電力システム解析論

第12回　潮流計算1

平成29年12月19日

潮流計算に用いる条件

- 解析条件
  - 一母線を除き有効電力を設定
    - 負荷電力を負で表す
    - 有効電力を指定しない母線
      - スラック母線・スイング母線
      - 発電機母線が一般的
      - 皺取り・位相基準
  - 母線への注入無効電力又は電圧の大きさを設定
    - 一般的な設定
      - 負荷母線は無効電力
      - 発電機母線は電圧

n母線系統

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \cdots & \dot{Y}_{1n} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & & \dot{Y}_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \dot{Y}_{n1} & \dot{Y}_{n2} & \cdots & \dot{Y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix}$$

潮流計算の利用

- 潮流計算結果
  - 母線電圧（振幅，位相），母線電力
  - 線路潮流
- 利用方法
  - 未建設の電力システムの運用状態の検討
  - 既設電力システムにおける制御効果の検証
    - 変圧器のタップ変更
      - 各母線の電圧を許容範囲内に維持可能か
        維持できない場合はタップ変更し，再度潮流計算
    - 系統間連系時の連系線潮流の維持
      - 規定値内に収めるための発電量の調整

潮流計算の方法

- 潮流計算は閉形式で求まらない
  - 繰り返し計算
  - 微係数を用いない
    - ガウス法
    - ガウスザイデル法
  - 微係数を用いる
    - ニュートンラフソン法
      - 直交座標
      - 極座標
        - 普通のやり方
        - 分離法
        - 高速分離法

潮流計算

- 線路条件･状態変数
  - 4母線系統

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} & \dot{Y}_{14} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} & \dot{Y}_{24} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} & \dot{Y}_{34} \\ \dot{Y}_{41} & \dot{Y}_{42} & \dot{Y}_{43} & \dot{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \end{bmatrix}$$

- 潮流条件
  - 発電機母線→PV指定
  - 負荷母線→PQ指定
  - 無限大母線→V指定（位相基準∠0deg）

ガウスザイデル法1

- 4母線系統で考える
  - 母線1をスイング母線
    - 計算を母線2から開始する
      - 母線2がP,Q指定母線の場合(Qは遅れが正)

$$\dot{V}_2 \overline{\dot{I}_2} = P_2 + jQ_2$$

- 母線電流

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\overline{\dot{V}_2}}$$

ガウスザイデル法2

- アドミタンス行列の関係

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{V}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{V}_3 + \dot{Y}_{24}\dot{V}_4$$

- 代入

$$\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

- 母線2の電圧

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3 - Y_{24}V_4\right]$$

- 繰り返し計算において，前回の電圧 $\overline{V_2}$ を用いて新たな電圧 V_2 を求める
- 修正したV_2 を用いてもう一度計算する手順が一般的

ガウスザイデル法3

  - 修正した全母線電圧を用いて，次の計算ステップに進む
- 求めた電圧をそのまま次の計算ステップに用いる
  - ガウス法
- 求めた電圧でもう一度電圧を計算し押し，次の計算ステップに進む
  - ガウスザイデル法
- 初期の設定値が解から離れていると，欲しい解に収束しないことがある
- 必要な繰り返し数が多い
  - 電圧の修正に加速係数を掛ける

ガウスザイデル法

- N母線系統
  - P,Q指定母線
    - 母線kの電圧

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1\\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

  - P,V指定母線
    - 初期値に対して，母線kの無効電力Q_kを求める

$$P_k - jQ_k = \overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n$$

      - Pkは指定値
      - Qkについて考える

$$Q_k = -\mathrm{Im}\left[\overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

ガウスザイデル法

- P,V指定母線
  - 母線kの電圧を算出
    - Pkは指定値，Qkは求めた値
    - 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小
      - 縮小率α

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

$$\alpha = \frac{V_{k指定値}}{\left|\dot{V}_{k計算値}\right|}$$

$$\dot{V}_{k計算値(新)} = \alpha\dot{V}_{k計算値}$$

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
  - 2変数の2関数を考える
    - 変数x_1,x_2,関数f_1,f_2,定数K_1,K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

    - 初期値$x_1^{(0)}$,$x_2^{(0)}$,修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を求める事を考える
- テーラー展開

$$
\begin{cases}
K_1 = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \\
K_2 = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots
\end{cases}
$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \\ K_2 - f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

  - 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
    - K_1,K_2の誤差で表す

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$を用いて，新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
  - 終了判定条件

$$Max\left\{\left|x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}\right|, \cdots, \left|x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)}\right|, \left|x_{2N}^{(n+1)} - x_{2N}^{(n)}\right|\right\} < \varepsilon$$

有効・無効電力の計算

直交座標

- 電圧 $\dot{V}_k = e_k + jf_k$
- アドミタンス $\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$
- 電力

$$
\begin{aligned}
P_k + jQ_k &= \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \bar{\dot{Y}}_{km} \bar{\dot{V}}_m \dot{V}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} - jB_{km}\right)\left(e_m - jf_m\right)\left(e_k + jf_k\right)
\end{aligned}
$$

極座標

- 電圧 $\dot{V}_k = V_k \angle \delta_k = V_k e^{j\delta_k}$
- アドミタンス
  $\dot{Y}_{km} = Y_{km} \angle \theta_{km} = Y_{km} e^{j\theta_{km}}$
- 電力

$$
\begin{aligned}
P_k + jQ_k &= \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} \bar{\dot{Y}}_{km} \bar{\dot{V}}_m \dot{V}_k \\
&= \sum_{m=1}^{N} Y_{km} e^{-j\theta_{km}} V_m e^{-j\delta_m} V_k e^{j\delta_k} \\
&= \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} e^{j\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)}
\end{aligned}
$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標 1

- 極座標での潮流計算
  - 電圧・アドミタンス

$$\begin{cases} \dot{V}_k = V_k \angle \delta_k \\ \dot{V}_m = V_m \angle \delta_m \end{cases}$$

$$\dot{Y}_{km} = Y_{km} \angle \theta_{km}$$

$$\dot{I}_k = \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km} \dot{V}_m = \sum_{m=1}^{N} Y_{km} V_m \angle \theta_{km} + \delta_m$$

  - 電力

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \bar{\dot{I}}_k = V_k \angle \delta_k \sum_{m=1}^{N} Y_{km} V_m \angle -\theta_{km} - \delta_m = \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \angle \delta_k - \delta_m - \theta_{km}$$

$$\begin{cases} P_k = \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \cos\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right) \\ Q_k = \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \sin\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標2

- 修正方程式
  - 指定値P_k,Q_kと計算値$P_{k,calc}$,$Q_{k,calc}$の誤差ΔP_k,ΔQ_k

ヤコビアン
（いまから求める）

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \cdots \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\
\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\
 & & & & \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \cdots \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標3

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial}{\partial \delta_l} \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \cos\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)$$

  - 非対角項l≠k

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_l} = V_k V_l Y_{kl} \sin\left(\delta_k - \delta_l - \theta_{kl}\right)$$

  - 対角項l=k

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{N} V_k V_m Y_{km} \sin\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標4

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial}{\partial \delta_l} \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \sin\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)$$

  - 非対角項l≠k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_l} = -V_k V_l Y_{kl} \cos\left(\delta_k - \delta_l - \theta_{kl}\right)$$

  - 対角項l=k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_l} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{N} V_k V_m Y_{km} \cos\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標 5

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_l} = \frac{\partial}{\partial V_l} \sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \cos(\delta_k - \delta_m - \theta_{km})$$

  - 非対角項l≠k

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_l} = V_k Y_{kl} \cos(\delta_k - \delta_l - \theta_{kl})$$

  - 対角項l=k

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_l} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq k}}^{N} V_m Y_{km} \cos(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}) + 2V_k Y_{kk} \cos\theta_{kk}$$

ニュートンラフソン法の適用
極座標6

- 修正方程式の係数

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_l} = \frac{\partial}{\partial V_l}\sum_{m=1}^{N} V_k V_m Y_{km} \sin\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right)$$

  - 非対角項l≠k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_l} = V_k Y_{kl} \sin\left(\delta_k - \delta_l - \theta_{kl}\right)$$

  - 対角項l=k

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_l} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq k}}^{N} V_m Y_{km} \sin\left(\delta_k - \delta_m - \theta_{km}\right) + 2V_k Y_{kk} \sin\theta_{kk}$$

ニュートンラフソン法の適用 極座標7

- 潮流計算へのニュートンラフソン法の適用
  - PV指定母線
    - 電圧は与えられているので求める必要が無い
      - 行列の次数が低くなる
    - 位相角のみ求める
- 極座標表示と直交座標表示
  - 極座標表示では，P_kとδ_k，Q_kと$|V_k|$の関係が明示的に現れる