電力システム解析論

第12回　潮流計算2

平成28年12月20日

潮流計算の利用

- 潮流計算結果
  - 母線電圧（振幅，位相），母線電力
  - 線路潮流
- 利用方法
  - 未建設の電力システムの運用状態の検討
  - 既設電力システムにおける制御効果の検証
    - 変圧器のタップ変更
      - 各母線の電圧を許容範囲内に維持可能か
維持できない場合はタップ変更し，再度潮流計算
    - 系統間連系時の連系線潮流の維持
      - 規定値内に収めるための発電量の調整

潮流計算

- 線路条件･状態変数
  - 4母線系統

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} & \dot{Y}_{14} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} & \dot{Y}_{24} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} & \dot{Y}_{34} \\ \dot{Y}_{41} & \dot{Y}_{42} & \dot{Y}_{43} & \dot{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \end{bmatrix}$$

- 潮流条件
  - 発電機母線→PV指定
  - 負荷母線→PQ指定
  - 無限大母線→V指定（位相基準∠0deg）

ガウスザイデル法1

- 4母線系統で考える
  - 母線1をスイング母線
    - 計算を母線2から開始する
      - 母線2がP,Q指定母線の場合(Qは遅れが正)

$$\dot{V}_2 \overline{\dot{I}_2} = P_2 + jQ_2$$

- 母線電流

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\overline{\dot{V}_2}}$$

ガウスザイデル法2

- アドミタンス行列の関係

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{V}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{V}_3 + \dot{Y}_{24}\dot{V}_4$$

- 代入

$$\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

- 母線2の電圧

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3 - Y_{24}V_4\right]$$

- 繰り返し計算において，前回の電圧 $\overline{V_2}$ を用いて新たな電圧 V_2 を求める
- 修正したV_2 を用いてもう一度計算する手順が一般的

ガウスザイデル法3

- 修正した全母線電圧を用いて，次の計算ステップに進む
- 求めた電圧をそのまま次の計算ステップに用いる
  - ガウス法
- 求めた電圧でもう一度電圧を計算し押し，次の計算ステップに進む
  - ガウスザイデル法
- 初期の設定値が解から離れていると，欲しい解に収束しないことがある
- 必要な繰り返し数が多い
  - 電圧の修正に加速係数を掛ける

ガウスザイデル法

- N母線系統
  - P,Q指定母線
    - 母線kの電圧

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

  - P,V指定母線
    - 初期値に対して，母線kの無効電力Q_kを求める

$$P_k - jQ_k = \overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n$$

- Pkは指定値
- Qkについて考える

$$Q_k = -\mathrm{Im}\left[\overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

ガウスザイデル法

- P,V指定母線
  - 母線kの電圧を算出
    - Pkは指定値，Qkは求めた値
    - 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小
      - 縮小率α

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{N} Y_{kn} V_n\right]$$

$$\alpha = \frac{V_{k\text{指定値}}}{\left|\dot{V}_{k\text{計算値}}\right|}$$

$$\dot{V}_{k\text{計算値(新)}} = \alpha \dot{V}_{k\text{計算値}}$$

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
  - 2変数の2関数を考える
    - 変数x_1,x_2,関数f_1,f_2,定数K_1,K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

    - 初期値$x_1^{(0)}$,$x_2^{(0)}$,修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を求める事を考える
- テーラー展開

$$
\begin{cases}
K_1 = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \\
K_2 = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots
\end{cases}
$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1\left(x_1{}^{(0)}, x_2{}^{(0)}\right) \\ K_2 - f_2\left(x_1{}^{(0)}, x_2{}^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1{}^{(0)} \\ \Delta x_2{}^{(0)} \end{bmatrix}$$

  - 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
    - K_1, K_2の誤差で表す

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1{}^{(0)} \\ \Delta K_2{}^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1{}^{(0)} \\ \Delta x_2{}^{(0)} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \Delta x_1{}^{(0)} \\ \Delta x_2{}^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1{}^{(0)} \\ \Delta K_2{}^{(0)} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を用いて，新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
  - 終了判定条件

$$Max\left\{\left|x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}\right|, \cdots, \left|x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)}\right|, \left|x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)}\right|\right\} < \varepsilon$$

有効・無効電力の計算

直交座標

- 電圧 $\dot{V}_k = e_k + jf_k$
- アドミタンス $\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$
- 電力

$$
\begin{aligned}
P_k + jQ_k &= \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \bar{\dot{Y}}_{km} \bar{\dot{V}}_m \dot{V}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} - jB_{km}\right)\left(e_m - jf_m\right)\left(e_k + jf_k\right)
\end{aligned}
$$

極座標

- 電圧 $\dot{V}_k = V_k \angle \delta_k = V_k e^{j\delta_k}$
- アドミタンス $\dot{Y}_{km} = Y_{km} \angle \theta_{km} = Y_{km} e^{j\theta_{km}}$
- 電力

$$
\begin{aligned}
P_k + jQ_k &= \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \bar{\dot{Y}}_{km} \bar{\dot{V}}_m \dot{V}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} Y_{km} e^{-j\theta_{km}} V_m e^{-j\delta_m} V_k e^{j\delta_k} \\
&= \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} e^{j\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)}
\end{aligned}
$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧（直交座標表示）

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力（直交座標状態量）

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \overline{\dot{I}}_k = \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} \overline{\dot{V}}_m \dot{V}_k$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}}_{km} (e_m - jf_m)(e_k + jf_k)$$

  - N母線系統(発電機1~h,負荷h+1~N)
  - スラック母線1→電圧，位相角指定
  - 発電機母線→P,V指定(Pgs,Vgs)
  - 負荷母線→P,Q指定(Pls,Qls)

指定のs

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- 繰返し計算n回目で得られた母線電圧の値

$$e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n$$

- 各母線の有効・無効電力,母線電圧の計算値と設定値の差
  - 発電機母線
    - g=2,3,・・・,h

$$\begin{cases} \Delta P_g{}^n = P_{gs} - P_g\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \\ \Delta\left|V_g{}^n\right|^2 = V_{gs}{}^2 - \left\{\left(e_g{}^n\right)^2 + \left(f_g{}^n\right)^2\right\} \end{cases}$$

  - 負荷母線
    - l=h+1,・・・,N

$$\begin{cases} \Delta P_l{}^n = P_{ls} - P_l\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \\ \Delta Q_l{}^n = Q_{ls} - Q_l\left(e_1, f_1, e_2{}^n, f_2{}^n, \cdots, e_N{}^n, f_N{}^n\right) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標3

- 修正方程式

ヤコビアン(6種)
（いまから求める）

2(N-1)x2(N-1)

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_g{}^n \\ \cdots \\ \Delta \left| V_g{}^n \right|^2 \\ \cdots \\ \Delta P_l{}^n \\ \cdots \\ \Delta Q_l{}^n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial P_g}{\partial e_2} & \frac{\partial P_g}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial P_g}{\partial e_N} & \frac{\partial P_g}{\partial f_N} \\
\frac{\partial V_g{}^2}{\partial e_2} & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial e_N} & \frac{\partial V_g{}^2}{\partial f_N} \\
\frac{\partial P_l}{\partial e_2} & \frac{\partial P_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial P_l}{\partial e_N} & \frac{\partial P_l}{\partial f_N} \\
\frac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_N}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta e_2{}^n \\ \Delta f_2{}^n \\ \cdots \\ \Delta e_N{}^n \\ \Delta f_N{}^n \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k^{\ n+1} = e_k^{\ n} + \Delta e_k^{\ n} \\ f_k^{\ n+1} = f_k^{\ n} + \Delta f_k^{\ n} \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}\left(k, m = 1,2,\cdots, N\right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\dot{I}_k = a_k + jb_k = \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km}\dot{V}_m = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} + jB_{km}\right)\left(e_m + jf_m\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}e_m - B_{km}f_m\right) + j\sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}f_m + B_{km}e_m\right)$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^{\ 2} = e_k^{\ 2} + f_k^{\ 2}$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$P_k = e_k a_k + b_k f_k$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k \right)$$

- 母線kから流出する無効電力

$$Q_k = f_k a_k - e_k b_k$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \left(-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k \right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= G_{km}e_k{}^n + B_{km} f_k{}^n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -B_{km}e_k{}^n + G_{km} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用
直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -B_{km}e_k{}^n + G_{km} f_k{}^n = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= -G_{km}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n = -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial V_k^{\ 2}}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\left(e_k^{\ 2^n} + f_k^{\ 2^n}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k^{\ 2}}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\left(e_k^{\ 2^n} + f_k^{\ 2^n}\right) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) + G_{kk} e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n + G_{kk} e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki} f_i{}^n - B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki} f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n e_k{}^n - B_{ki}e_k{}^n f_i{}^n + G_{ki} f_i{}^n f_k{}^n + B_{ki}e_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki} f_i{}^n + B_{ki}e_i{}^n\right) - B_{kk}e_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n$$

$$= b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n - 2b_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{i=1}^{N}\left(-G_{ki}e_k{}^n f_i{}^n - B_{ki}e_k{}^n e_i{}^n + G_{ki}e_i{}^n f_k{}^n - B_{ki} f_i{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left(G_{ki}e_i{}^n - B_{ki} f_i{}^n\right) - G_{kk}e_k{}^n - B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n - G_{kk}e_k{}^n - B_{kk} f_k{}^n$$

$$= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 2e_k{}^n$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 2f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k{}^n = e_k{}^n + jf_k{}^n \qquad k = 2,3,\cdots,N$$

- n+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned}\dot{V}_k{}^{n+1} &= e_k{}^{n+1} + jf_k{}^{n+1} \\ &= e_k{}^n + \Delta e_k{}^n + j\left(f_k{}^n + \Delta f_k{}^n\right)\end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g{}^{n+1}, \left|\Delta V_g{}^{n+1}\right|, \Delta P_l^{n+1}, \Delta Q_l{}^{n+1}$$