回路とシステム
第九回
2ポート回路

舟木　剛

平成30年12月17日2限

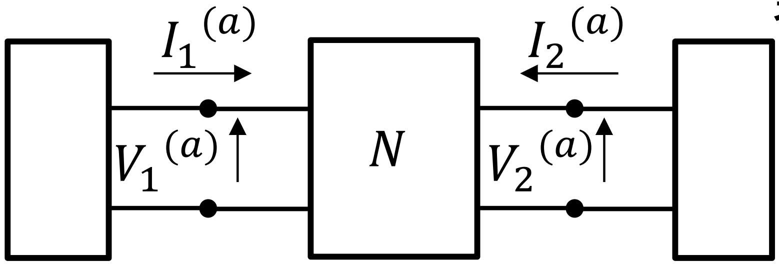
講義計画

- 回路方程式　1回　※回路理論Ⅰ 3章
  - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析　1回　※回路理論Ⅱ 3章
- 線形回路の応答　2回　※回路理論Ⅱ 4章
  - 零入力応答（重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性）
  - 零状態応答（伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答）
- １ポート回路　3回　※回路理論Ⅱ 5章
  - テブナン・ノートンの定理
  - 安定性と正実性（開放安定性、短絡安定性、正実関数）
- ２ポート回路　4回　※回路理論Ⅱ 6章・8章
  - 2ポート回路の行列表現
  - 相反2ポート回路
  - 相互接続
  - 分布定数回路の等価回路（T形等価回路、π形等価回路）
- 状態方程式による回路解析　2回　※回路理論Ⅱ ７章
  - 状態方程式の導出（状態変数、状態方程式、出力方程式）
  - 状態方程式の解（零入力応答、零状態応答）
- 三相交流　1回
  - 平衡三相回路

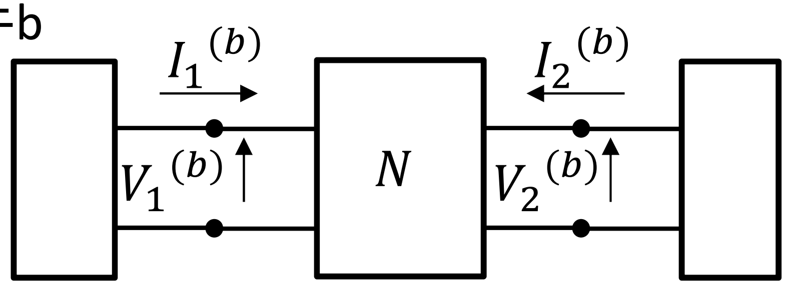
相反2ポート回路

- 相反条件
  - 異なる条件で動作しているポート電流$\boldsymbol{I}^{(a)}, \boldsymbol{I}^{(b)}$とポート電圧$\boldsymbol{V}^{(a)}, \boldsymbol{V}^{(b)}$の積和が一致する
    - $\boldsymbol{I}^{(a)}(s)^T \boldsymbol{V}^{(b)}(s) = \boldsymbol{I}^{(b)}(s)^T \boldsymbol{V}^{(a)}(s)$
    - 内部の電圧･電流に依らない
    - 相反2ポート回路
      - ${I_1}^{(a)}{V_1}^{(b)} + {I_2}^{(a)}{V_2}^{(b)} = {I_1}^{(b)}{V_1}^{(a)} + {I_2}^{(b)}{V_2}^{(a)}$

条件a



条件b

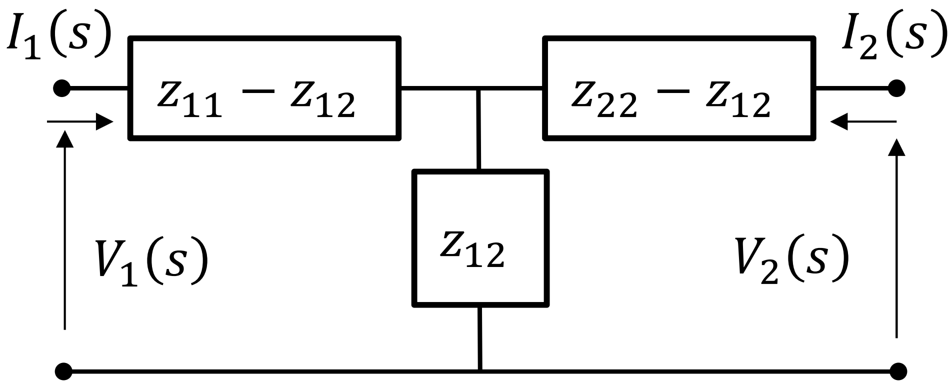


相反2ポート回路のT型等価回路

- $z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$　　$V_1 = (z_{11} - z_{12})I_1 + z_{12}I_1 = z_{11}I_1$
- $z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$　　$V_2 = z_{12}I_1 + (z_{22} - z_{12})I_2 = z_{12}I_1$
- $z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$　　$V_2 = (z_{22} - z_{12})I_2 + z_{12}I_2 = z_{22}I_2$
- $z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$　　$V_1 = (z_{11} - z_{12})I_1 + z_{12}I_2 = z_{12}I_2$

2ポート回路の相反条件

$z_{12} = z_{21}$



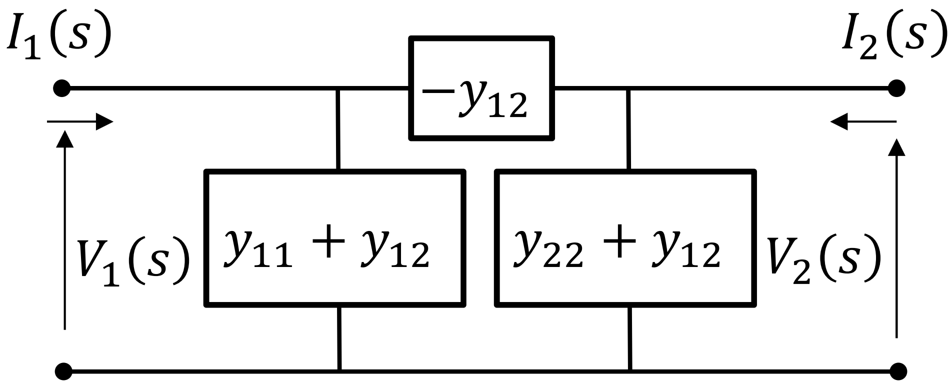
等価回路

相反2ポート回路のπ型等価回路

- $y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$ $\quad I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}V_1 = y_{11}V_1$
- $y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$ $\quad I_2 = (y_{22} + y_{12})V_2 - y_{12}(0 - V_1) = y_{12}V_1$
- $y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$ $\quad I_2 = -y_{12}V_2 + (y_{22} + y_{12})V_2 = y_{22}V_2$
- $y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$ $\quad I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}(0 - V_2) = y_{12}V_2$

2ポート回路の相反条件

$y_{12} = y_{21}$



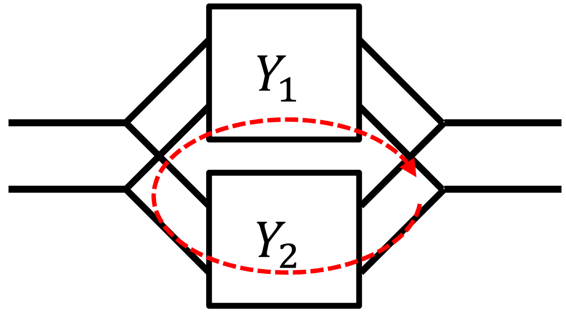
等価回路

相互接続

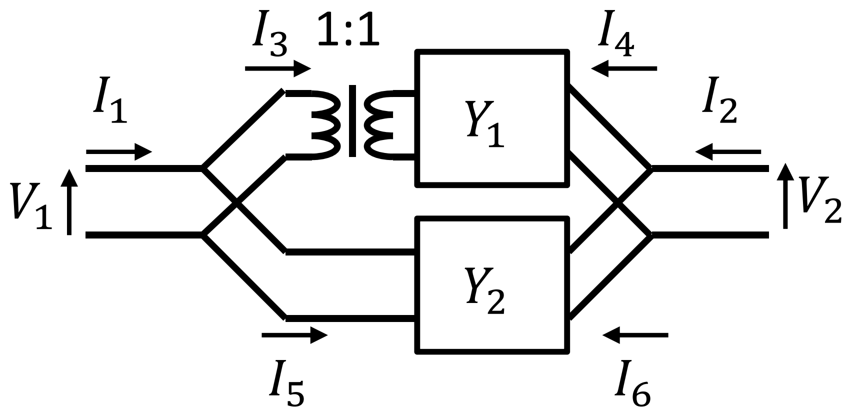
- 2つの2ポート回路
  - 並列接続
  - 直列接続
  - 直並列接続
  - 並直列接続
  - 縦続接続

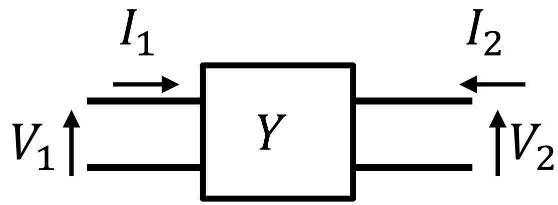
並列接続

- アドミタンス行列表現
  - 合成回路Y
  - 部分回路Y_1, Y_2
- ポート条件を満たす
  - 部分回路Y_1, Y_2
    - 理想変成器を使用
      - 一次側，二次側共に満たす
  - 部分回路が満たすため合成回路Yも満たす



ループ電流が流れる





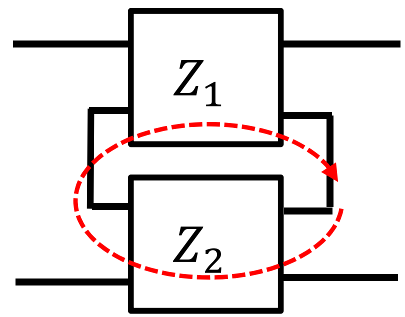
並列接続

- KCL
  - $I_1 = I_3 + I_5$
  - $I_2 = I_4 + I_6$
- アドミタンス行列
  - $\begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = Y_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = Y_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
  - $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$
    $= Y_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + Y_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
    $= (Y_1 + Y_2) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
  - $Y = Y_1 + Y_2$

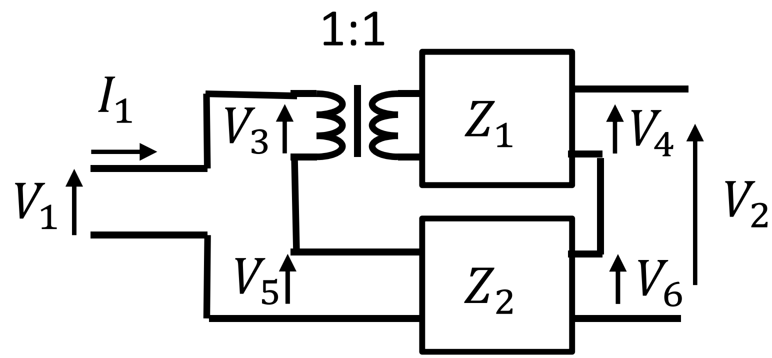
並列接続された合成2ポート回路のアドミタンス行列Yは部分回路のアドミタンス行列Y_1, Y_2の和となる

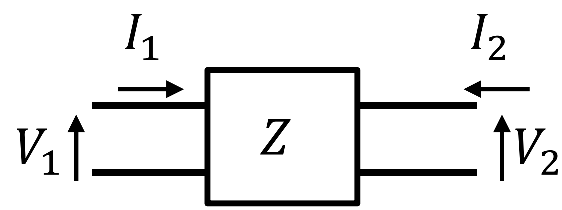
直列接続

- インピーダンス行列表現
  - 合成回路Z
  - 部分回路Z_1, Z_2
- ポート条件を満たす
  - 部分回路Z_1, Z_2
    - 理想変成器を使用
      - 一次側，二次側共に満たす
  - 部分回路が満たすため
    合成回路Zも満たす



ループ電流が流れる





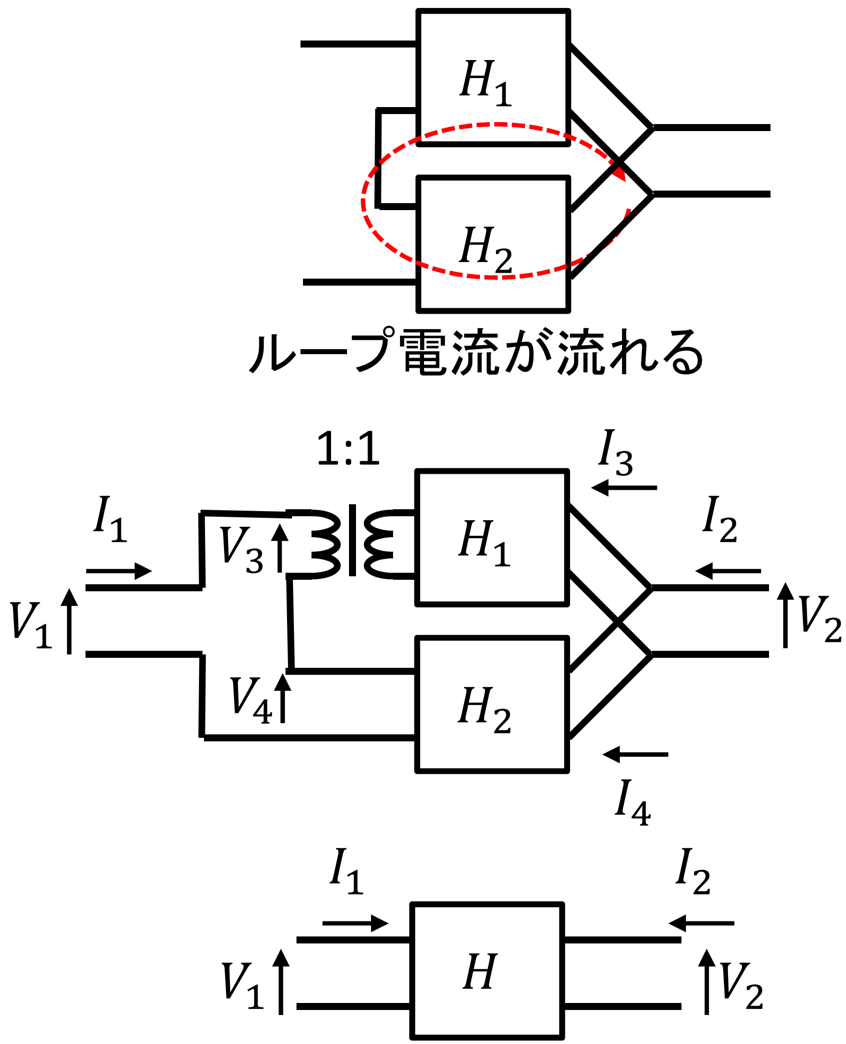
直列接続

- KVL
  - $V_1 = V_3 + V_5$
  - $V_2 = V_4 + V_6$
- インピーダンス行列
  - $\begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = Z_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = Z_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
  - $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}$
    $= Z_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + Z_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
    $= (Z_1 + Z_2) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
  - $Z = Z_1 + Z_2$

直列接続された合成2ポート回路のインピーダンス行列Zは部分回路のインピーダンスアドミタンス行列Y_1, Y_2の和となる

直並列接続

- ハイブリッド行列表現
  - 一次側直列接続
  - 二次側並列接続
  - 合成回路H
  - 部分回路H_1, H_2
- ポート条件を満たす
  - 部分回路H_1, H_2
    - 理想変成器を使用
      - 一次側，二次側共に満たす
  - 部分回路が満たすため合成回路Zも満たす



直並列接続

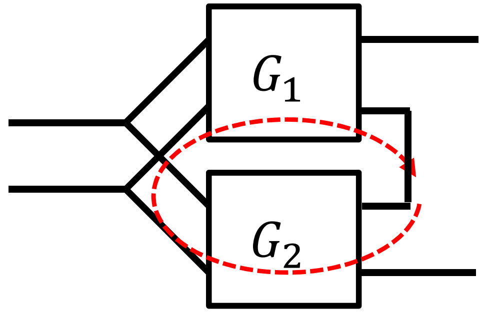
- KVL
  - $V_1 = V_3 + V_4$
- KCL
  - $I_2 = I_3 + I_4$
- ハイブリッド行列
  - $\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

- 合成2ポート回路
  - $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix}$
    $= H_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + H_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
    $= (H_1 + H_2) \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
  - $H = H_1 + H_2$

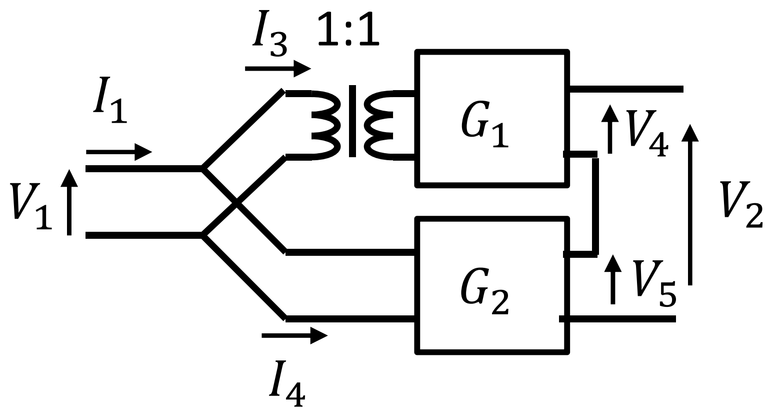
直並列接続された合成2ポート回路のハイブリッド行列Hは部分回路のハイブリッド行列H_1, H_2の和となる

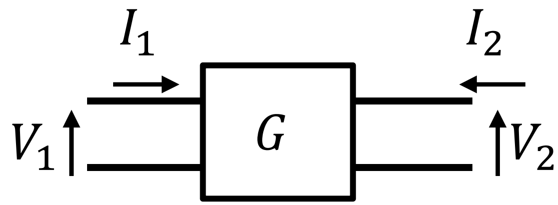
並直列接続

- 逆ハイブリッド行列表現
  - 一次側並列接続
  - 二次側直列接続
  - 合成回路G
  - 部分回路G_1, G_2
- ポート条件を満たす
  - 部分回路G_1, G_2
    - 理想変成器を使用
      - 一次側，二次側共に満たす
  - 部分回路が満たすため
    合成回路Zも満たす



ループ電流が流れる





並直列接続

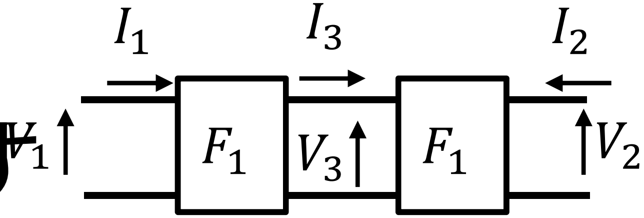
- KCL
  - $I_1 = I_3 + I_4$
- KCL
  - $V_2 = V_3 + V_4$
- 逆ハイブリッド行列
  - $\begin{bmatrix} I_3 \\ V_3 \end{bmatrix} = G_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} I_4 \\ V_4 \end{bmatrix} = G_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

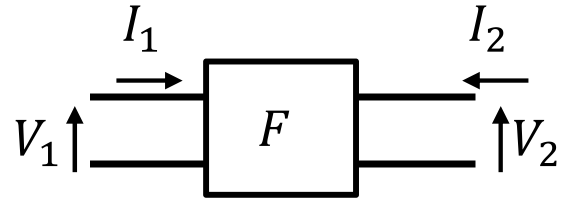
- 合成2ポート回路
  - $\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ V_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_4 \\ V_4 \end{bmatrix}$
    $= G_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + G_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
    $= (G_1 + G_2) \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
  - $G = G_1 + G_2$

並直列接続された合成2ポート回路の逆ハイブリッド行列Gは部分回路のハイブリッド行列G_1, G_2の和となる

縦続接続

- 2ポート回路を鎖状に接続
  - 縦続接続
- 部分回路がポート条件を満たす
  - 理想変成器は不要





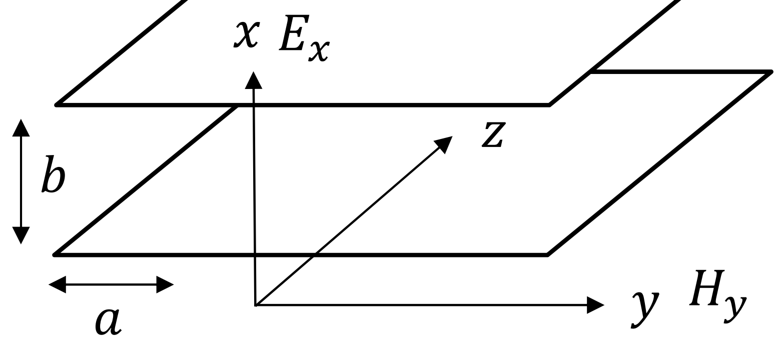
- $\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = F_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = F_2 \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = F_2 F_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$
- $F = F_1 F_2$

縦続接続された合成2ポート回路の伝送行列Fは部分回路の伝送行列F_1, F_2の積となる

分布定数線路

- TEM波:電界$\boldsymbol{E}$と磁界$\boldsymbol{H}$が伝搬方向zに直角な横断面のみに存在$E_z = H_z = 0$
  - $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}_x E_x + \boldsymbol{i}_y E_y \equiv \boldsymbol{E}_T$
  - $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}_x H_x + \boldsymbol{i}_y H_y \equiv \boldsymbol{H}_T$
- Maxwell方程式
  - $\nabla \times \boldsymbol{E}_T = -\mu \dfrac{\partial \boldsymbol{H}_T}{\partial t}$
  - $\nabla \times \boldsymbol{H}_T = \varepsilon \dfrac{\partial \boldsymbol{E}_T}{\partial t}$

平行平板導体
媒質の誘電率ε，透磁率μ



分布定数線路

- $\nabla_T = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y}$とすると$\nabla = \nabla_T + i_z \frac{\partial}{\partial z}$
  - $\nabla_T \times \boldsymbol{E}_T = 0$ $\qquad \frac{\partial}{\partial z}(i_z \times \boldsymbol{E}_T) = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}_T}{\partial t}$
  - $\nabla_T \times \boldsymbol{H}_T = 0$ $\qquad \frac{\partial}{\partial z}(i_z \times \boldsymbol{H}_T) = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}_T}{\partial t}$
- 簡単のため
  - $\boldsymbol{E}_T = \boldsymbol{i}_x E_x(z, t)$ $\qquad x$軸方向の電界成分のみ
  - $\boldsymbol{H}_T = \boldsymbol{i}_y H_y(z, t)$ $\qquad y$軸方向の磁界成分のみ

分布定数線路

- $\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$
- $\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$
- x方向に伝搬するTEMの波動方程式
  - $\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\mu \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial H_y}{\partial z} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$
  - $\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial E_x}{\partial t} = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E_x}{\partial z} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}$