

回路とシステム
第五回
線形回路の解析
1ポート回路
舟木 剛
2019年11月18日2限

講義計画

- 回路方程式 1回
 - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析 1回
- 線形回路の応答 2回
 - 零入力応答(重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性)
 - 零状態応答(伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答)
- 1ポート回路 3回
 - テブナン・ノートンの定理
 - 安定性と正実性(開放安定性、短絡安定性、正実関数)
- 2ポート回路 4回
 - 2ポート回路の行列表現
 - 相反2ポート回路
 - 相互接続
 - 分布定数回路の等価回路(T形等価回路、 π 形等価回路)
- 状態方程式による回路解析 2回
 - 状態方程式の導出(状態変数、状態方程式、出力方程式)
 - 状態方程式の解(零入力応答、零状態応答)
- 三相交流 1回
 - 平衡三相回路

安定伝達関数

- 伝達関数:入力に対する出力の比

- $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

- $N(s)$: s の分子多項式

- $D(s)$: s の分母多項式

- p_i :極。 $D(s) = 0$ の根

安定伝達関数

- 伝達関数の部分分数展開

- $$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = a_m s^m + \cdots + a_0 + \sum_{i=1} \frac{L_i}{s-p_i}$$

- $m = \deg N(s) - \deg D(s) \geq 0$ の場合、多項式に a_i の成分が現れる

- 分子の次数 $\deg N(s)$
- 母の次数 $\deg D(s)$
- $\deg N(s) < \deg D(s)$ の場合分数のみになる
 - 厳密にプロパー

安定伝達関数

- インパルス応答

- $$h(t) = a_m \delta^{(m)}(t) + \dots + a_0 \delta(t) + \sum_{i=1} L_i e^{p_i t} 1_+(t)$$

- $t \neq 0$ に対して $a_i \delta^{(i)}(t) = 0$

- すべて極の実部 $\text{Re}[p_i]$ が $\text{Re}[p_i] < 0$

- $t \rightarrow \infty$ でインパルス応答は0に収束

- $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{p_i t} = 0$

正弦波定常応答

- 回路が安定な伝達関数で表される場合
 - $\text{Re}[p_i] < 0 \rightarrow g(\infty) = 0$
 - 正弦波定常状態(周期定常状態)
 - 回路の入力電源を正弦波交流とすると, 十分時間の経た後の応答は入力と同じ周波数の正弦波となる
 - 位相・振幅はその限りではない
 - $H(s) = a_m s^m + \dots + a_0 + G(s)$
 - $G(s) = \frac{N'(s)}{(s-p_1)\cdots(s-p_N)}$

正弦波定常応答

- 零状態応答の正弦波定常状態
 - $t = 0$ で角周波数 ω の複素正弦波 $u(t) = U_M e^{j\omega t}$ を入力
 - $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = H(j\omega)u(t) = H(j\omega)U_M e^{j\omega t}$
 - 出力の周波数は入力と同じ, 大きさは $H(j\omega)$ 倍
 - 振幅と位相が変わる

正弦波定常応答

- s 領域での表現

- $\mathcal{L}[u(t)] = \mathcal{L}[U_M e^{j\omega t}] = \frac{U_M}{s-j\omega}$

- $Y(s) = H(s)U(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \frac{U_M}{s-j\omega}$
 $= a_m s^m + \dots + a_0 + \frac{K_0}{s-j\omega} + \sum_{i=1} \frac{L_i}{s-p_i}$

- $t \rightarrow \infty$ で $\frac{K_0}{s-j\omega}$ のみ残る

- 最終値定理 $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

- s の多項式は0に収束

- $\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{L_i}{s-p_i} = 0$

正弦波定常応答

- K_0 を求める

- $K_0 = \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega)Y(s)$

- $$= \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega)H(s) \frac{U_M}{s - j\omega} = H(j\omega)U_M$$

- $H(j\omega) \rightarrow$ 周波数応答

- $H(j\omega) = \int_{0^-}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt$ インパルス応答のフーリエ変換

正弦波定常応答

- 周波数応答の複素共役
 - $H(j\omega)^* = H(-j\omega)$
- 周波数応答の極座標表示
 - $H(j\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$
 - $A(\omega)$ は $H(j\omega)$ の振幅, $\theta(\omega)$ は $H(j\omega)$ の偏角

正弦波定常応答

- 実数値正弦波入力に対する応答

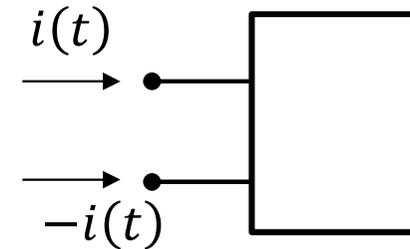
- $u(t) = U_M \cos \omega t = \frac{U_M}{2} e^{j\omega t} + \frac{U_M}{2} e^{-j\omega t}$

- $y(t) = H(j\omega) \frac{U_M}{2} e^{j\omega t} + H(-j\omega) \frac{U_M}{2} e^{-j\omega t}$
 $= \operatorname{Re}[H(j\omega) U_M e^{j\omega t}]$
 $= \operatorname{Re}[A(\omega) U_M e^{j(\omega t + \theta(\omega))}]$
 $= A(\omega) U_M \cos(\omega t + \theta(\omega))$

1ポート等価回路

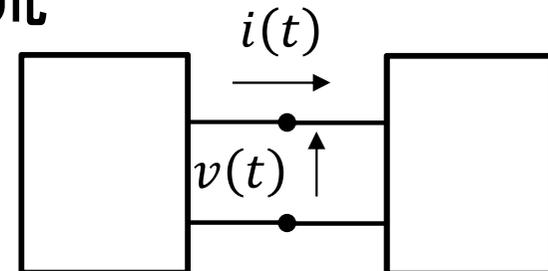
- 1ポート条件

- 2つの端子の電流の和が0
 - 端子対 \Leftrightarrow 1ポート



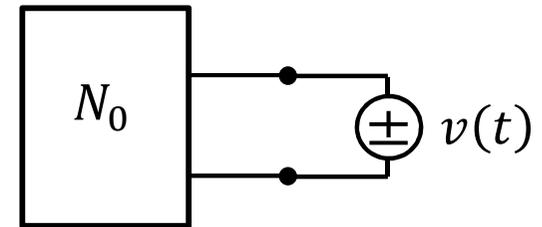
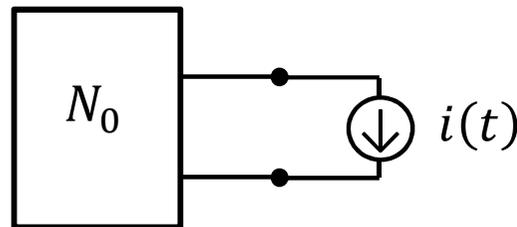
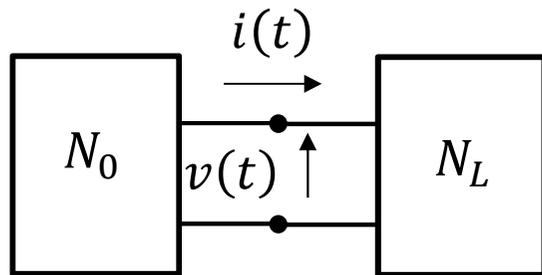
- 1ポートが1つの回路 \rightarrow 1ポート回路

- 2つの端子を介して2つの回路を接続
- $v(t)$: 端子間電圧 \Leftrightarrow 1ポート電圧
- $i(t)$: 端子電流 \Leftrightarrow 1ポート電流



代入定理

- 回路 N_0 と回路 N_L をポートを介して接続した回路 N
 - 端子間電圧 $v(t)$, 端子電流 $i(t)$
 - 回路 N_L は独立電源としてあらわすことができる
 - N_L を枝とみなす
 - KCL, KVLを満たす



1ポート等価回路

- 線形時不変回路のラプラス変換

- インピーダンス $Z(s) \rightarrow V(s) = Z(s)I(s)$

- 零状態応答

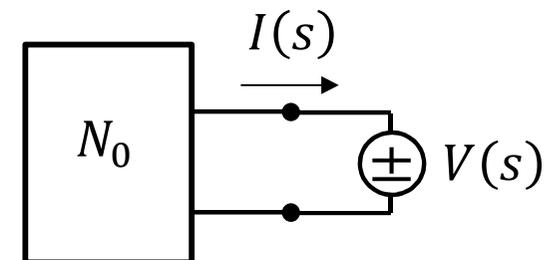
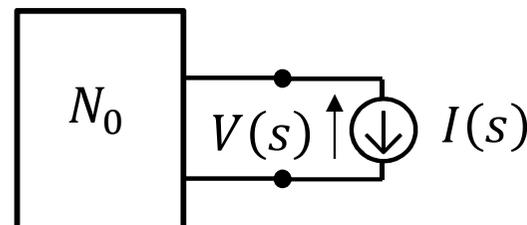
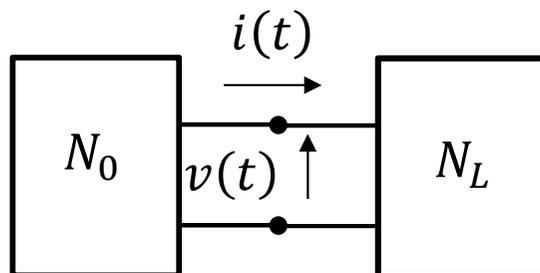
- 独立変数 $I(s)$, 従属変数 $V(s)$

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$$

- アドミタンス $Y(s) \rightarrow I(s) = Y(s)V(s)$

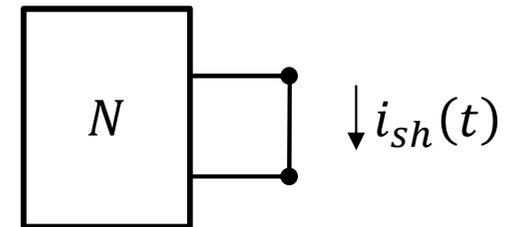
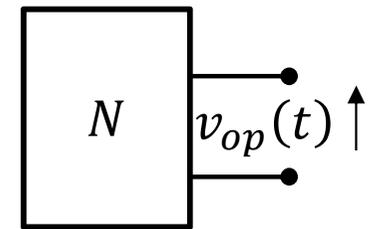
- 零状態応答

- 独立変数 $V(s)$, 従属変数 $I(s)$



テブナン・ノートンの定理

- 内部電源を持つ1ポート回路の等価回路表現
 - 1つのインピーダンスまたはアドミタンスと電源(電圧源または電流源)で表される
- 重要な関係
 - 開放電圧 $v_{op}(t)$
 - ポートを開放した時の端子間電圧
 - 短絡電流 $i_{sh}(t)$
 - ポートを短絡した時に流れる電流



テブナン・ノートンの定理

- 線形時不変回路でのラプラス変換
 - 電圧源 $E_{eq}(s) = \mathcal{L}[v_{op}(t)]$
 - 電流源 $J_{eq}(s) = \mathcal{L}[i_{sh}(t)]$
 - 零状態の回路のポートから見たインピーダンス Z_{eq} , アドミタンス Y_{eq}
 - テブナン等価回路
 - 電圧源で表す
 - ノートン等価回路
 - 電流源で表す

