電力システム解析論

第1回　送電線路のモデル
抵抗
平成29年10月3日

電力系統の構成

- 発電機（発電所）
- 負荷
- 変圧器（変電所）
- 送電線（送電・配電）
  - 架空線
  - ケーブル
    - 地中
    - 海底
    - ガス管路

送電線

- 要素
  - 抵抗
  - インダクタンス
  - キャパシタンス
  - コンダクタンス
- 材料の変化
  - 銅→アルミニウム
    - コスト
    - 重量
    - 同抵抗で断面積大
      - 導電率:
        硬銅97.3%,Al61%
      - 撚りにより1～2%増
    - 導体表面での電界強度低くなる
    - コロナ放電がおきにくい

送電線の直流抵抗

- 直流抵抗
  - $R_0 = \frac{\rho l}{A}$ [Ω]
    - ρ:導体の抵抗率，l :導体長，A :導体断面積
  - 交流抵抗は異なる
    - 表皮効果，近接効果
- 温度特性
  - $\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$
    - R_1, R_2:温度t_1, t_2の導体抵抗，T:温度

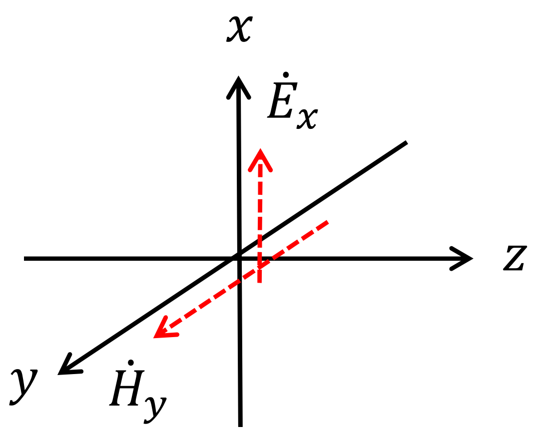
送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 線形・等方・均質な金属導体
  - ε:誘電率
  - μ:透磁率
  - σ:導電率
- Maxwellの方程式
  - $\nabla \times \dot{\boldsymbol{E}} = -j\omega\mu\dot{\boldsymbol{H}}$
  - $\nabla \times \dot{\boldsymbol{H}} = \dot{\boldsymbol{J}} + j\omega\varepsilon\dot{\boldsymbol{E}} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\dot{\boldsymbol{E}} \cong \sigma\dot{\boldsymbol{E}}$
    - $\dot{\boldsymbol{J}} = \sigma\dot{\boldsymbol{E}}$:オームの法則
    - 金属導体では$\sigma \gg \omega\varepsilon$とできる。

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 仮定
  - x, y平面で一様な電磁界
    - $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$
  - 電界はx方向成分$\dot{E}_x$のみ
    - $\dot{E}_y = \dot{E}_z = 0$
    - 磁界はy方向成分$\dot{H}_y$のみとなる
      - $\nabla \times \dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{i}_y \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z}$
      - $\mathrm{rot}\boldsymbol{A} = \nabla \times \boldsymbol{A}$

$$= \boldsymbol{i}_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \boldsymbol{i}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \boldsymbol{i}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$



送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $$\begin{cases} \dfrac{d\dot{E}_x}{dz} = -j\omega\mu\dot{H}_y \\ \dfrac{d\dot{H}_y}{dz} = -\sigma\dot{E}_x \end{cases}$$ →もう一度zで微分

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} = -j\omega\mu\dfrac{d\dot{H}_y}{dz} = j\omega\mu\sigma\dot{E}_x = \gamma^2\dot{E}_x \\ \dfrac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} = -\sigma\dfrac{d\dot{E}_x}{dz} = \gamma^2\dot{H}_y \end{cases}$$

- ただし$\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 微分方程式の解
  - $\begin{cases} \dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ \dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z} \end{cases}$
    - ただしA_1, A_2, B_1, B_2は積分定数
    - $\dot{E}_x$と$\dot{H}_y$は従属関係
    - $\dot{H}_y = -\frac{1}{j\omega\mu}\frac{d\dot{E}_x}{dz} = -\frac{1}{j\omega\mu}\left(-A_1\gamma e^{-\gamma z} + A_2\gamma e^{\gamma z}\right)$

      $= \frac{\gamma}{j\omega\mu}\left(A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}\right) = \frac{1}{\eta}\left(A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}\right)$
      - ただし$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$より$\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+j)$を用いて
  - $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+j)$

    $= \frac{1}{\delta}(1+j) = \alpha + j\beta$
    - ただし$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$
    - また$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\delta\sigma}(1+j)$

表皮効果

- $\dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$
  $= A_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + A_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $\dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}$
  $= B_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + B_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $e^{-(\alpha + j\beta)z}$:正のz方向に伝搬
- $e^{(\alpha + j\beta)z}$:負のz方向に伝搬
- 正のz方向に進行する電磁界を考える

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 正のz方向に進行する電磁界を考える
  - 導体表面の電磁界
    - $\dot{E}_s, \dot{H}_s$
  - 導体中を+z方向に進行する電磁界
    - $\dot{E}_{x+} = \dot{E}_s e^{-\gamma z} = \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
    - $\dot{H}_{y+} = \dot{H}_s e^{-\gamma z} = \dot{H}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
    - $z = \delta$で$\dot{E}_{x+}$と$\dot{H}_{y+}$の振幅は$\frac{1}{e}$となる
    - δ:表皮深さ

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 導体中をx方向に流れる電流密度
  - オームの法則
  - $\dot{J}_c = \sigma \dot{E}_{x+} = \sigma \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}} = \dot{J}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
    - ただし$\dot{J}_s = \sigma \dot{E}_s$
    - $\delta = z$で$\dot{E}_{x+}$と$\dot{H}_{y+}$の振幅は$\frac{1}{e}$となる

課題

- アルミニウム製の断面が直径10mmの円形単導体の電線について考える。アルミニウムの導電率は3.55×10^{7} $[\mathrm{S/m}]$である。
  - 単位長当たりの直流抵抗をもとめよ。
  - 1kHzの正弦波交流を印加した場合の表皮深さおよび交流抵抗を求めよ。ただし，空気の透磁率は真空の透磁率と等しく$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ $[H/\mathrm{m}]$とする。