

# パワーエレクトロニクス 第六回 整流回路

平成31年5月22日

# 授業の予定

- パワーエレクトロニクスに必要な基礎知識
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流実効値  $I_{rms}$ 
  - 電源電流瞬時値  $i_d$ 
    - $i_d = i_C + i_R = C \frac{dv_d}{dt} + \frac{v_d}{R} = V \left\{ C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right\}$
  - 導通終了時点
    - $\tan \theta_{coff} = -\omega CR$
  - 導通開始時点
    - $\sin \theta_{con} = \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff})}$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_d^2 dt} =$

$$\frac{V}{R} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\{\omega^2 C^2 R^2 + 1\} \{\theta_{coff} - \theta_{con}\}}{\omega^2 C^2 R^2 - 1} \{\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}\} - \omega CR \{\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}\} \right]}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T i_d \cos \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{ V \left( C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right) \right\} \cos \omega t dt \\ &= \frac{V}{2\pi R} \left[ \omega CR (\theta_{coff} - \theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega CR}{2} (\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}) \right] \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $$\begin{aligned} b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T i_d \sin \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{ V \left( C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right) \right\} \sin \omega t dt \\ &= \frac{V}{2\pi R} \left[ \theta_{coff} - \theta_{con} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega CR}{2} (\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}) \right] \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- 力率:  $pf = \cos(\theta_1 - \phi_1)$

- $\theta_1$ : 電圧基本波位相

- $\phi_1$ : 電流基本波位相

- $\phi_1 = \tan^{-1} \frac{b_1}{a_1}$

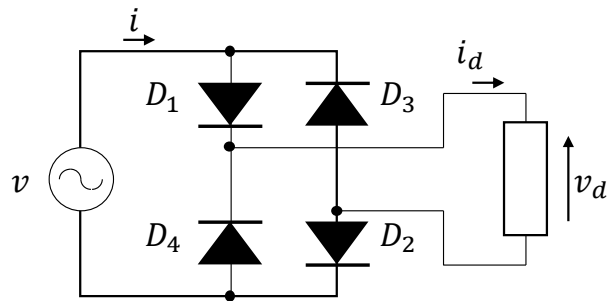
- 歪率:  $DF = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$

- $I_{1,rms} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$

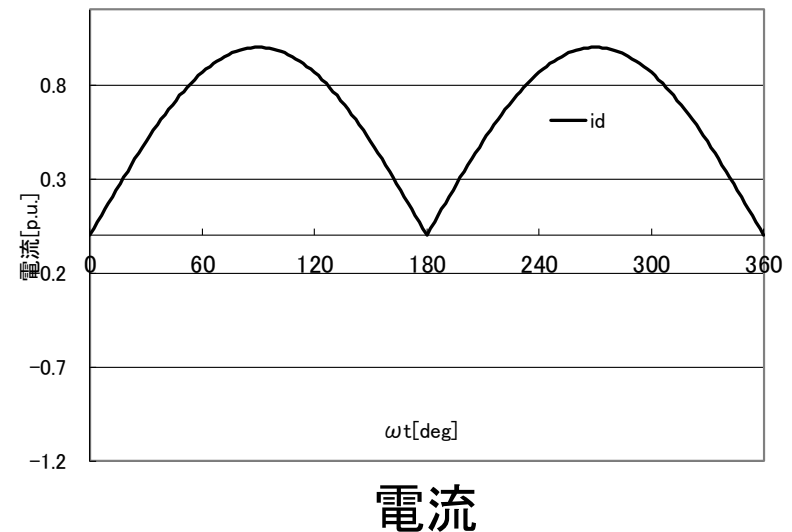
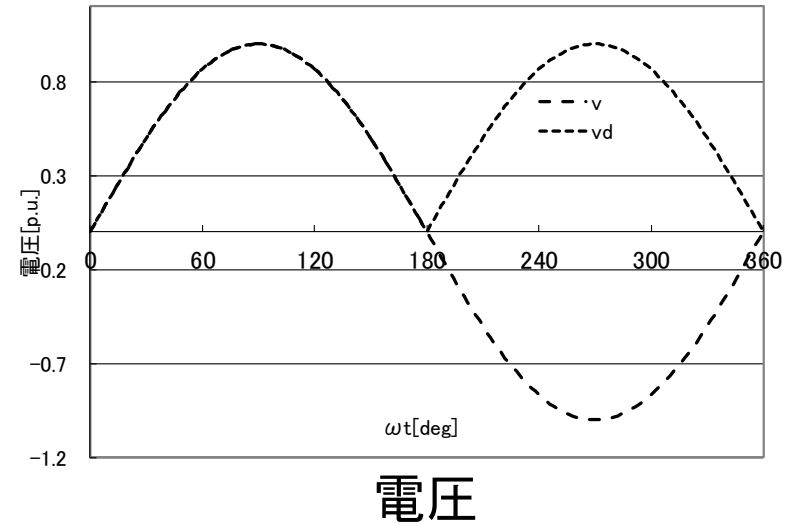
- 歪波力率:  $pf_d = DF \cos(\theta_1 - \phi_1)$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷



- 電源交流電圧:  $v(t) = V \sin \omega t$
- $v(t) > 0$  ( $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$ )
  - 導通D1, D2, 遮断:D3,D4
- $v(t) < 0$  ( $\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}$ )
  - 導通D3, D4, 遮断:D1,D2





# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

- 直流電圧平均値

- $$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} v(t) dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -v(t) dt \right\} \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} V \sin \omega t dt = \frac{2V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t dt \\ &= \frac{2V}{T} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2V}{\omega T} \{-\cos \pi + \cos 0\} \\ &= \frac{2V}{2\pi} \{1 + 1\} = \frac{2V}{\pi} \end{aligned}$$

- 直流電流の平均値

- $$I_d = \frac{V_d}{R} = \frac{2V}{\pi R}$$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

- 直流電圧脈動率
  - (最大電圧-最小電圧)/平均電圧
  - $\frac{V-0}{V_d} = \frac{V}{\frac{2V}{\pi}} = \frac{\pi}{2}$

基本波周波数成分( $i = 1$ )は現れない  
高調波に対応する $b_i(i > 1)$ の成分は無い  
高調波成分 $a_i$ は 奇数は $a_i = 0$ ,偶数は存在  
出力波形が上下非対称振幅は高調波の  
次数 $i$ に反比例

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

- 出力電圧に含まれる高調波

- $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$

- $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt = V_d = \frac{2V}{\pi}$

- $b_0 = 0$

- $a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t dt$

$$= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V \sin \omega t \cos \omega t dt \right\}$$

$$= \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin \omega t \cos \omega t dt = \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\sin 2\omega t}{2} dt$$

$$= \frac{V}{T} \left[ \frac{-\cos 2\omega t}{2\omega} \right]_{0T}^{\frac{TT}{22}} = \frac{V}{2\omega T} \{-\cos 2\pi + 1\} = \frac{V}{4\pi} \{-1 + 1\} = 0$$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

$$\begin{aligned} \bullet \quad b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \sin \omega t \, dt \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V \sin \omega t \sin \omega t \, dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V \sin \omega t \sin \omega t \, dt \right\} \\ &= \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin \omega t \sin \omega t \, dt = \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2} \, dt \\ &= \frac{V}{T} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_{0T}^{\frac{TT}{22}} \\ &= \frac{V}{T} \left\{ \frac{T}{2} - 0 + \frac{T}{2} - T - \frac{\sin 2\pi - 0 + \sin 2\pi - \sin 4\pi}{2\omega} \right\} = 0 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad a_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t \, dt \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V \sin \omega t \cos i\omega t \, dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V \sin \omega t \cos i\omega t \, dt \right\} \\
 &= \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin \omega t \cos i\omega t \, dt = \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2} \, dt \\
 &= \frac{V}{T} \left[ \frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} \right]_{0T}^{\frac{TT}{22}} \\
 &= \frac{2V}{\omega T} \left\{ \frac{-\cos(1+i)\pi + 1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)\pi + 1}{1-i} \right\} \\
 &= \frac{V}{\pi} \left\{ \frac{1 - (-1)^{1+i}}{1+i} + \frac{1 - (-1)^{1-i}}{1-i} \right\}
 \end{aligned}$$

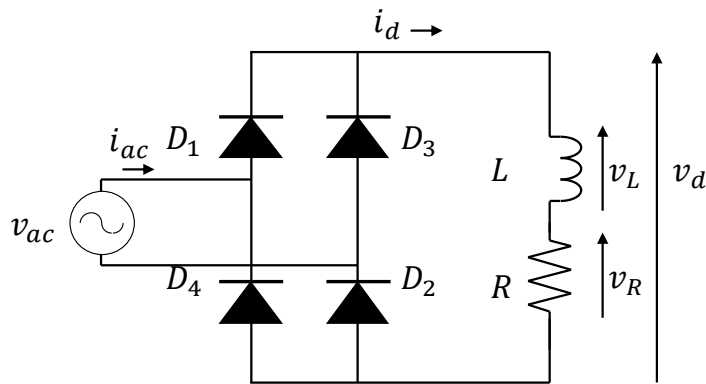
# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 抵抗負荷

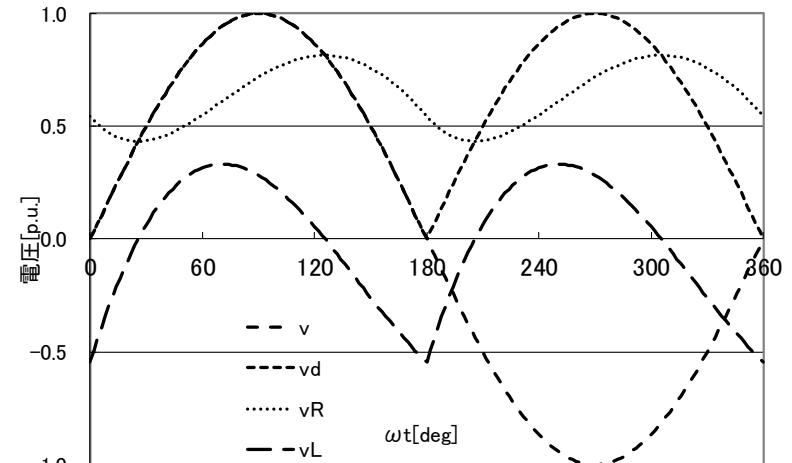
$$\begin{aligned}
 & \bullet b_i = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \sin i\omega t dt \\
 & = \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V \sin \omega t \sin i\omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V \sin \omega t \sin i\omega t dt \right\} \\
 & = \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin \omega t \sin i\omega t dt \\
 & = \frac{2V}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2} dt \\
 & = \frac{V}{T} \left[ \frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} \right]_{0T}^{\frac{TT}{22}} \\
 & = \frac{2V}{\omega T} \left\{ \frac{\sin(1-i)\pi - 0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)\pi - 0}{1+i} \right\} \\
 & = \frac{2V}{\omega T} \left\{ \frac{0-0}{1-i} - \frac{0-0}{1+i} \right\} = 0 \quad \text{パワエレ-6}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

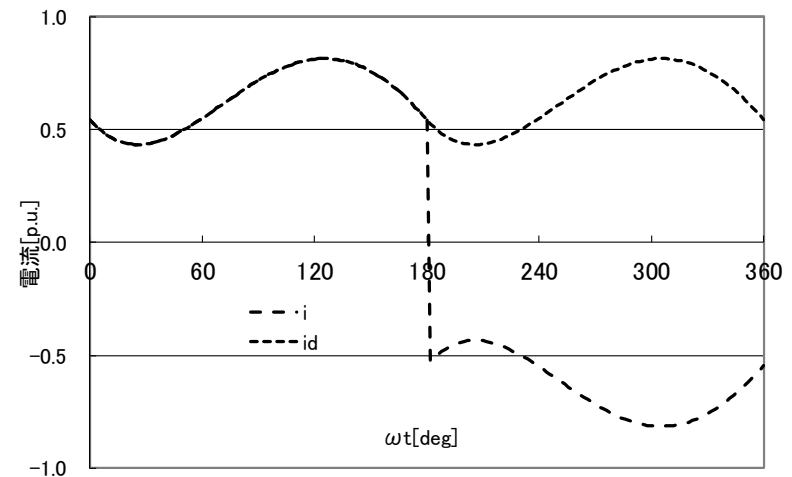
## 全波整流回路 誘導性負荷



- 直流電流が0とならない連続導通動作



電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 誘導性負荷

- 電源電圧 $v$ はRとLで分担

- $v_R = Ri_d$

- $v_L = L \frac{di_d}{dt}$

- 導通状態のKVL

- $v = v_R + v_L = Ri_d + L \frac{di_d}{dt}$   $v(t) = V \sin \omega t$

- $V \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} = RI_d + L(sI_d - i_{d0})$

- 電流初期値: $i_{d0}$

- $I_d = \frac{1}{Ls+R} \left( V \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} + Li_{d0} \right) = V \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_{d0}}{Ls+R}$

パワエレ-6



# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 誘導性負荷

- $$I_d = \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( \frac{\omega L}{s + \frac{R}{L}} - \omega L \frac{s}{s^2 + \omega^2} + R \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) + \frac{i_{d0}}{s + \frac{R}{L}}$$
- $$i_d(t) = \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( \omega L e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L \cos \omega t + R \sin \omega t \right) + i_{d0} e^{-\frac{R}{L}t}$$
$$= \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left( e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t \right) + R \sin \omega t \right] + i_{d0} e^{-\frac{R}{L}t}$$
  - $t = \frac{T}{2}$ の時点で導通ダイオードのペアが交代
  - 周期定常状態では初期値に一致する $i_{d0}$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 誘導性負荷

- $$i_d\left(\frac{T}{2}\right) = i_d\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = i_{d0}$$
$$= \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left( e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \cos \pi \right) + R \sin \pi \right] + i_{d0} e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$$
$$= \frac{V \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} + 1 \right) + i_{d0} e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$$
- $$i_{d0} \left( 1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} \right) = \frac{V \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( 1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} \right)$$
- $$i_{d0} = \frac{V \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}$$
  - $i_{d0} > 0$  となり連続導通の条件が成り立つ

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 誘導性負荷

- $i_d(t)$ の解析解

- $$i_d(t) = \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} [\omega L (e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t) + R \sin \omega t] +$$

$$\frac{V\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$= \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L (e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t) + R \sin \omega t + \omega L \frac{1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

$$= \frac{V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \frac{2\omega L}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L \cos \omega t + R \sin \omega t \right]$$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 誘導性負荷

- 抵抗に印加される電圧  $v_R$

- $v_R = i_d R$

- $$= \frac{VR}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \frac{2\omega L}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L \cos \omega t + R \sin \omega t \right]$$

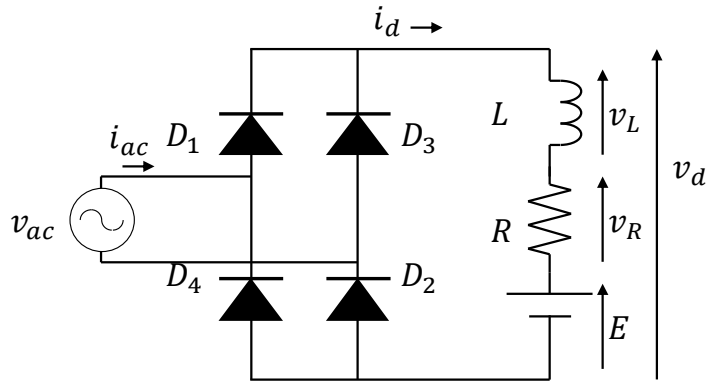
- インダクタに印加される電圧  $v_L$

- $$\frac{di_d}{dt} = \frac{V\omega}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \frac{-2R}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} + \omega L \sin \omega t + R \cos \omega t \right]$$

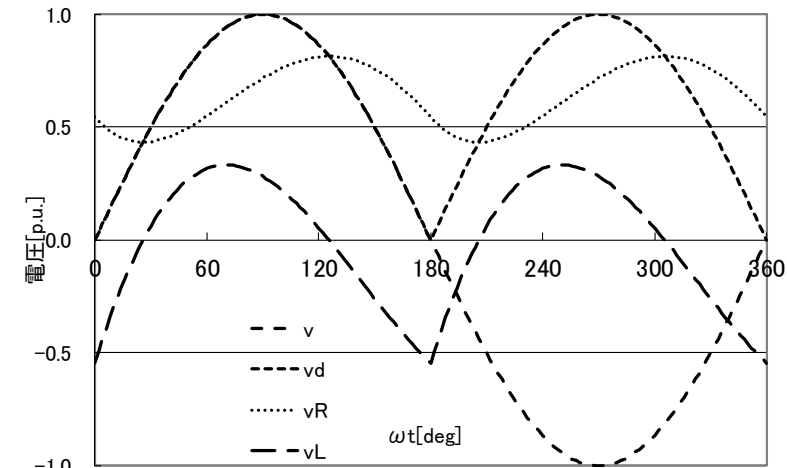
- $$v_L = L \frac{di_d}{dt} = \frac{V\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \frac{-2R}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} + \omega L \sin \omega t + R \cos \omega t \right]$$

# ダイオード整流回路

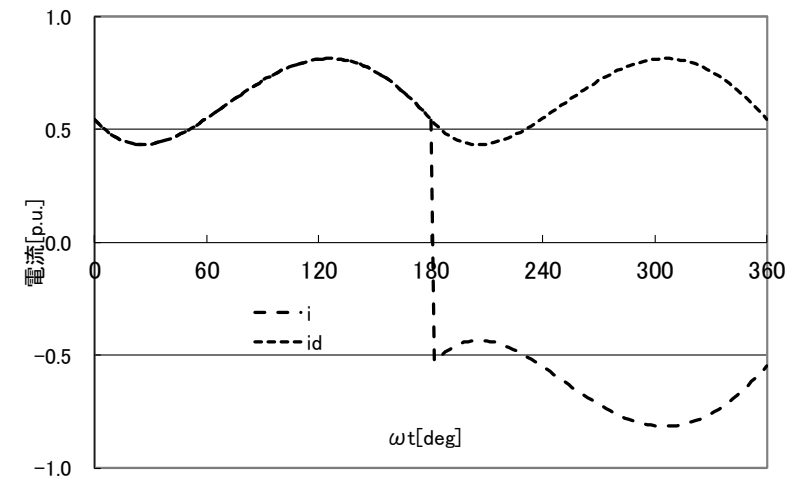
## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷



- 負荷の直流電圧源
  - 直流モータの起電力
  - 直流電流が不連続となることがある



電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

- RとLにかかる電圧

- $v_R = Ri_d$

- $v_L = L \frac{di_d}{dt}$

- 導通状態のKVL

- $v = v_R + v_L + E = Ri_d + L \frac{di_d}{dt} + E$

- $v(t) = V \sin \omega t$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

- ダイオードがターンオンする時点  $t_{on} = \frac{\theta_{on}}{\omega}$ 
  - $V \sin \omega t_{on} = V \sin \theta_{on} = E$
  - $\theta_{on} = \sin^{-1} \frac{E}{V}$
- $t_{on}$  を時間の原点においた  $\tau$  を考える
  - $t = \tau + t_{on}$
  - $dt = d\tau$
  - $V \sin \omega(\tau + t_{on}) = V \sin(\omega\tau + \theta_{on}) = Ri_d + L \frac{di_d}{dt} + E$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

- $V \sin \omega \tau \cos \theta_{on} + V \cos \omega \tau \sin \theta_{on} = Ri_d + L \frac{di_d}{dt} + V \sin \theta_{on}$
- $V \cos \theta_{on} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} + V \sin \theta_{on} \frac{s}{s^2 + \omega^2} = RI_d + L(sI_d - i_{d0}) + \frac{V \sin \theta_{on}}{s}$
- $(R + sL)I_d = V \cos \theta_{on} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} + V \sin \theta_{on} \frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{V \sin \theta_{on}}{s} + Li_{d0}$
- $I_d = V \cos \theta_{on} \frac{1}{R + sL} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} + V \sin \theta_{on} \frac{1}{R + sL} \frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{V \sin \theta_{on}}{s} \frac{1}{R + sL} + Li_{d0} \frac{1}{R + sL}$



# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

$$\begin{aligned} \bullet I_d = & \frac{V \cos \theta_{on}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left( \sin z \frac{1}{s + \frac{R}{L}} - \sin z \frac{s}{s^2 + \omega^2} + \cos z \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) + \\ & \frac{V \sin \theta_{on}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left( -\cos z \frac{1}{s + \frac{R}{L}} + \cos z \frac{s}{s^2 + \omega^2} + \sin z \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) - \\ & V \sin \theta_{on} \frac{1}{R} \left( -\frac{1}{s + \frac{R}{L}} + \frac{1}{s} \right) + i_{d0} \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \end{aligned}$$

$$\bullet \cos z = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\bullet \sin z = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

- $$i_d(\tau) = \frac{V \cos \theta_{on}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left( \sin z e^{-\frac{R}{L}\tau} - \sin z \cos \omega\tau + \cos z \sin \omega\tau \right) + \frac{V \sin \theta_{on}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left( -\cos z e^{-\frac{R}{L}\tau} + \cos z \cos \omega\tau + \sin z \sin \omega\tau \right) + \frac{V \sin \theta_{on}}{R} \left( e^{-\frac{R}{L}\tau} - 1 \right) + i_{d0} e^{-\frac{R}{L}\tau} =$$
$$\frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega\tau + \theta_{on} - z) + \left\{ \frac{V \sin(z - \theta_{on})}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} + \frac{V \sin \theta_{on}}{R} + i_{d0} \right\} e^{-\frac{R}{L}\tau} - \frac{V \sin \theta_{on}}{R}$$
- 連続導通の場合
  - $i_d\left(\frac{T}{2}\right) = i_{d0}$

# ダイオード整流回路

## 全波整流回路 起電力付誘導性負荷

$$\bullet \quad i_d \left( \frac{T}{2} \right) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\pi + \theta_{on} - z) + \left\{ \frac{V \sin(z - \theta_{on})}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} + \frac{V \sin \theta_{on}}{R} + i_{d0} \right\} e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \frac{V \sin \theta_{on}}{R} = i_{d0}$$

$$\bullet \quad i_{d0} \left( 1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} \right) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\theta_{on} - z) \left( 1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} \right) + \frac{V \sin \theta_{on}}{R} \left( e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - 1 \right)$$

$$\bullet \quad i_{d0} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\theta_{on} - z) \frac{1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} - \frac{V \sin \theta_{on}}{R}$$

- $i_{d0} < 0$  の場合不連続導通となる