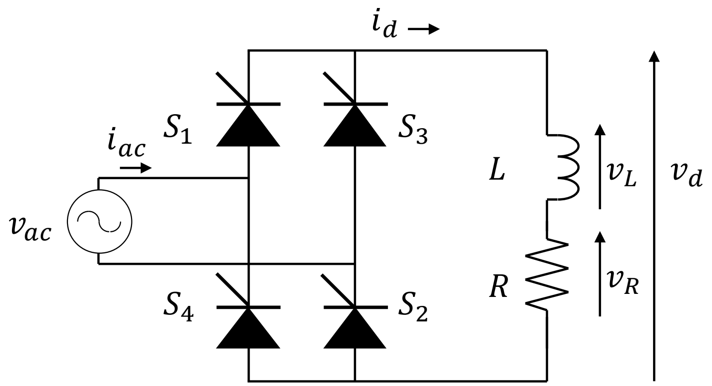
パワーエレクトロニクス
第八回　整流回路

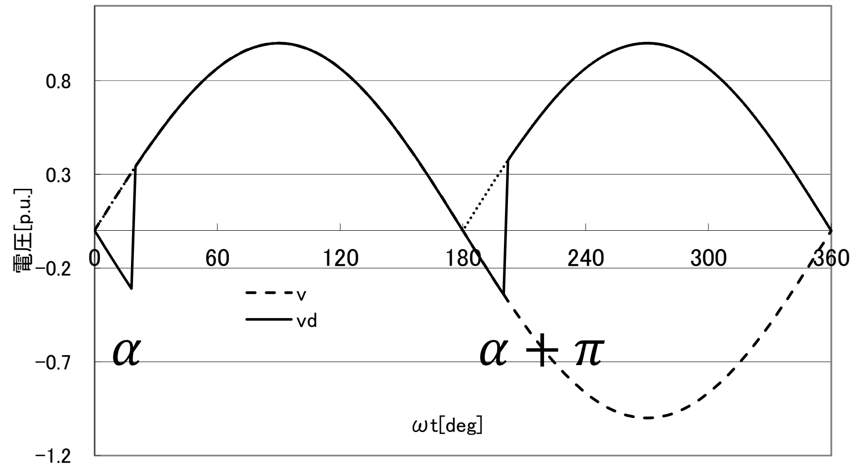
平成30年6月20日

授業の予定
シラバスより

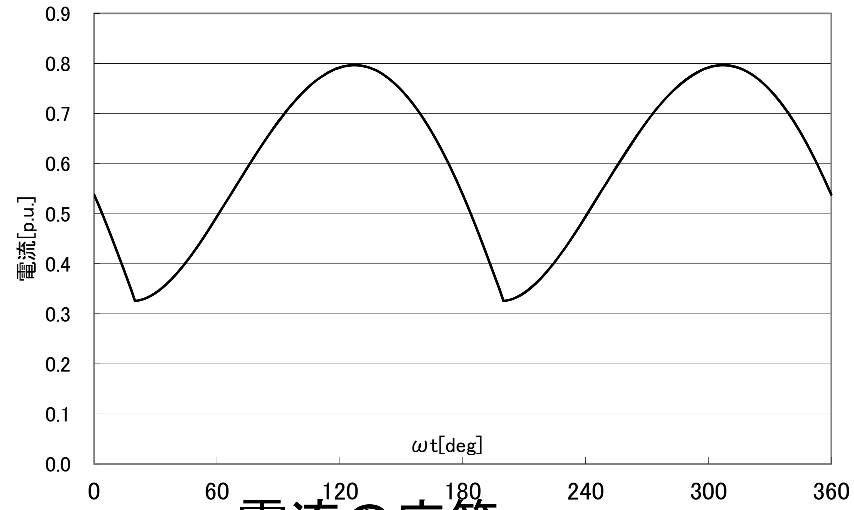
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス（2回）
- 整流回路（2回）
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ（2回）
- 演習

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷





電圧の応答



電流の応答

- 順電圧印加状態でゲートに点弧パルスが与えられるまで遮断状態を維持
  - 直流出力を制御可能
  - (S1,S2)および(S3,S4)の組み合わせで動作

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 交流電圧:$v(t) = V\sin\omega t$
- 点弧遅れ角:α
  - $\omega t = \alpha$の時点でサイリスタをターンオン
- 消弧角:β
  - $\omega t = \beta$の時点でサイリスタをターンオフ
  - 連続導通時: $\alpha + \pi = \beta$
  - 不連続導通時: $\alpha + \pi > \beta$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L = Ri_d + L\dfrac{di_d}{dt}$
- 時間の原点を$t = \dfrac{\alpha}{\omega}$において考える
  - $t = \tau + \dfrac{\alpha}{\omega}$
  - $dt = d\tau$
  - $V\sin(\omega\tau + \alpha) = Ri_d + L\dfrac{di_d}{dt}$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- $V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=RI_d+L(sI_d-i_{d0})$
- $(sL+R)I_d=V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}+Li_{d0}$
- $I_d=V\frac{1}{sL+R}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}+\frac{L}{sL+R}i_{d0}$
- $I_d=\frac{V\cos\alpha}{Z}\left(\sin\gamma\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+\frac{\omega\cos\gamma-s\sin\gamma}{s^2+\omega^2}\right)+\frac{V\sin\alpha}{Z}\left(-\cos\gamma\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+\frac{\omega\sin\gamma+s\cos\gamma}{s^2+\omega^2}\right)+i_{d0}\frac{1}{s+\frac{R}{L}}$
  - $Z=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$
  - $\gamma=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　誘導性負荷

- $I_d = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right]\frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \frac{V}{Z}\frac{\omega\cos(\alpha-\gamma)+s\sin(\alpha-\gamma)}{s^2+\omega^2}$
- $i_d(\tau) = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\tau} + \frac{V}{Z}[\cos(\alpha-\gamma)\sin\omega\tau + \sin(\alpha-\gamma)\cos\omega\tau] = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\tau} + \frac{V}{Z}\sin(\omega\tau + \alpha-\gamma)$
- 時間をtに戻す
- $i_d(t) = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)} + \frac{V}{Z}\sin(\omega t-\gamma)$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御 誘導性負荷

- 連続導通の場合，電流初期値と終端値が等しい
  - $i_d\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right)=i_{d0}=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}-\frac{\alpha}{\omega}\right)}+\frac{V}{Z}\sin\left(\omega\frac{\alpha+\pi}{\omega}-\gamma\right)=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-\frac{V}{Z}\sin(\alpha-\gamma)$
  - $i_{d0}\left(1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)=\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\left(1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)$
  - $i_{d0}=\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　誘導性負荷

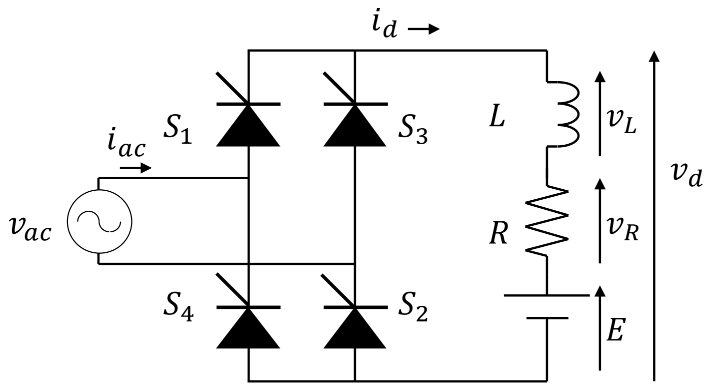
- 不連続導通となる場合
  - $i_{d0} = \frac{V}{Z}\sin(\gamma - \alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} < 0$
  - $\sin(\gamma - \alpha) < 0$
  - 消弧角βは$i_{d0} = 0$より
    - $i_d\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = \frac{V}{Z}\sin(\gamma - \alpha)\, e^{-\frac{R}{\omega L}(\beta-\alpha)} + \frac{V}{Z}\sin(\beta - \gamma) = 0$
    - $\sin(\gamma - \alpha)\, e^{-\frac{R}{\omega L}(\beta-\alpha)} + \sin(\beta - \gamma) = 0$を数値解として求める

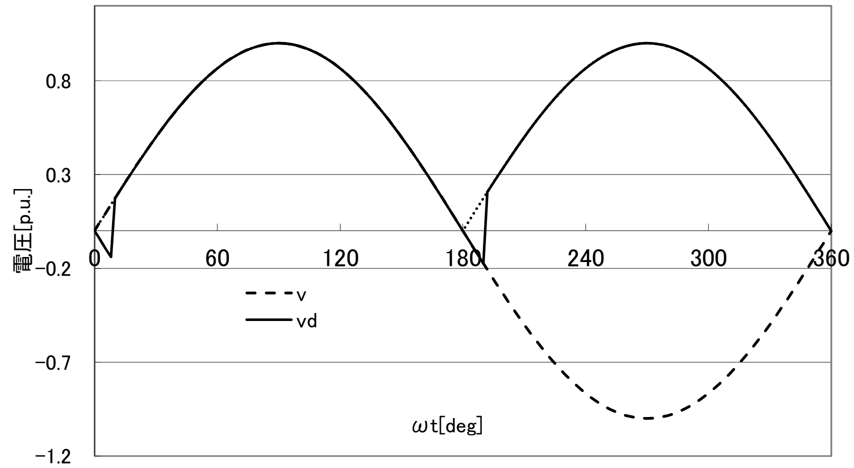
サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 出力電圧平均値
  - 連続導通時(半周期の平均)
    - $V_d = \frac{2}{T}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\alpha+\pi}{\omega}} V\sin\omega t\, dt = \frac{2V}{T}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\alpha+\pi}{\omega}}$

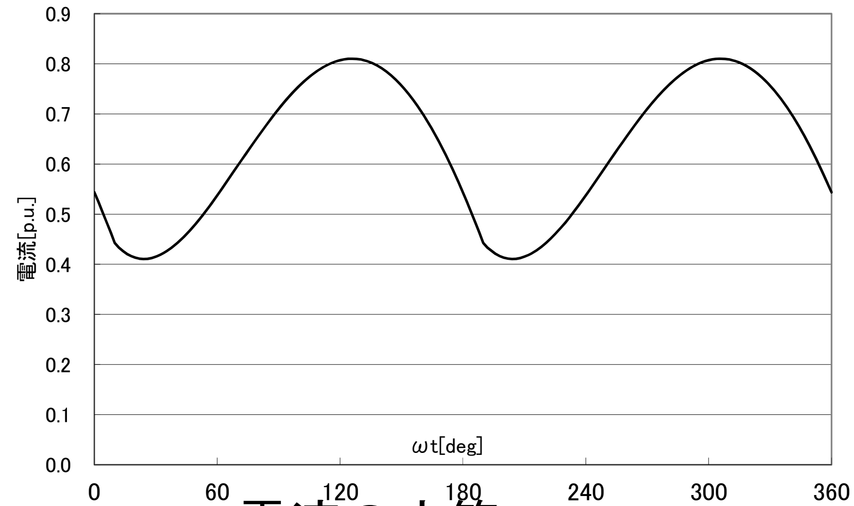
      $= \frac{2V}{\omega T}[-\cos(\alpha+\pi)+\cos\alpha] = \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$
    - 点弧角αで出力電圧を制御できる
  - 不連続導通時
    - $V_d = \frac{2}{T}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\beta}{\omega}} V\sin\omega t\, dt = \frac{V}{\pi}[-\cos\beta+\cos\alpha]$
    - 連続導通時より小さくなる

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　起電力付誘導性負荷





電圧の応答



電流の応答

- 起電力があるため，直流から交流に電力を逆変換可能

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　起電力付誘導性負荷

- サイリスタがターンオン可能な点弧角の条件
  - $V \sin \alpha > E$
- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L + E = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} + E$
- 連続導通時の出力電圧平均値
  - $V_d = \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$
    - $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \qquad V_d > 0$
    - $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \rightarrow \qquad V_d < 0$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷

- $V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=RI_d+L(sI_d-i_{d0})+\frac{E}{S}$
- $I_d=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+$
  $\frac{V}{Z}\frac{\omega\cos(\alpha-\gamma)+s\sin(\alpha-\gamma)}{s^2+\omega^2}-\frac{E}{R}\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right]$
- $i_d(t)=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}+$
  $\frac{V}{Z}\sin(\omega t-\gamma)+\frac{E}{R}\left[1-e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}\right]$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御 起電力付誘導性負荷

- $i_d\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) = i_{d0} = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right]e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \frac{V}{Z}\sin(\alpha-\gamma) + \frac{E}{R}\left[1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right]$

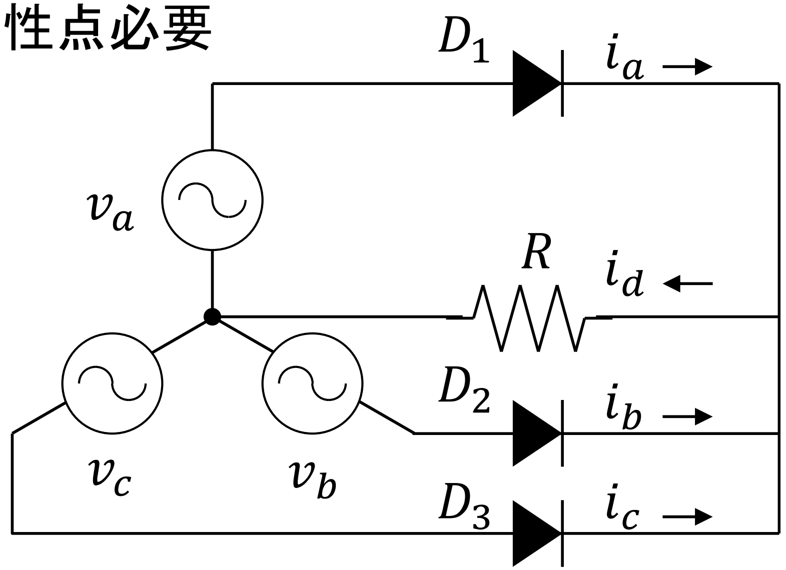
- $i_{d0} = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} + \frac{E}{R}$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御 起電力付誘導性負荷

- 起電力がある場合の連続導通条件
  - $i_{d0} = \frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}} \sin(\alpha-\gamma) \frac{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}+1}{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-1} + \frac{E}{R} > 0$
  - $\sin(\alpha-\gamma) > \frac{E}{V} \frac{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}{R} \frac{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-1}{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}+1}$
- Lが十分大きい場合$I_d = I_{rms}$(極性は不変)
  - $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad P_d = V_d I_d > 0$ 順変換
  - $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \rightarrow \quad P_d = V_d I_d < 0$ 逆変換

ダイオード整流回路
三相半波整流回路　抵抗負荷

中性点必要

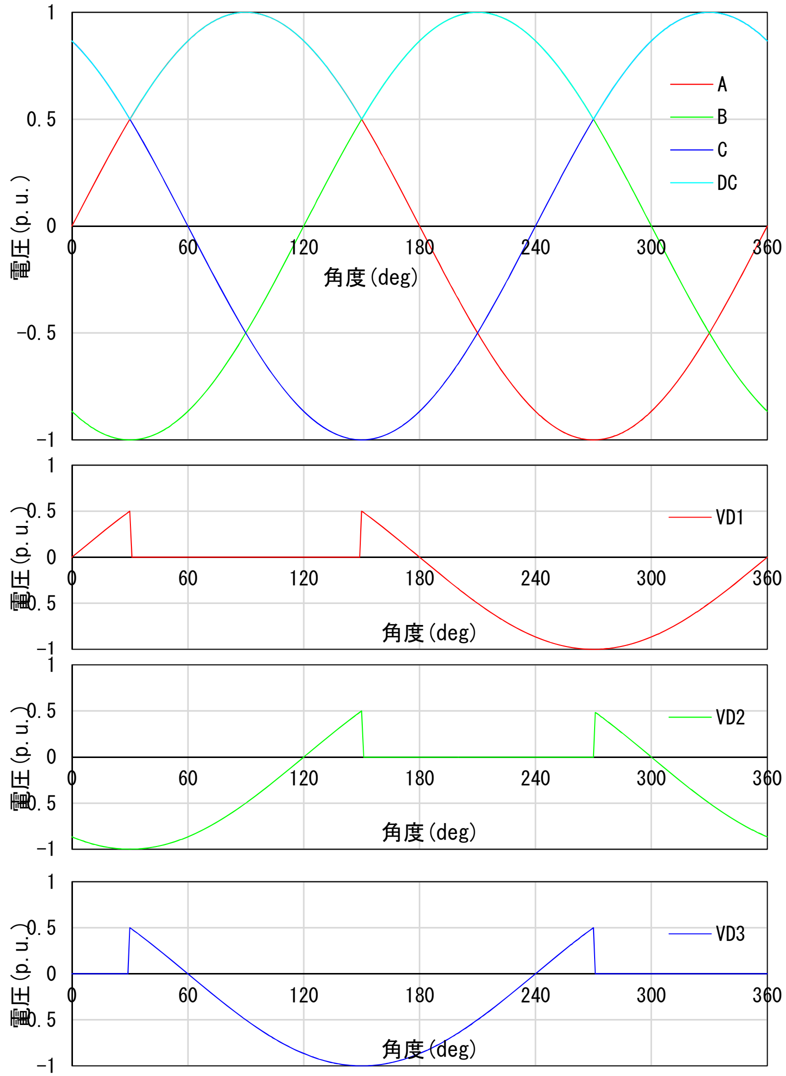


平衡三相交流電圧

$$v_a = V \sin \omega t$$

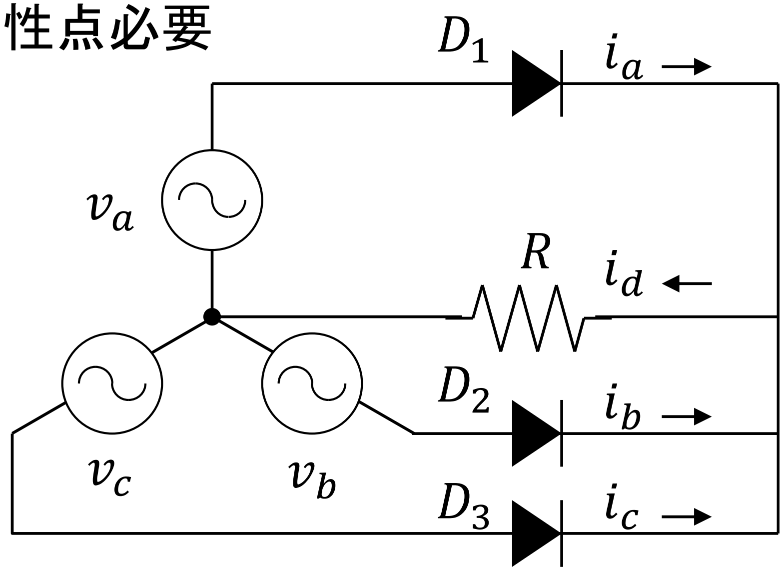
$$v_b = V \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_b = V \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

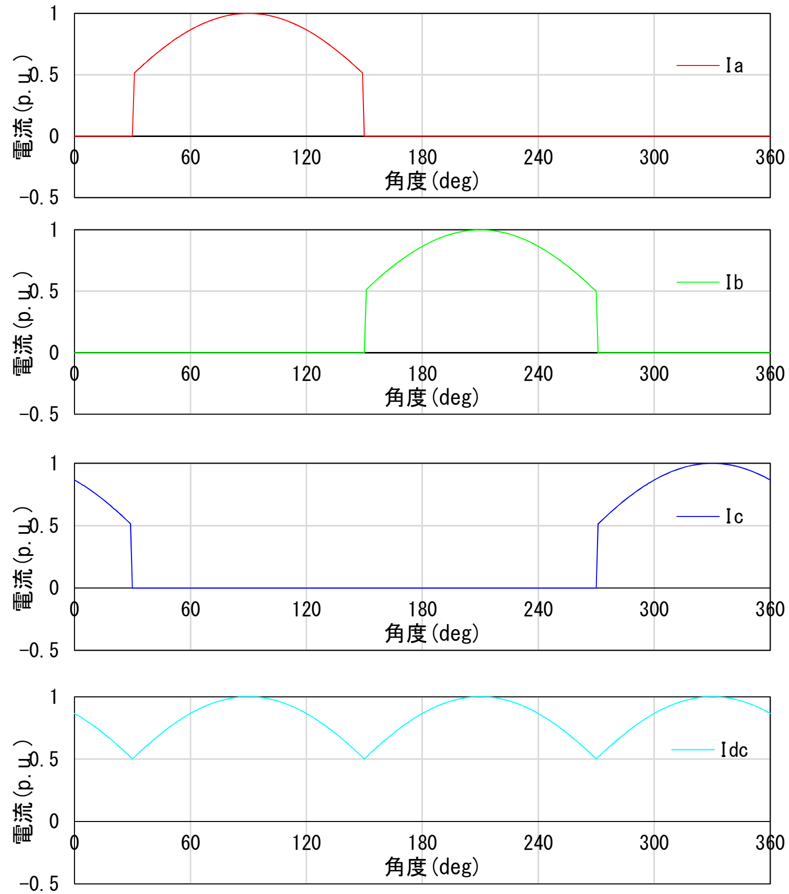


ダイオード整流回路
三相半波整流回路　抵抗負荷

中性点必要

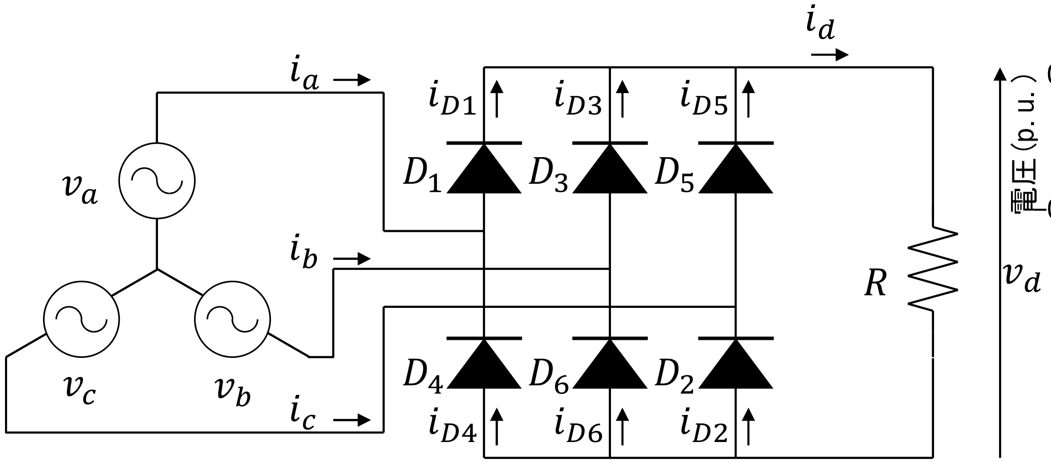


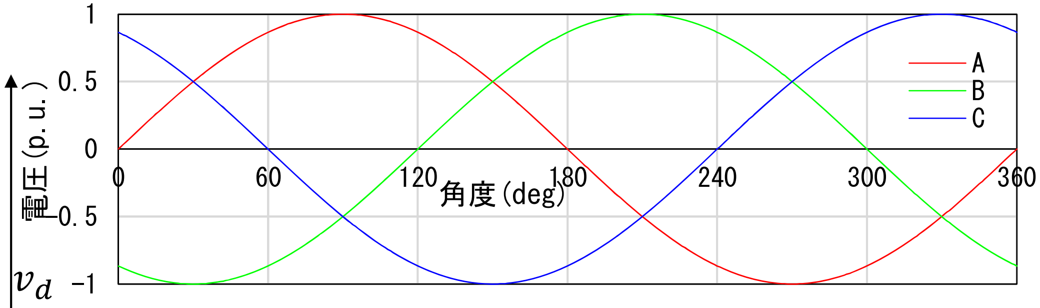
最も電圧の高い相のダイオードが導通する



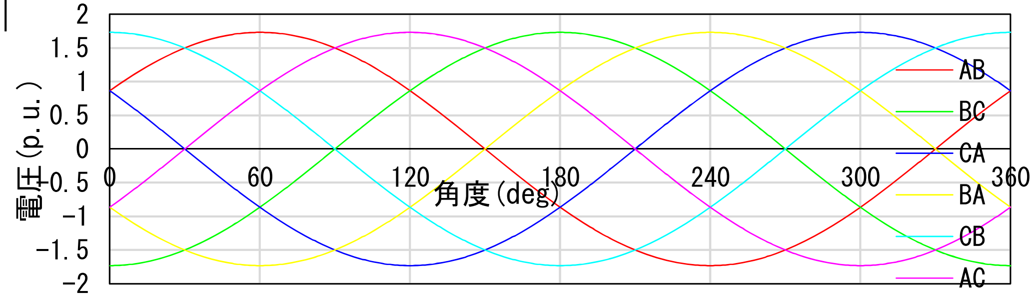
電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷





相電圧



線間電圧

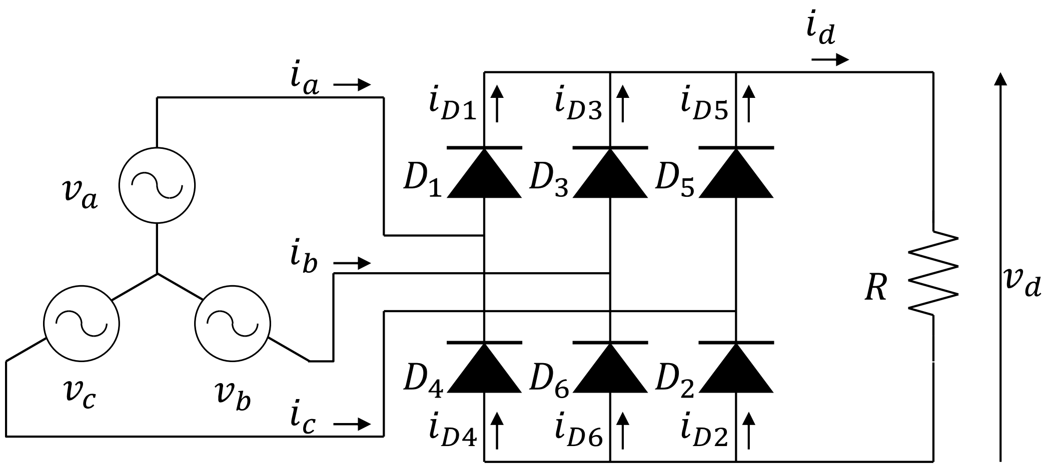
平衡三相交流電圧

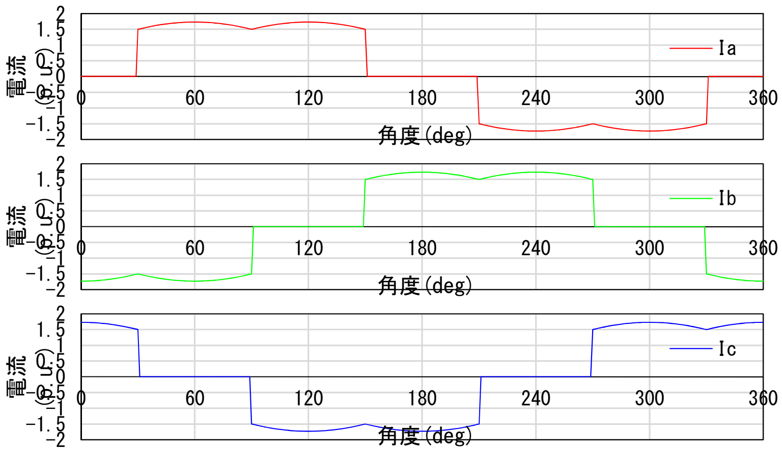
$$v_a = V\sin\omega t$$

$$v_b = V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

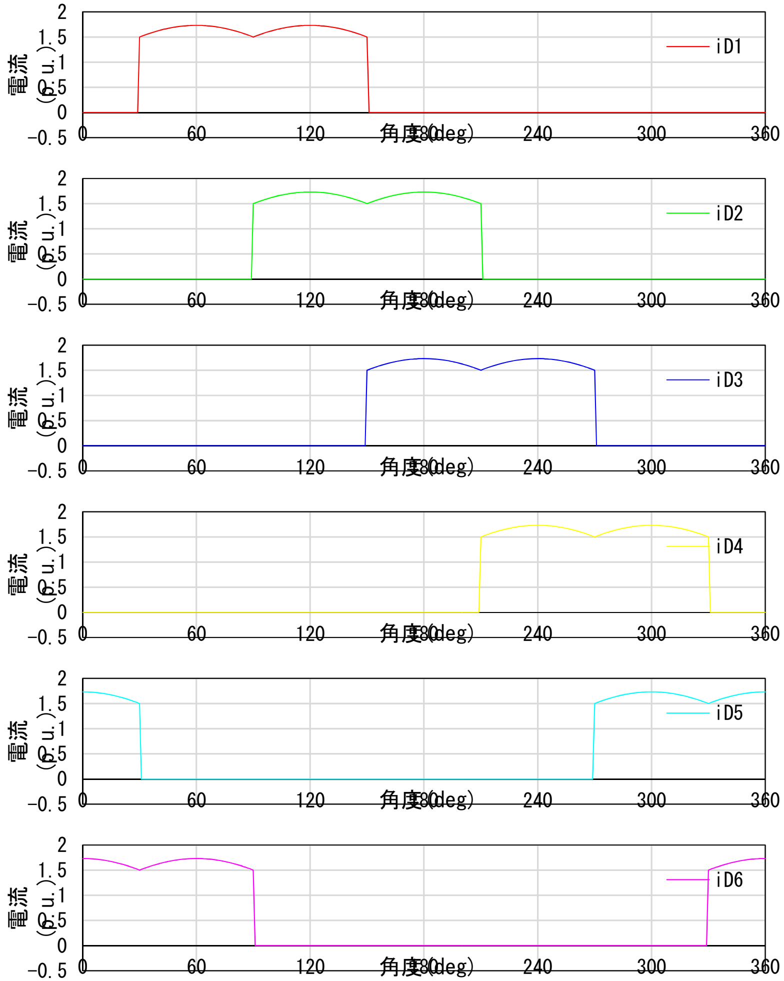
$$v_b = V\sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷



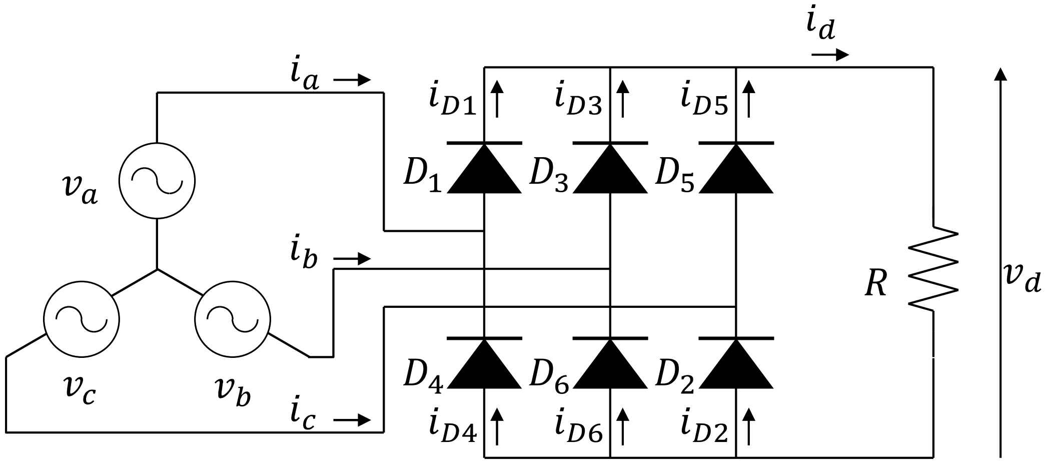


相電流



ダイオード電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷



- 導通状態となるのは上下アーム共に一つずつ
- 最も相電圧の高い相の上アームが導通
- 最も相電圧の低い相の下アームが導通
- 同じ相の上下アームが同時に導通状態となることはない
- 負荷には線間電圧が出力

平衡三相交流電圧

$$v_a = V\sin\omega t$$

$$v_b = V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_b = V\sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 相電圧と線間電圧の関係
  - $V_{ab} = V\sin\omega t - V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$

$$= V\left\{\sin\omega t - \sin\omega t\cos\frac{2}{3}\pi + \cos\omega t\sin\frac{2}{3}\pi\right\}$$

$$= V\left\{\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$= \sqrt{3}V\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega t + \frac{1}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$= \sqrt{3}V\left\{\sin\omega t\cos\frac{\pi}{6} + \cos\omega t\sin\frac{\pi}{6}\right\} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 線間電圧
  - $V_{ab} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$
  - $V_{bc} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
  - $V_{ca} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right)$
  - $V_{ba} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{5}{6}\pi\right)$
  - $V_{cb} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
  - $V_{ac} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$

- 線間電圧が最大値となる順序
  - ab→ac →bc →ba →ca →cb →ab
  - $V_{ab} = V_{cb}$となる時点$\left(\omega t < \frac{\pi}{6}\right)$を基準にとる$\omega t' = 0$
    - $0 < \omega t' < \frac{\pi}{3}$　D1, D6
    - $\frac{\pi}{3} < \omega t' < \frac{2\pi}{3}$　D1, D2
    - $\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \pi$　D2, D3
    - $\pi < \omega t' < \frac{4\pi}{3}$　D3, D4
    - $\frac{4\pi}{3} < \omega t' < \frac{5\pi}{3}$　D4, D5
    - $\frac{5\pi}{3} < \omega t' < 2\pi$　D5, D6

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- ダイオード別の導通期間
  - D1　　$0 < \omega t' < \frac{2\pi}{3}$
  - D2　　$\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \pi$
  - D3　　$\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \frac{4\pi}{3}$
  - D4　　$\pi < \omega t' < \frac{5\pi}{3}$
  - D5　　$\frac{4\pi}{3} < \omega t' < 2\pi$
  - D6　　$\frac{5\pi}{3} < \omega t' < \frac{7\pi}{3}$
  - 各導通期間は$\frac{2\pi}{3}$

- 相電流
  - $i_a = i_{D1} - i_{D4}$
  - $i_b = i_{D3} - i_{D6}$
  - $i_c = i_{D5} - i_{D2}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 直流出力平均電圧
  - $V_{Oavg} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3} V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}\left[-\cos\frac{2\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}\right] = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}$$

- 直流出力平均電流
  - $I_{Oavg} = \frac{V_O}{R}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 直流出力電圧実効値

$$V_{Orms} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\pi}{3}}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sqrt{3}V\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\right\}^2 d\omega t} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)d\omega t}$$

$$= \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos\left(2\omega t+\frac{\pi}{3}\right)}{2}d\omega t} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\left[\frac{\omega t}{2}-\frac{\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{3}\right)}{4}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}}$$

$$= \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12}-\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}}$$

- 直流出力電流実効値
  - $I_{Orms} = \frac{V_{Orms}}{R} = \frac{3V}{R\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- ダイオード一つ当たり導通期間1/3周期
  - 平均電流　$I_{Davg} = \frac{1}{3} I_{Oavg}$
  - 実効値電流　$I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{3} {I_{Orms}}^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{Orms}$
- 相電流
  - 実効値電流　$I_{prms} = \sqrt{\frac{2}{3} {I_{Orms}}^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{Orms}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 出力電圧高調波
  - $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = V_{Oavg} = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}$　　直流成分
    - $b_0 = 0$
    - $a_i = \frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\begin{array}{c} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \\ + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \\ + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \end{array}\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- a_iの係数
- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \cos i\omega t \, d\omega t = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2} d\omega t$
- $= \left[\frac{\cos\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$
- $= \frac{\cos\left((1-i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left((1-i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left((1+i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left((1+i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}$
- $= \frac{\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1+i)}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=-\cos-\frac{\pi}{6}i-\cos-\frac{\pi}{2}i-\cos-\frac{5\pi}{6}i-\cos-\frac{7\pi}{6}i-\cos-\frac{3\pi}{2}i-\cos-\frac{11\pi}{6}i$
- $=-\left\{\cos\frac{\pi}{6}i+\cos\frac{\pi}{2}i+\cos\frac{5\pi}{6}i+\cos\frac{7\pi}{6}i+\cos\frac{3\pi}{2}i+\cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$
  - $\cos\left(A+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(A+\frac{\pi}{3}\right)=\cos A\cos\frac{2\pi}{3}-\sin A\sin\frac{2\pi}{3}-\cos A\cos\frac{\pi}{3}+\sin A\sin\frac{\pi}{3}=-\cos A$

ダイオード整流回路 三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=-\cos\frac{\pi}{6}i-\cos\frac{\pi}{2}i-\cos\frac{5\pi}{6}i-\cos\frac{7\pi}{6}i-\cos\frac{3\pi}{2}i-\cos\frac{11\pi}{6}i$
- $=-\left\{\cos\frac{\pi}{6}i+\cos\frac{\pi}{2}i+\cos\frac{5\pi}{6}i+\cos\frac{7\pi}{6}i+\cos\frac{3\pi}{2}i+\cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k$
  - $\cos\frac{\pi}{6}6k + \cos\frac{\pi}{2}6k + \cos\frac{5\pi}{6}6k + \cos\frac{7\pi}{6}6k + \cos\frac{3\pi}{2}6k + \cos\frac{11\pi}{6}6k = 6\cos\pi k = 6(-1)^k$
- $i = 6k + 1$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+2) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+2) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k + 3$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+3) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+3) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+4) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+5) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+5) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $a_i = \frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\frac{-6(-1)^k}{2(1-i)} - \frac{6(-1)^k}{2(1+i)}\right\} = -\frac{3\sqrt{3}V}{2\pi}(-1)^k$
- $i = 6k$(6の整数倍の成分のみ)

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $b_i =$

$$\frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\begin{array}{c} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \sin i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \sin i\omega t \, d\omega t \\ + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \sin i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) \sin i\omega t \, d\omega t \\ + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right) \sin i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \sin i\omega t \, d\omega t \end{array}\right\}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

b_iの係数

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \sin i\omega t \, d\omega t = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\left((1-i)\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left((1+i)\omega t + \frac{\pi}{6}\right)}{2} d\omega t$$

$$= \left[\frac{\sin\left((1-i)\omega t + \frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)} + \frac{\sin\left((1+i)\omega t + \frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\sin\left((1-i)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left((1-i)\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)}$$

$$+ \frac{\sin\left((1+i)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left((1+i)\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}$$

$$= \frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}i + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{6}i + \frac{\pi}{3}\right)}{2(1-i)} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}i + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6}i + \frac{\pi}{3}\right)}{2(1+i)}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$+\sin\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$+\sin\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$-\sin\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=\sin-\frac{\pi}{6}i+\sin-\frac{\pi}{2}i+\sin-\frac{5\pi}{6}i+\sin-\frac{7\pi}{6}i+\sin-\frac{3\pi}{2}i+\sin-\frac{11\pi}{6}i$$
$$=-\left\{\sin\frac{\pi}{6}i+\sin\frac{\pi}{2}i+\sin\frac{5\pi}{6}i+\sin\frac{7\pi}{6}i+\sin\frac{3\pi}{2}i+\sin\frac{11\pi}{6}i\right\}$$

- $\sin\left(A+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)=\sin A\cos\frac{2\pi}{3}+\cos A\sin\frac{2\pi}{3}-\sin A\cos\frac{\pi}{3}-\cos A\sin\frac{\pi}{3}=\sin A$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\sin\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=\sin\frac{\pi}{6}i+\sin\frac{\pi}{2}i+\sin\frac{5\pi}{6}i+\sin\frac{7\pi}{6}i+\sin\frac{3\pi}{2}i+\sin\frac{11\pi}{6}i$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k$
  - $\sin\frac{\pi}{6}6k + \sin\frac{\pi}{2}6k + \sin\frac{5\pi}{6}6k + \sin\frac{7\pi}{6}6k + \sin\frac{3\pi}{2}6k + \sin\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+1) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+1) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+2) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+2) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

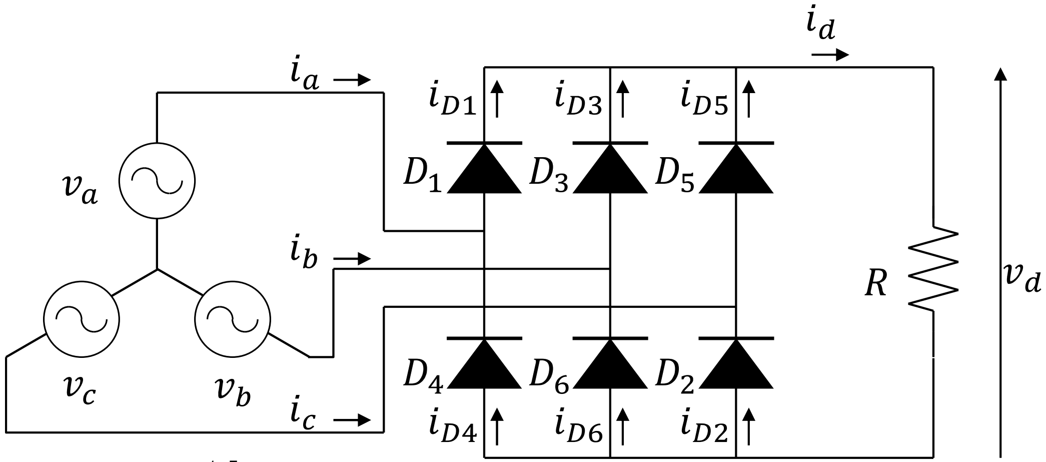
ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

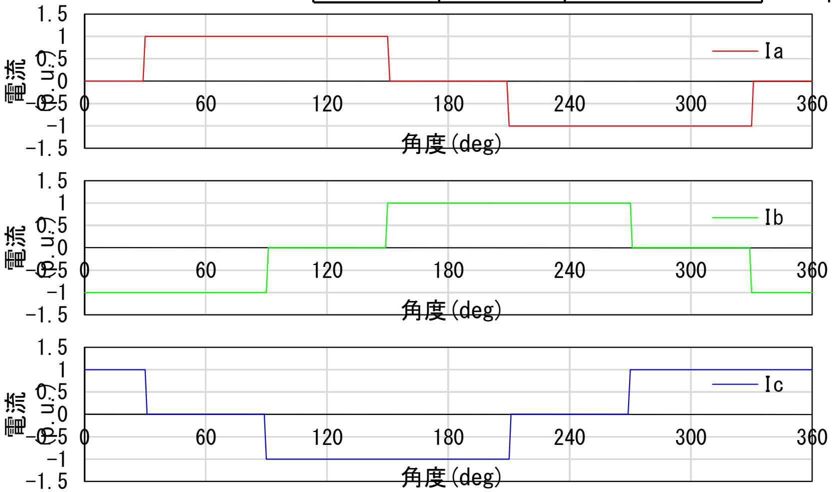
- $i = 6k + 3$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+3) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+3) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+4) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+4) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+5) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+5) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

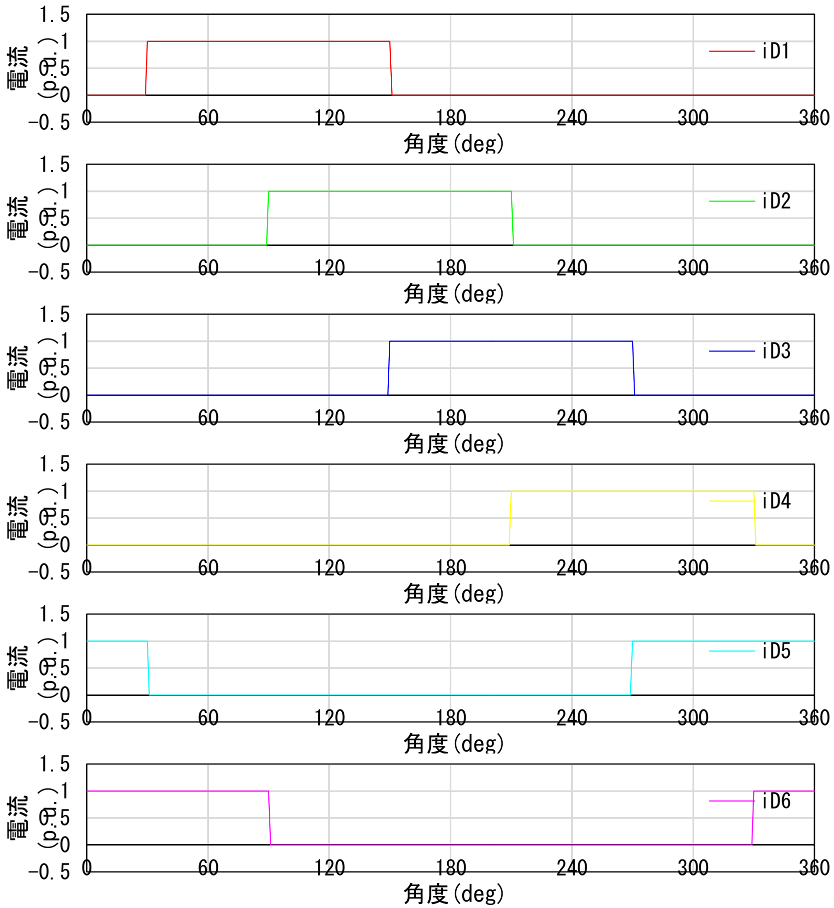
- b_i =0

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流





相電流



ダイオード電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- 交流相電流実効値

$$I_{prms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} {I_o}^2 d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (-I_o)^2 d\omega t\right\}} = \frac{I_o}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\left\{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} - \frac{7\pi}{6}\right\}}$$

$$= I_o\sqrt{\frac{2}{3}}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- 交流電流高調波
  - $i_o(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = 0$
    - $b_0 = 0$　　直流成分
    - $a_i = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_o \cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -I_o \cos i\omega t\, d\omega t\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi}\left\{\left[\frac{\sin i\omega t}{i}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} - \left[\frac{\sin i\omega t}{i}\right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}}\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{\sin\frac{5\pi}{6}i - \sin\frac{\pi}{6}i - \sin\frac{11\pi}{6}i + \sin\frac{7\pi}{6}i\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{-\sin\frac{\pi}{6}i + \sin\frac{5\pi}{6}i + \sin\frac{7\pi}{6}i - \sin\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路 三相全波整流回路　直流定電流

- $b_i = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_o \sin i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -I_o \sin i\omega t \, d\omega t\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi}\left\{\left[\frac{-\cos i\omega t}{i}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} - \left[\frac{-\cos i\omega t}{i}\right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}}\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{-\cos\frac{5\pi}{6}i + \cos\frac{\pi}{6}i + \cos\frac{11\pi}{6}i - \cos\frac{7\pi}{6}i\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{\cos\frac{\pi}{6}i - \cos\frac{5\pi}{6}i - \cos\frac{7\pi}{6}i + \cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路 三相全波整流回路　直流定電流

- $i = 6k$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}6k + \sin\frac{5\pi}{6}6k + \sin\frac{7\pi}{6}6k - \sin\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+1) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+2) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- $i = 6k + 3$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+3) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+4) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+5) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路 三相全波整流回路　直流定電流

- $i = 6k$
  - $\cos\frac{\pi}{6}6k - \cos\frac{5\pi}{6}6k - \cos\frac{7\pi}{6}6k + \cos\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+1) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+1) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 2\sqrt{3}\cos\pi k = 2\sqrt{3}(-1)^k$
- $i = 6k + 2$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+2) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+2) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- $i = 6k + 3$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+3) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+3) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+4) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+4) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+5) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+5) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+5) = -2\sqrt{3}\cos\pi k = -2\sqrt{3}(-1)^k$

ダイオード整流回路 三相全波整流回路　直流定電流

- $i_o = \frac{I_o}{2\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{\sqrt{3}(-1)^k}{6k+1}\sin(6k+1)\omega t - \frac{\sqrt{3}(-1)^k}{6k+5}\sin(6k+5)\omega t\right]$
- $6k \pm 1$の高調波