

エネルギーシステム・要素論

第6回 電池2

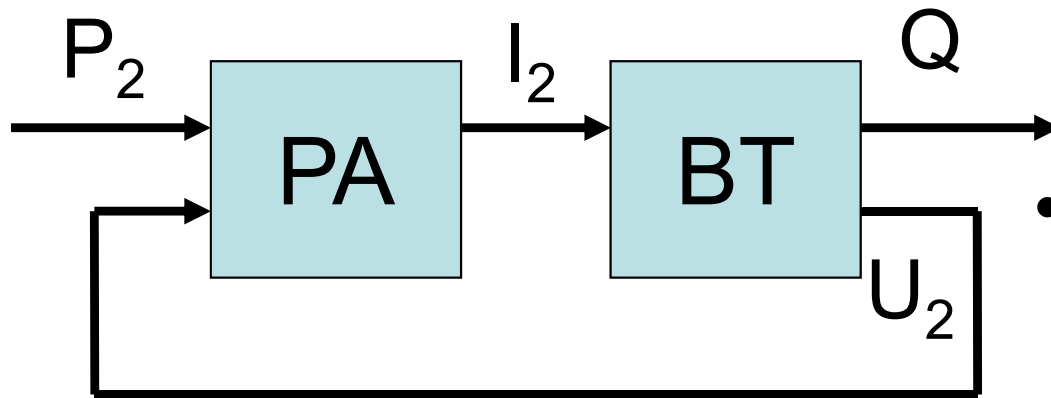
燃料電池および

二次電池のモデル化

平成29年7月14日

二次電池の準定常モデル1

BT:二次電池反応
PA:内部変数変換



- 入力変数
 - 端子出力電力 $P_2(t)$
- 出力変数
 - 電池の電荷量 $Q(t)$
- 内部変数
 - 端子電圧 $U_2(t)$
 - 端子電流 $I_2(t)$

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

二次電池の準定常モデル2

- 電池の容量はAhで表す
 - 定電流の充電・放電で評価
 - 定電流放電試験
 - 満充電時 開放端子電圧Uoc
 - 放電終了電圧まで定電流I₂で放電 (例Uocの80%)
 - 放電時間t_f
 - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = \text{const} \cdot I_2^{-n}$$

- n:ポイカート指数
1~1.5(鉛電池で1.35程度)
- 電池の容量は充放電電流に依存する

二次電池の準定常モデル3

- 放電電流 I_2^* に対する容量 Q_0^*
 - 放電電流が異なると容量も変化する

- 非線形性

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot \text{const} \cdot I_2^{*-n} = \text{const} \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = \text{const} \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{\text{const} \cdot I_2^{1-n}}{\text{const} \cdot I_2^{*1-n}} = \left(\frac{I_2}{I_2^*} \right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式

- K_c :定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1) \left(\frac{I_2}{I_2^*} \right)^{n-1}}$$

二次電池の準定常モデル4

- 電池の容量の表現

- Cレート

- 1Cレート

- 電池の全容量を一時間で充放電する電流値

- 自動車用では100Cレート(1/100時間で放電)で評価するのが一般的

- 電池容量 Q_0 (Ah)

- 放電電流 I_0 (A)

$$c(t) = \frac{I_2(t)}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{Q_0}{1}$$

- $C=1/x$ で表す

- x (h)は電池を放電するのに要する時間

二次電池の準定常モデル5

- 充電状態(SoC: State of charge): $q(t)$
 - 定格電池容量 Q_0 に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$$

- 電荷残量 Q は通常測れない
 - 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t) = -I_2(t)$$

- 充電電流は全部充電電荷とはならない
 - 充電損失

$$\dot{Q}(t) = -\eta_c I_2(t)$$

- η_c :クーロン効率

二次電池の準定常モデル6

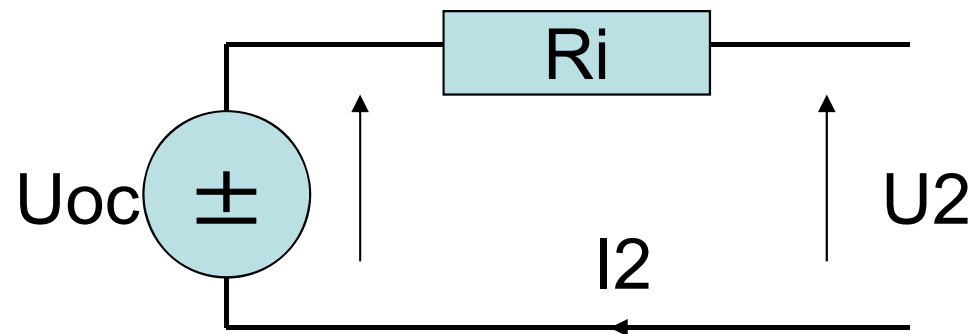
- 電池の等価回路

- 構成

- 理想電圧源(開回路電圧) U_{oc}
- 内部抵抗 R_i

- KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) = U_2(t)$$



二次電池の準定常モデル7

- 等価回路の開回路電圧
 - 電池の開回路電圧 U_{oc}
 - 電池電荷 $q(t)$ の関数

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

- 平衡電位をあらわす
- κ_1, κ_2 は電池の組成, セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
- 電圧源とコンデンサの直列回路ともとれる
- Nernst式でより厳密に表す
- 実用上は表参照方式

二次電池の準定常モデル8

- 等価回路の内部抵抗

- 電池の内部抵抗 R_i

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

- オーム性抵抗 R_o

- 電解質・電極・端子間接続を直列した成分

- 電荷移動抵抗 R_{ct}

- 電極反応における電荷移動に関する成分

- 拡散・濃度抵抗 R_d

- 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分

- 欠点 電池電流に依存しないため、モデルの制約大

- Tafel式を用いた非線形モデル

二次電池の準定常モデル9

等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗 R_i
 - 充電状態 q に応じて変化するモデル
 - 満充電 $q=1$

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) \\ &= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3]I_2(t) \\ &= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t) \end{aligned}$$

- 満充電時開放電圧 $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
- 満充電時端子電圧の電圧降下分 $[\kappa_3 + \kappa_4]I_2(t)$

二次電池の準定常モデル9

等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 充電状態 q における端子電圧の電圧降下の増分

$$\begin{aligned} & [\{\kappa_1 + \kappa_2\} - \{\kappa_3 + \kappa_4\}I_2(t)] - \{\kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)\} \\ &= -[\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t) + \kappa_2 - \kappa_4 I_2(t) \\ &= [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)][1 - q(t)] \end{aligned}$$

二次電池の準定常モデル10

端子電圧の電力とSOCで表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流 I_2 を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t) = \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)$$

$$= \kappa_1 - \kappa_3 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + \left[\kappa_2 - \kappa_4 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] q(t)$$

$$U_2(t)^2 = \kappa_1 U_2(t) - \kappa_3 P_2(t) + [\kappa_2 U_2(t) - \kappa_4 P_2(t)]q(t)$$

$$U_2(t)^2 - [\kappa_1 + \kappa_2 q(t)]U_2(t) + P_2(t)[\kappa_3 + \kappa_4 q(t)] = 0$$

$$U_2(t) = \frac{\kappa_1 + \kappa_2 q(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{[\kappa_1 + \kappa_2 q(t)]^2}{4} - P_2(t)[\kappa_3 + \kappa_4 q(t)]}$$

二次電池の準定常モデル11

端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 等価回路のKVLから電流 I_2 を消去

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t)$$

$$= U_{oc}(t) - R_i(t) \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

簡略モデル

$$U_2(t)^2 - U_{oc}(t)U_2(t) + R_i(t)P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4} - P_2(t)R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル12

端子電圧と入力電力の関係

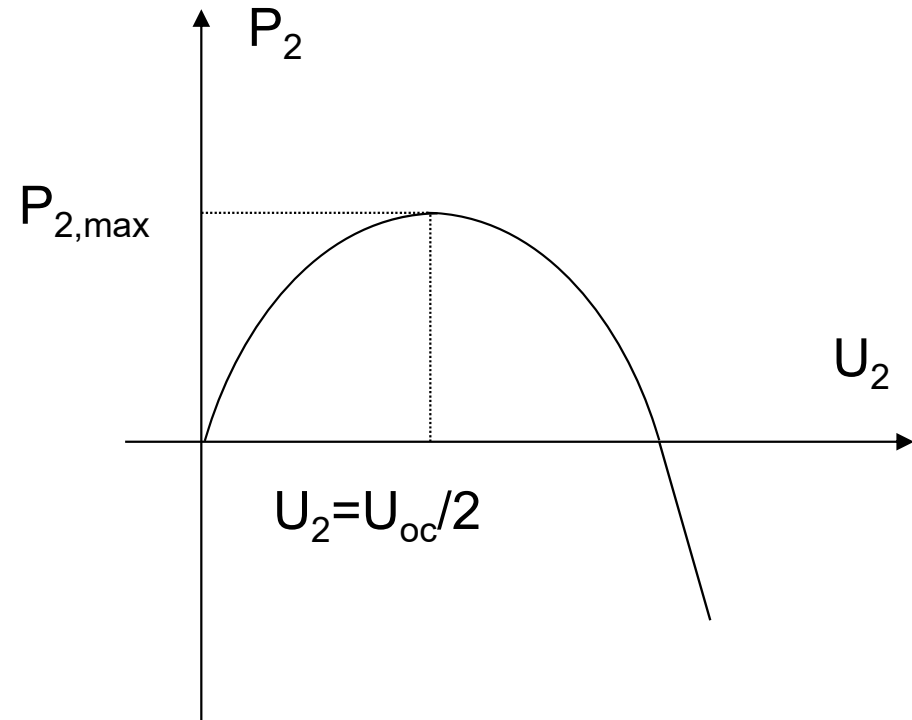
- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

- 出力電力は端子電圧の二次関数

$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$$



二次電池の準定常モデル13

端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力 $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2} \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$
 - 極値条件 $= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \quad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$
- 最大電力 $P_{2,\max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2 + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)} = \frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$
- この時の電圧, 電流 $U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$
 $U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t) \quad I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$

二次電池の準定常モデル14

端子電圧と入力電力の関係

- 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in (U_{2,\min}, U_{2,\max})$$
$$U_{2,\min} > U_{2,P} \quad \text{の場合}$$

- 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\min} - U_{2,\min}^2}{R_i(t)}$$

$$U_{2,\min}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\max}(t)$$

$$I_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\min}}{R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル15

端子電圧と入力電力の関係

- 制約条件下における最大充電電力・電流

- 端子電圧 $U_2 > U_{oc}$

- 最大電力は端子電圧上限で決まる

- 放電異なり外部電圧の制限はない

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}^2}{R_i(t)}$$

- 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$

電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率
 - 完全充放電サイクルで定義
 - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
 - 動作に依存する
 - 定電流充放電 Peukert test
 - 定電力充放電 Ragone test

電池の充放電効率

- 定電流での放電時間

- 充電電荷量 Q_0
- 放電電流 I_2

$$t_f = \frac{Q_0}{I_2}$$

- エネルギーによる効率評価

- 電池の開回路電圧 U_{oc}
- 内部抵抗 R_i
- 放電エネルギー

$$E_d = \int_0^{t_f} P_2(t) dt = t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2$$

- 充電エネルギー

$$|E_c| = \int_0^{t_f} |P_2(t)| dt = t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|$$

- 充放電効率

$$\eta_b = \frac{E_d}{E_c} = \frac{t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2}{t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|} = \frac{U_{oc} - R_i |I_2|}{U_{oc} + R_i |I_2|}$$

電池の充放電効率

- 局所効率
 - パワーによる効率評価

$$\begin{aligned}\eta_b &= \frac{P_{2,d}(t)}{|P_{2,c}(t)|} \\ &= \frac{\{U_{oc} - R_i |I_2(t)|\} |I_2(t)|}{\{U_{oc} + R_i |I_2(t)|\} |I_2(t)|} \\ &= \frac{U_{oc} - R_i |I_2(t)|}{U_{oc} + R_i |I_2(t)|}\end{aligned}$$