運動方程式

- $\theta_m$ : 固定子の静止座標系に対する角度
  - 時間とともに増加
  - 同期回転速度にたいする回転子速度が問題  
→ 同期回転速度で回転する座標系で表す
- $\theta_m = \omega_{sm}t + \delta_m$ 
  - $\omega_{sm}$ : 同期角速度
  - $\delta_m$ : 回転子の位相差
- 時間微分
  - $\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \rightarrow \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2}$
  - $\frac{d\delta_m}{dt} \rightarrow$  同期回転速度からのずれを表す

# 同期回転機の運動方程式

- 回転座標系での動揺方程式
  - $J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e$  (Nm)
  - 回転子の角速度  $\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$
  - 動揺方程式を電力で表す
    - $J\omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e$  (W)
      - $P_m$ : 回転子への入力電力-回転損失(損失を無視すると原動機からの入力電力)
      - $P_e$ : 空隙磁束の電力(電気出力)
      - $P_a$ : 加速電力

# 同期回転機の運動方程式

- $J\omega_m$ : 回転子の角運動量

- $M = J\omega_{sm}$ : 回転機の慣性定数 (同期回転速度)

- 回転機の動作が安定な場合, トルクより電力を求める方が容易。  $\omega_m = \omega_{sm}$  として動揺方程式を扱う

- $M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ (W)}$

- Mの代わりにHを使うこともある

- $H = \frac{\text{同期回転速度での運動エネルギー}}{\text{回転機の定格電力}}$

# 同期回転機の運動方程式

- $H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{sm}^2}{S_{mach}} = \frac{\frac{1}{2}M\omega_{sm}}{S_{mach}}$

- $S_{mach}$ : 回転機の定格電力

- $M = \frac{2H}{\omega_{sm}} S_{mach}$

- Hで動揺方程式を表す

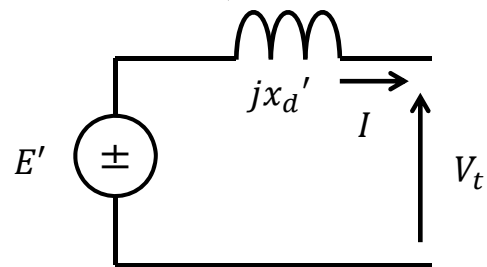
- $\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = \frac{P_a}{S_{mach}} = \frac{P_m - P_e}{S_{mach}}$

- 単位法での表現

- $\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s$

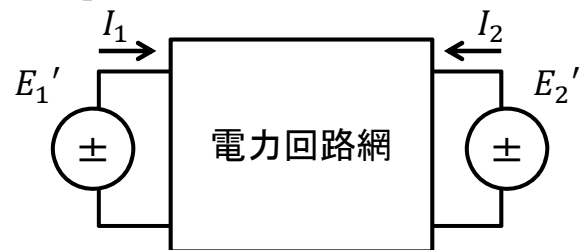
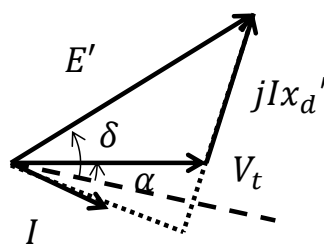
# 同期機の過渡安定性解析モデル

- $P_m$ :一定を仮定(電力ネットワークの現象はガバナがタービンに作用するより早い)
- $P_e$ :送配電線, 負荷の状態が決まる
  - 負荷変動, 送電線事故, 遮断器動作
  - 回転子の加減速を決める
- 回転速度の起電力への影響は無視
- $x_d'$ :過渡リアクタンス(定常状態では同期リアクタンス  $x_d$ )
- $E'$ :過渡内部起電力
- $V_t$ :端子電圧
- 電機子抵抗は無視



# 同期機の過渡安定性解析モデル

- フェーザ図



- 発電機(母線1)が送電網を介して受電端(母線2)に送電するモデル
  - 電力回路網:送電線, 変圧器, コンデンサ, 発電機の過渡リアクタンス
  - $E_1'$ :母線1の発電機の過渡内部起電力
  - $E_2'$ :母線2の受電端の無限大母線または同期電動機の内部電圧

# 同期機の過渡安定性解析モデル

- 2母線(ノード)のアドミタンス行列

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

- 母線kの電力  $P_k + jQ_k = V_k \overline{\sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n}$   
- 母線1の電力

$$P_1 + jQ_1 = E_1' \overline{(Y_{11} E_1')} + E_1' \overline{(Y_{12} E_2')}$$

$$E_1' = |E_1'| \angle \delta_1, E_2' = |E_2'| \angle \delta_2$$

$$Y_{11} = G_{11} + jB_{11}, Y_{12} = |Y_{12}| \angle \theta_{12}$$

- $P_1 = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$
- $Q_1 = -|E_1'|^2 B_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$

# 同期機の過渡安定性解析モデル

- 母線1,2の位相差(電力相差角)  $\delta = \delta_1 - \delta_2,$

$$\gamma = \theta_{12} - \frac{\pi}{2}$$

$$- P_1 = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \sin(\delta - \gamma)$$

- 発電機出力電力

$$- Q_1 = -|E_1'|^2 B_{11} + |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \cos(\delta - \gamma)$$

$$- P_c = |E_1'|^2 G_{11}, P_{max} = |E_1'| |E_2'| |Y_{12}| \text{とすると}$$

- $P_e = P_c + P_{max} \sin(\delta - \gamma)$
- 抵抗分が無視できるとき

$$- P_e = P_{max} \sin \delta, P_{max} = \frac{|E_1'| |E_2'|}{X}, x: \text{母線1,2間の伝達リアクタンス}$$



# 同期化力係数

- 発電機の動作点の検証

- 出力の微小変化により, 発電機が同期運転を失わない動作点での運転が求められる

- 微小擾乱を考慮した動作点

$$\delta = \delta_0 + \delta_\Delta, P_e = P_{e0} + P_{e\Delta}$$

機械入力  $P_m$  一定

定常状態の動作点  $\delta_0, P_{e0}$

微小擾乱  $\delta_\Delta, P_{e\Delta}$

# 同期化力係数

- 発電機の動作点の検証

- 二機系の電力相差角特性

- 定常状態  $P_m = P_{e0} = P_{max} \sin \delta_0$
- 微小擾乱  $P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{max} \sin(\delta_0 + \delta_\Delta)$   
 $= P_{max} (\sin \delta_0 \cos \delta_\Delta + \cos \delta_0 \sin \delta_\Delta)$ 
  - 線形近似  $\sin \delta_0 \cong \delta_0, \cos \delta_\Delta \cong 1$
- $P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{max} \sin \delta_0 + \delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0$   
 $\rightarrow P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta}) = -\delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0$

- 動揺方程式

- $\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e$

# 同期化力係数

- 微小擾乱を考慮した動揺方程式

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2(\delta_0 + \delta_\Delta)}{dt^2} = P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta})$$
$$= -\delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0$$
$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + \delta_\Delta P_{max} \cos \delta_0 = 0$$

- 同期化力係数 → 電力相边角曲線の傾き

$$S_p = \left. \frac{dP_e}{d\delta} \right|_{\delta=\delta_0} = P_{max} \cos \delta_0$$

- 動揺方程式

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + \delta_\Delta S_p = 0 \rightarrow \frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + \frac{\omega_s S_p}{2H} \delta_\Delta = 0$$

# 同期化力係数

- 2次の線形な微分方程式

$$\frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + \frac{\omega_s S_p}{2H} \delta_\Delta = 0$$

- 振動解  $S_p > 0$

- 固有振動周波数

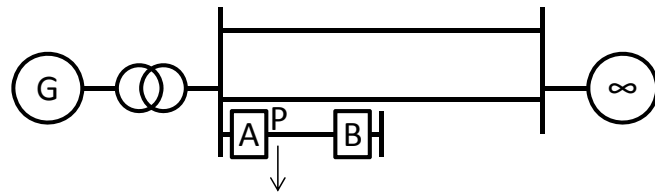
$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}} \text{ rad/s}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}} \text{ rad/s}$$

- 発散解  $S_p < 0$

# 等面積法

- 動揺方程式を解かずに安定性を調べる
  - 一機無限大母線系統
    - 初期状態  
遮断器A:ON, B:OFF
    - 母線至近端Pで三相短絡事故
    - 遮断器A開放で事故除去



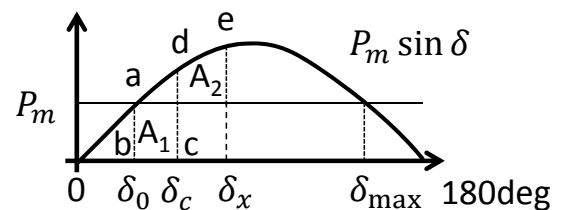
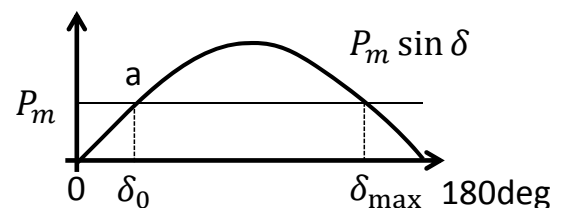
2016/1/26

電力システム解析論

21

# 等面積法

- 電力相差角曲線
  - 回転子角 $\delta_0$ で同期運転
    - 機械入力 $P_m$ と電気出力 $P_e$ は等しい
    - 動作点a
  - 時刻 $t=t_0$ で事故発生
    - 機械入力 $P_m$ は不変
    - 電気出力 $P_e$ は0
    - 動作点b



2016/1/26

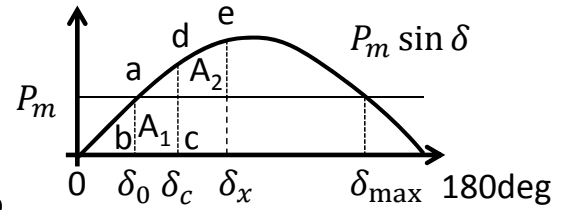
電力システム解析論

22

# 等面積法

- 故障中の回転子加速

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} P_m$$



- 回転速度

$$\frac{d\delta}{dt} = \int_0^t \frac{\omega_s}{2H} P_m dt = \frac{\omega_s}{2H} P_m t$$

- 角度

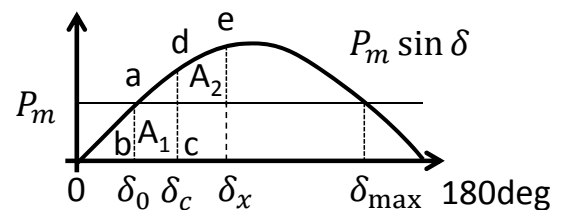
$$\delta = \frac{\omega_s}{4H} P_m t^2 + \delta_0$$

# 等面積法

- 時刻  $t = t_c (\delta = \delta_c)$  で故障除去

- 動作点  $b \rightarrow c$

- $\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=t_c} = \frac{\omega_s}{2H} P_m t_c$
- $\delta|_{t=t_c} = \frac{\omega_s}{4H} P_m t_c^2 + \delta_0 = \delta_c$
- 点dの電力まで増える

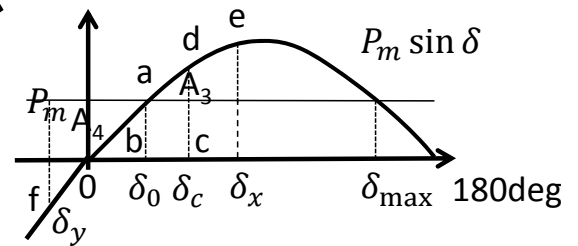


# 等面積法

## 故障除去後

– 機械入力に対して電気出力大

- 負の加速力
- 動作点d→eの移動中に減速
- 面積A1=A2となる $\delta_x$ で, 回転子の相対速度0となる
  - 加速力は負なので減速し続ける
  - 動作点e→aへ
    - » 動作点aで, 回転子の相対速度は負
    - » 動作点a→fでは電気出力より機械入力が大きくなる
      - 回転子加速する
      - 面積A3=A4となるで, 回転子の相対速度0となる
      - 動作点f-a-e, e-a-f間で振動
        - 同期速度となるe,f



# 等面積法

## 面積A3=A4となる

– 一機無限大母線系統

- 等面積法は多機系統には適用できない

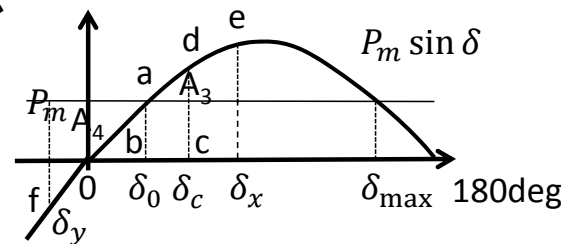
## 等面積法の導出

– 母線につながれた同期機の動揺方程式

$$\bullet \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

– 回転子角速度を同期速度の相対値として定義

$$\bullet \omega_r = \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s$$



# 等面積法

– 角速度の時間微分を動揺方程式に代入

$$\bullet \frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega_r}{dt} = P_m - P_e$$

– 回転子速度が同期しているとき

$$\bullet \omega = \omega_s \quad \rightarrow \quad \omega_r = 0$$

– 回転子角速度  $\omega_r = \frac{d\delta}{dt}$  を動揺方程式の両辺に掛ける

$$\bullet \frac{2H}{\omega_s} \omega_r \frac{d\omega_r}{dt} = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt}$$

$$\bullet \frac{H}{\omega_s} \frac{d(\omega_r^2)}{dt} = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt}$$

# 等面積法

– 積分する

$$\bullet \frac{H}{\omega_s} (\omega_{r2}^2 - \omega_{r1}^2) = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e) d\delta$$

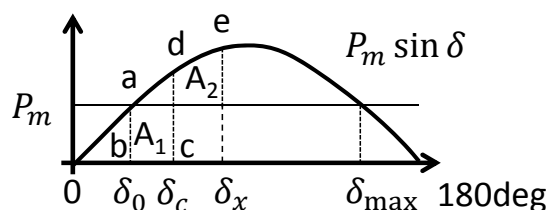
– 回転子角速度は  $\delta_1, \delta_2$  において同期している

$$\bullet \omega_{r1} = \omega_{r2} = 0$$

$$\bullet \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e) d\delta = 0$$

– 図に対して

$$\bullet \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta + \int_{\delta_c}^{\delta_x} (P_m - P_e) d\delta = 0$$

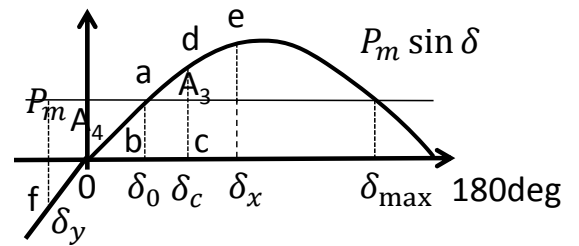
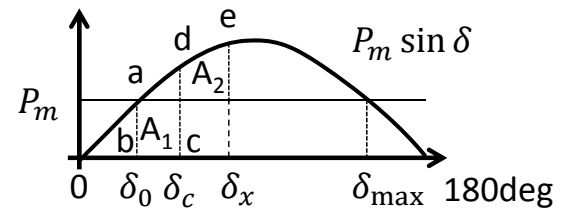


事故中  
A<sub>1</sub>

故障除去直後から最大角まで  
A<sub>2</sub>

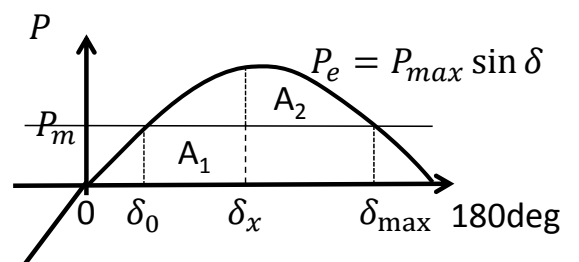
# 等面積法

- $A_1, A_4$ は回転子の加速中の運動エネルギー増加に比例
- $A_2, A_3$ は回転子の減速中の運動エネルギー減少に比例
- 等面積法は、故障で回転子に付加された運動エネルギーを故障除去後に取り除くことで回転子を同期回転速度に戻す事により判定



# 等面積法

- $A_1$ は故障除去までの時間に依存
  - 故障除去が遅れると $\delta_c$ は増加する
  - $A_1$ が増加するので、 $\delta_x$ が大きくなり $A_2$ も増加する
    - 除去までの時間が長くなりすぎると、回転子角度が最大角度 $\delta_{max}$ を超過し、回転速度が同期速度より速い上にさらに加速する
      - 脱調・不安定となる
      - 臨界故障除去角度 $\delta_{cr}$
      - 臨界故障除去時間 $t_{cr}$



# 等面積法

- 臨界故障除去時間の算出

- $A_1$ の面積

- $A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} P_m d\delta = P_m(\delta_{cr} - \delta_0)$

- $A_2$ の面積

- $A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\delta_{max}} (P_{max} \sin \delta - P_m) d\delta$   
 $= P_{max}(\cos \delta_{cr} - \cos \delta_{max}) - P_m(\delta_{max} - \delta_{cr})$

- $A_1 = A_2$

- $\cos \delta_{cr} = \frac{P_m}{P_{max}}(\delta_{max} - \delta_0) + \cos \delta_{max}$

- 最大となるのは

- $\delta_{max} = \pi - \delta_0$

- このとき

- $P_m \leq P_{max} \sin \delta_0$

# 等面積法

- $\delta_{max}$ と $P_{max}$ より $\delta_{cr}$ を求める

- $\delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - \cos \delta_0]$

- 臨界故障除去時間として求める

- $\delta_{cr} = \frac{\omega_s P_m}{4H} t_{cr}^2 + \delta_0$

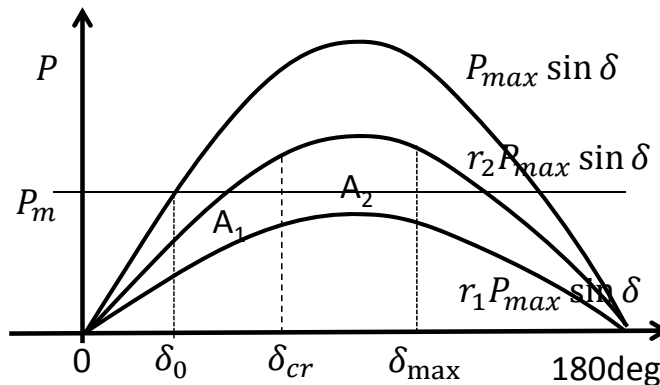
- $t_{cr} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\omega_s P_m}}$



# 等面積法

- 二回線送電線の間での故障

- 故障点までのインピーダンスがあるため、故障継続中も送電可能



# 等面積法

- 故障前送電電力

- $P_{max} \sin \delta$

- 故障中送電電力

- $r_1 P_{max} \sin \delta$

- 故障除去後送電電力

- $r_2 P_{max} \sin \delta$

- 臨界故障除去角度  $\delta_{cr}$  との関係

$$-\cos \delta_{cr} = \frac{P_m (\delta_{max} - \delta_0) + r_2 \cos \delta_{max} - r_1 \cos \delta_0}{r_2 - r_1}$$