

# 電力システム解析論

第10回 系統のインピーダンス・  
アドミタンス行列

平成28年12月6日

# 三相電力回路

- 架空地線を含む三相一回線送電線の回路
  - 回路方程式

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \\ V_{1gw} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \\ V_{2gw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{agw} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bgw} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cgw} \\ Z_{gwa} & Z_{gwb} & Z_{gwc} & Z_{gwgw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_{gw} \end{bmatrix}$$

$$V_{1gw} = V_{2gw} = 0 \quad \text{より}$$

$$I_{gw} = -\frac{Z_{gwa}I_a + Z_{gwb}I_b + Z_{gwc}I_c}{Z_{gwgw}}$$

# 三相電力回路

- 架空地線を含む三相一回線送電線の回路

- 回路方程式

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{agw} \\ Z_{bgw} \\ Z_{cgw} \end{bmatrix} I_{gw} \\
 &= \begin{bmatrix} Z_{aa} - \frac{Z_{agw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{ab} - \frac{Z_{agw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{ac} - \frac{Z_{agw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \\ Z_{ba} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{bb} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{bc} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \\ Z_{ca} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{cb} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{cc} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} Z'_{aa} & Z'_{ab} & Z'_{ac} \\ Z'_{ba} & Z'_{bb} & Z'_{bc} \\ Z'_{ca} & Z'_{cb} & Z'_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

# 系統計算

- 系統の計算=回路計算

- 起電力 $E_g$ , 内部インピーダンス $Z_g$ , 負荷電流 $I_L$ , 負荷電圧 $V_L$

$$V_L = E_g - I_L Z_g$$

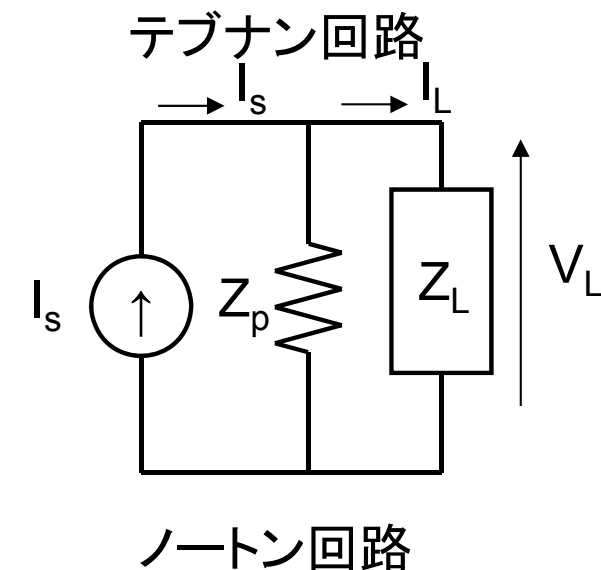
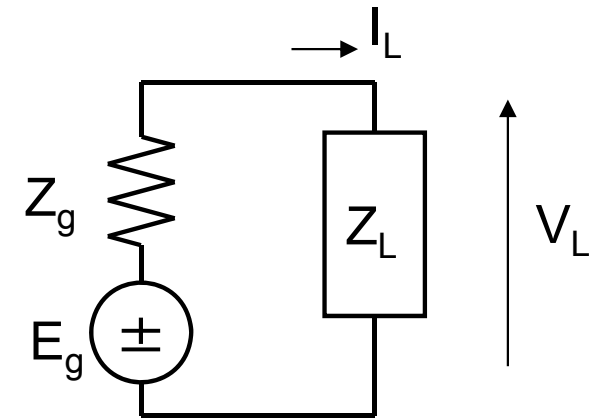
- 電源の電圧源 $\leftrightarrow$ 電流源変換

- 内部抵抗 $Z_p$ , 電流源 $I_g$ ,

$$E_g = I_s Z_p \quad Z_g = Z_p$$

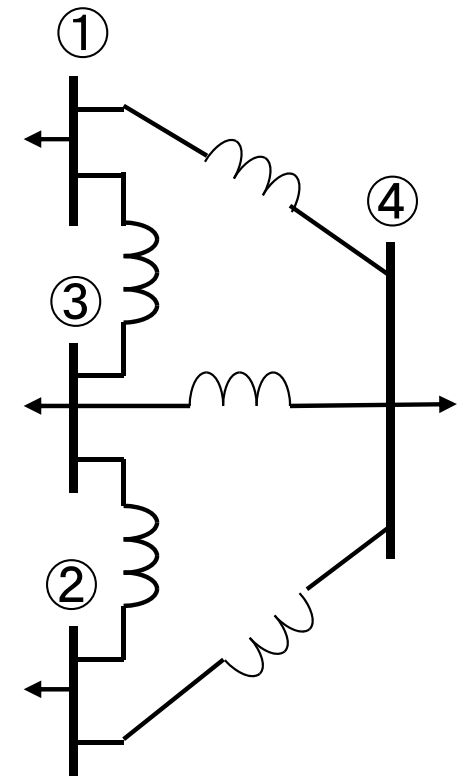
- 負荷電圧が等しければ電源及びインピーダンスは等価に表される

$$V_L = (I_s - I_L) Z_p = I_s Z_p - I_L Z_p$$



# 潮流計算

- 潮流計算とは
  - 発電機母線, 送電線, 負荷母線における
    - 電圧・電流の振幅位相
    - 有効電力・無効電力を求める
- 潮流計算の目的
  - 電力系統の運転状態を知る
  - 電力系統の運用計画を立てる



電力系統図

# 潮流計算に用いるデータ

- 線路データ

- アドミタンス行列

- 自己アドミタンス
    - 相互アドミタンス

$$[I] = [Y][V]$$

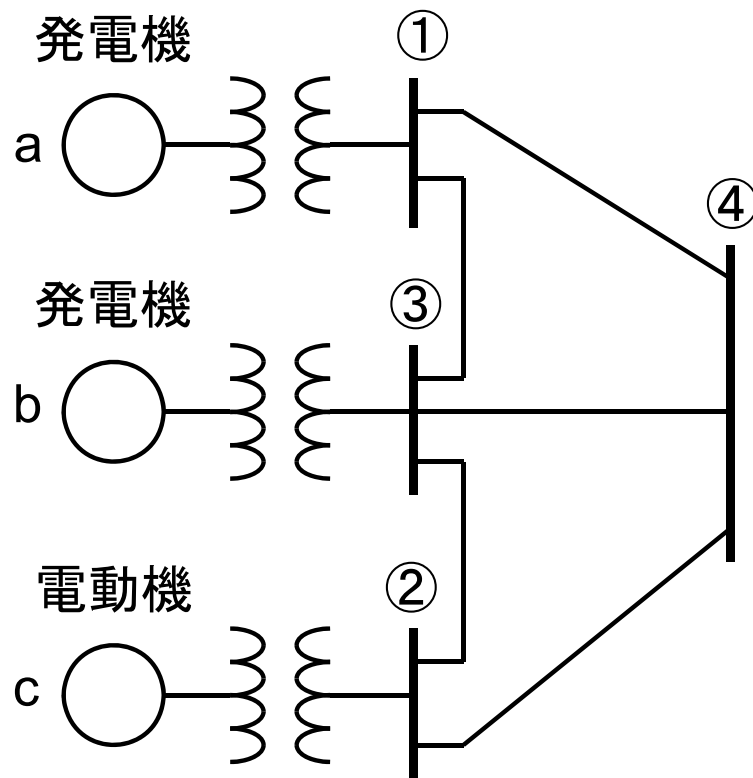
- インピーダンス行列

- 駆動点インピーダンス
    - 伝達インピーダンス
    - 単線結線図からアドミタンスを求めるほうが容易

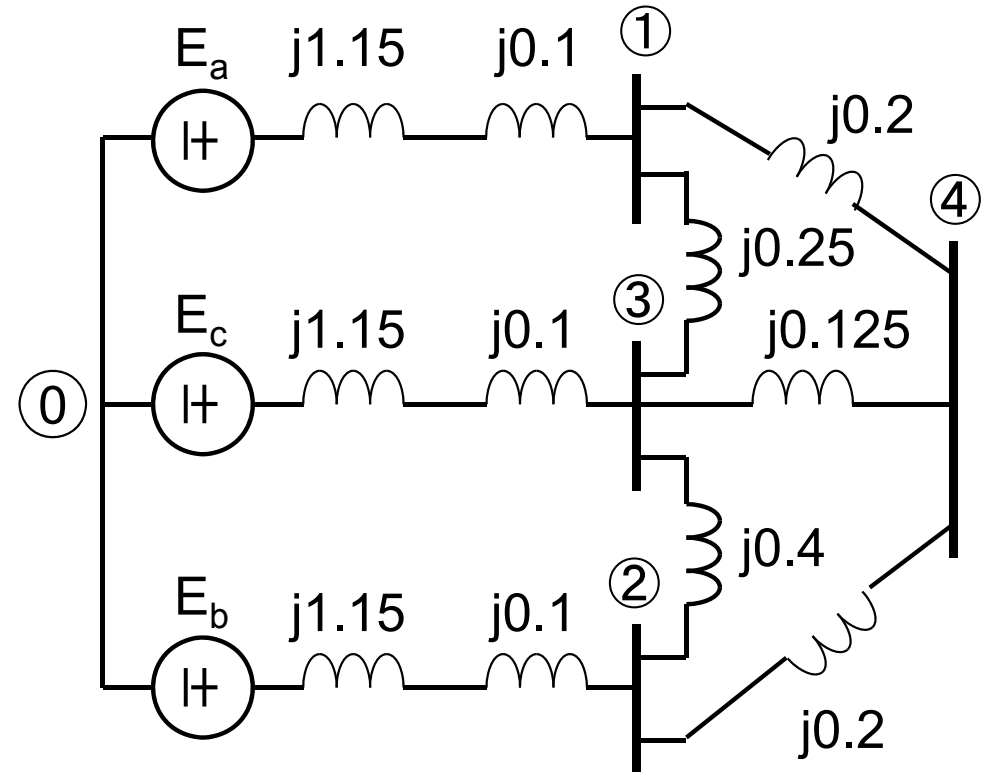
- その他必要な情報

- 変圧器の定格, 変圧比・インピーダンス・タップ比
    - 力率改善用コンデンサ

# 系統の節点方程式

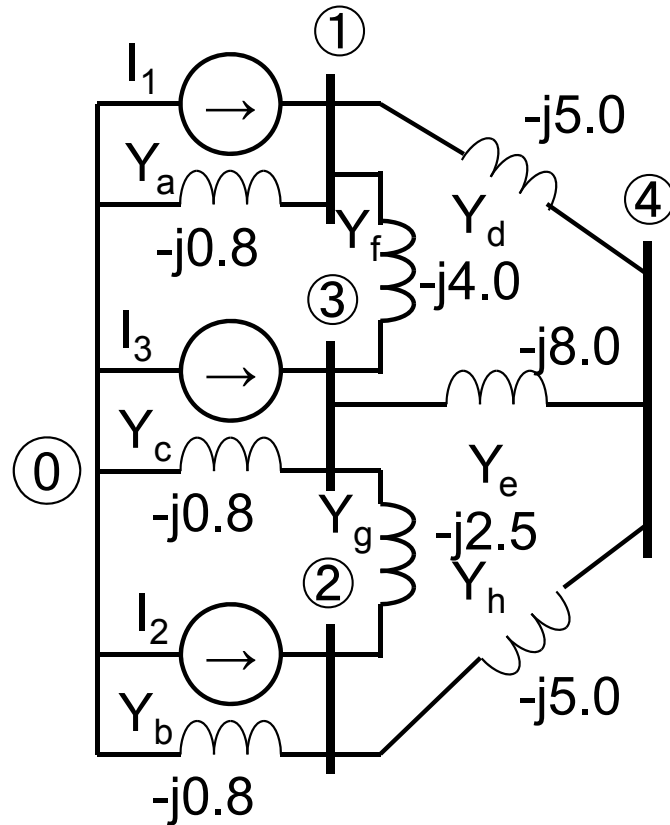


電力系統の単線結線図



電力系統のリアクタンス表現の結線図  
(pu表示)

# 系統の節点方程式



電力系統のアドミタンス表現の結線図  
(pu表示)

節点1のKCL

$$I_1 = V_1 Y_a + (V_1 - V_3) Y_f + (V_1 - V_4) Y_d$$

節点2のKCL

$$I_2 = V_2 Y_b + (V_2 - V_3) Y_g + (V_2 - V_4) Y_h$$

節点3のKCL

$$I_3 = V_3 Y_c + (V_3 - V_2) Y_g + (V_3 - V_1) Y_f + (V_3 - V_4) Y_e$$

節点4のKCL

$$0 = (V_4 - V_1) Y_d + (V_4 - V_2) Y_h + (V_4 - V_3) Y_e$$



# 系統の節点方程式

$$I_1 = (Y_a + Y_f + Y_d)V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$$

$$I_2 = (Y_b + Y_g + Y_h)V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$$

$$I_3 = -Y_f V_1 - Y_g V_2 + (Y_c + Y_e + Y_f + Y_g)V_3 - Y_e V_4$$

$$0 = -Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3 + (Y_d + Y_e + Y_h)V_4$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$Y_{ii}$  自己アドミタンス  
その節点に接続された  
アドミタンスの総和

$Y_{ij}$  相互アドミタンス( $i \neq j$ )  
二節点間のアドミタンス  
の負値

何もつながっていないノード( $I_i=0$ )を省略することを考える

# 行列の分割

$$C = AB$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \quad J = b_{31}$$

$$F = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad G = a_{33}$$

# 行列の分割

$$C = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = AB = \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DH + EJ \\ FH + GJ \end{bmatrix}$$

$$N = 0 = FH + GJ$$

$$GJ = -FH$$

$$J = -G^{-1}FH$$

$$M = DH + EJ$$

$$= DH - EG^{-1}FH$$

$$= \left[ D - EG^{-1}F \right] H$$

# 系統の縮約

$$I = Y_{bus} V$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_x \end{bmatrix}$$

$$I_A = KV_A + LV_x$$

$$I_x = L^T V_A + MV_x$$

$I_x$  要素が全て0の場合

$$I_x = 0 = L^T V_A + MV_x$$

$$V_x = -M^{-1} L^T V_A$$

$$\begin{aligned} I_A &= KV_A + LV_x \\ &= KV_A - LM^{-1} L^T V_A \end{aligned}$$

# 母線のインピーダンス行列と アドミタンス行列

- アドミタンス行列 $Y_{bus}$ とインピーダンス行列 $Z_{bus}$ の関係

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

$Z_{ii}$  駆動点インピーダンス

$Z_{ij}$  伝達インピーダンス( $i \neq j$ )

アドミタンス行列 $Y_{bus}$ が対称なので  
インピーダンス行列も対称