

回路とシステム 第六回 1ポート回路

舟木 剛

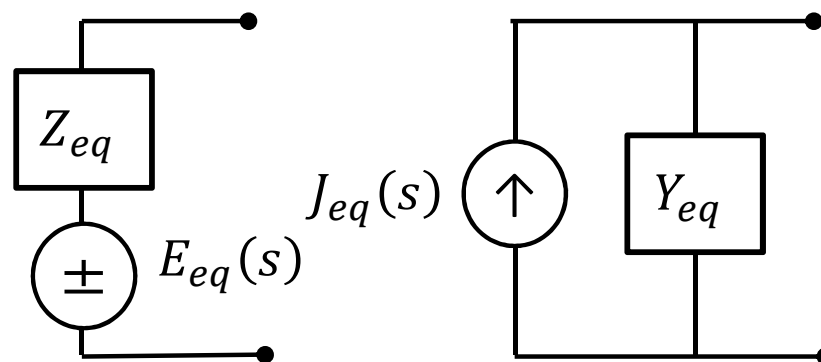
2019年11月25日2限

講義計画

- 回路方程式 1回
 - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析 1回
- 線形回路の応答 2回
 - 零入力応答(重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性)
 - 零状態応答(伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答)
- 1ポート回路 3回
 - テブナン・ノートの定理
 - 安定性と正実性(開放安定性、短絡安定性、正実関数)
- 2ポート回路 4回
 - 2ポート回路の行列表現
 - 相反2ポート回路
 - 相互接続
 - 分布定数回路の等価回路(T形等価回路、 π 形等価回路)
- 状態方程式による回路解析 2回
 - 状態方程式の導出(状態変数、状態方程式、出力方程式)
 - 状態方程式の解(零入力応答、零状態応答)
- 三相交流 1回
 - 平衡三相回路

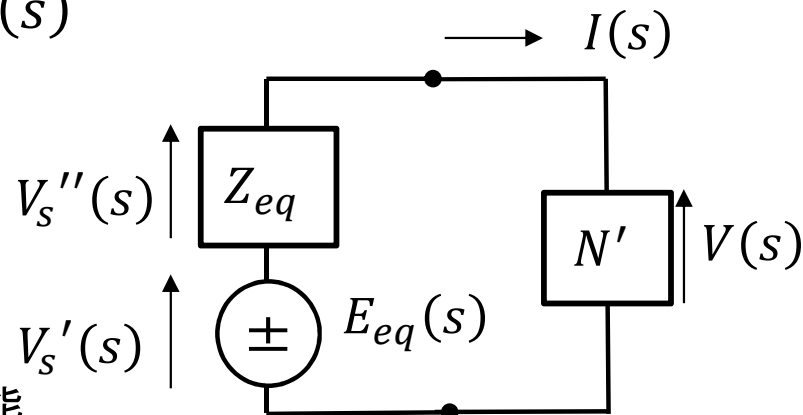
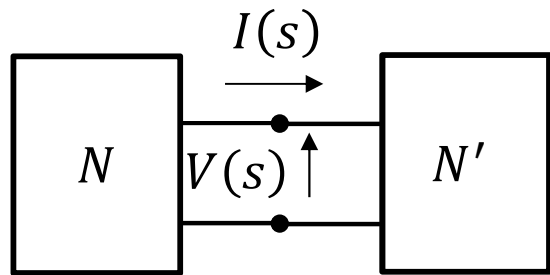
テブナン・ノートンの定理

- 線形時不変回路でのラプラス変換
 - 電圧源 $E_{eq}(s) = \mathcal{L}[v_{op}(t)]$
 - 電流源 $J_{eq}(s) = \mathcal{L}[i_{sh}(t)]$
 - 零状態の回路のポートから見たインピーダンス Z_{eq} , アドミタンス Y_{eq}
 - テブナン等価回路
 - 電圧源で表す
 - ノートン等価回路
 - 電流源で表す



テブナン等価回路

- ポート電圧 $V(s)$ の重ね合わせの理
 - $V(s) = V_s'(s) + V_s''(s) = E_{eq}(s) - Z_{eq}(s)I(s)$
 - $V_s'(s)$: N の内部電源と初期値で決まる電圧。開放電圧 ($I(s) = 0$)
 - $V_s'(s) = V_{op}(s) = E_{eq}(s)$
 - $V_s''(s)$: N の内部電源と初期値を0として, $I(s)$ により決まる電圧
 - $V_s''(s) = -Z_{eq}(s)I(s)$



回路 N のポートに負荷 N' を接続した状態

ノートン等価回路

- ポート電流 $I(s)$ の重ね合わせの理

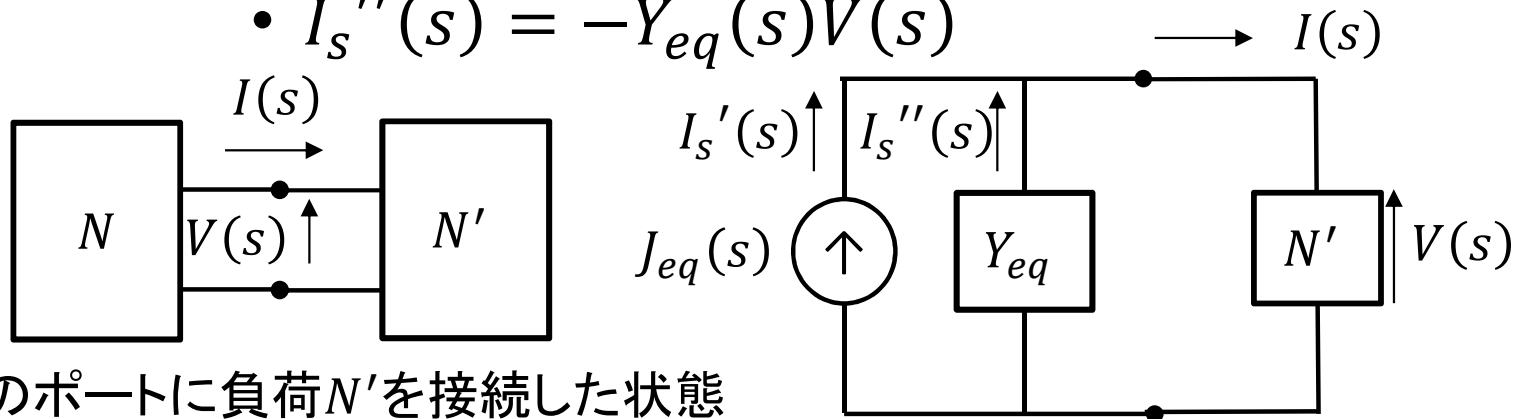
- $I(s) = I_s'(s) + I_s''(s) = J_{eq}(s) - Y_{eq}(s)V(s)$

- $I_s'(s)$: N の内部電源と初期値で決まる電流。短絡電流 ($V(s) = 0$)

- $I_s'(s) = I_{sh}(s) = J_{eq}(s)$

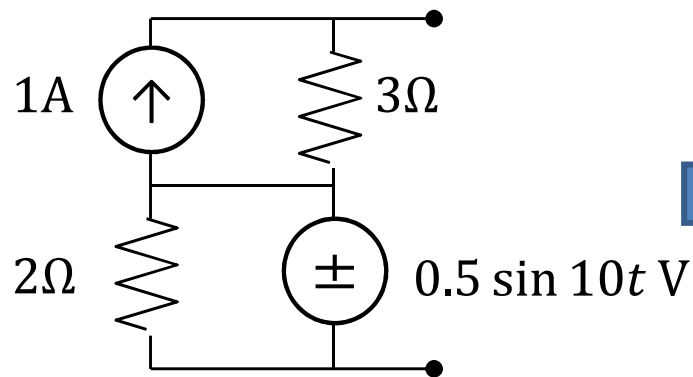
- $I_s''(s)$: N の内部電源と初期値を0として, $V(s)$ により決まる電流

- $I_s''(s) = -Y_{eq}(s)V(s)$



回路 N のポートに負荷 N' を接続した状態

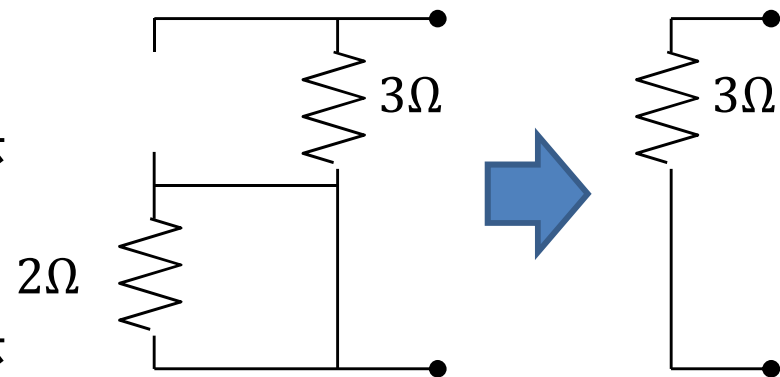
テブナン等価回路導出例



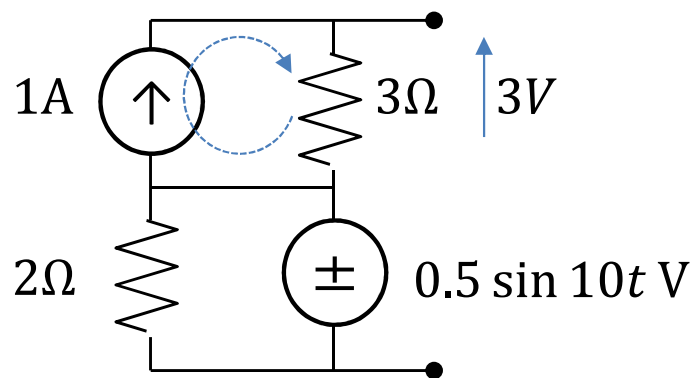
ポートの開放電圧

電流源
開放除去

電圧源
短絡除去

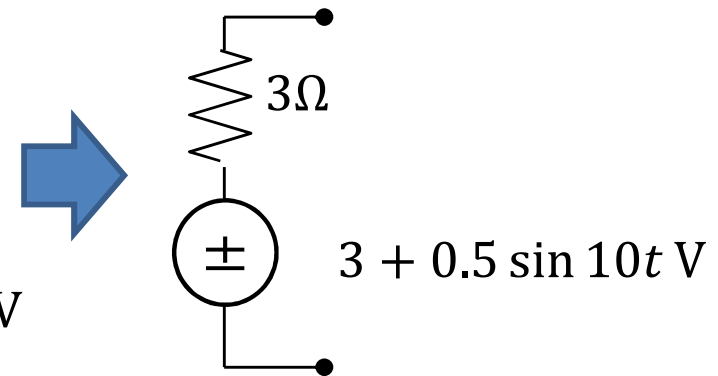


ポートから見た
インピーダンス

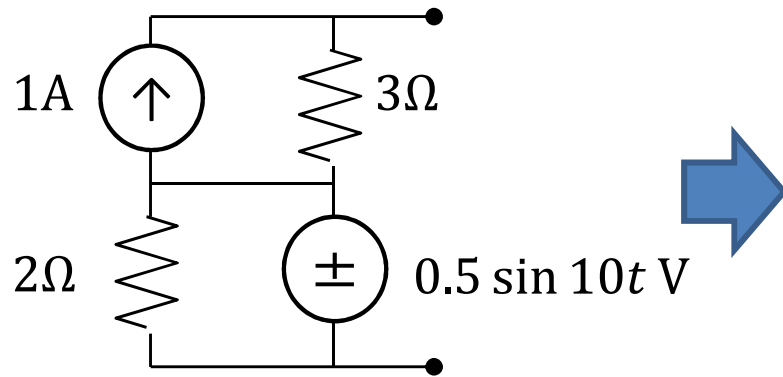


$3 + 0.5 \sin 10t \text{ V}$

テブナン等価回路

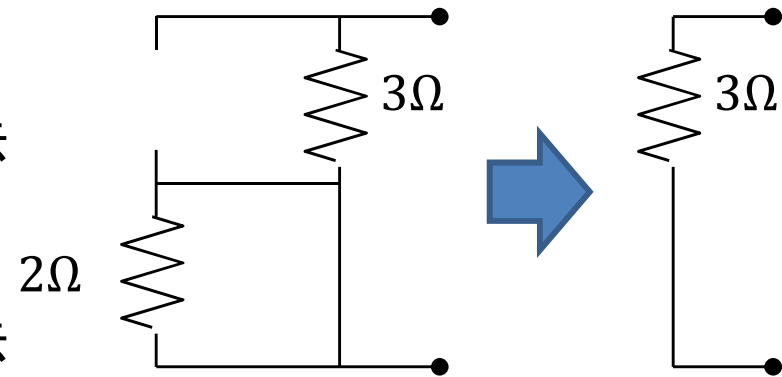


ノートン等価回路導出例



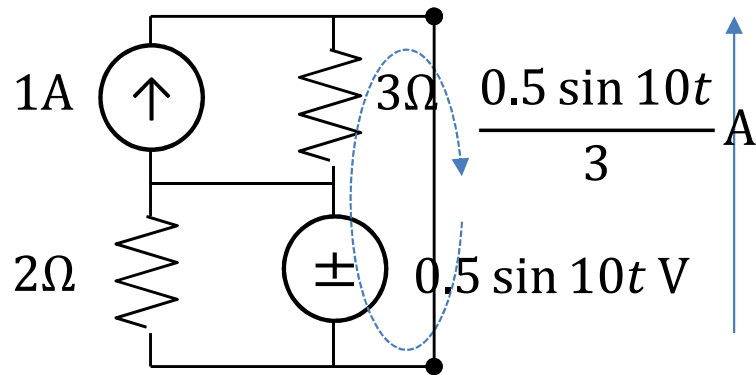
電流源
開放除去

電圧源
短絡除去

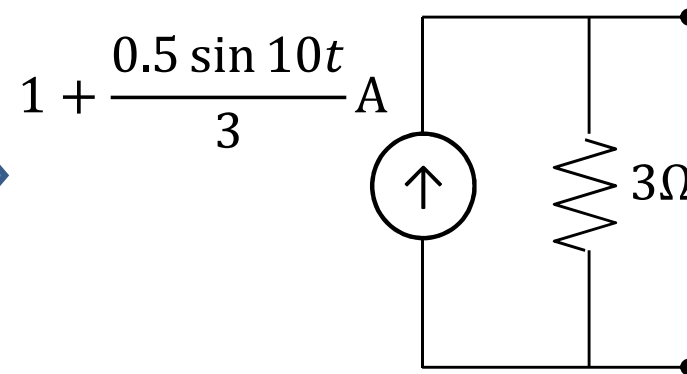


ポートから見た
アドミタンス

ポートの短絡電流



ノートン等価回路



安定性と正実性

- 漸近安定:伝達関数の極が全て $Re[s] < 0$ (実部が負)
- 開放安定:駆動点インピーダンス $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$
- 短絡安定:駆動点アドミタンス $Y(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$

安定性

- インピーダンスの $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$
 - 1ポート回路を電流源 $u(t)$ で駆動
 - $u(t) = 0$ for $t < 0, T < t$
 - $t < 0, T < t$ で $u(t)$ を開放
 - 駆動点の電圧 $v(t)$ の応答
 - $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 0$

安定性

- インピーダンスの $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$
 - $Z(s) = a_m s^m + \dots + a_0 + Z_1(s)$
 - $Z_1(s) = \sum \frac{L_i}{s-p_i}$
- 電圧の応答
 - $V(s) = Z(s)U(s) = (a_m s^m + \dots + a_0)U(s) + Z_1(s)U(s)$
 - $\mathcal{L}^{-1}[(a_m s^m + \dots + a_0)U(s)] = a_m u^{(m)}(t) + \dots + a_0 u(t)$
 - $\lim_{t \rightarrow \infty} u^{(m)} = 0$
 - $\mathcal{L}^{-1}[Z_1(s)U(s)] = \sum L_i \int_{0^-}^{t^+} e^{p_i(t-\tau)} 1_+(t-\tau)u(\tau)d\tau = \sum L_i e^{p_i t} \int_{0^-}^T e^{-p_i \tau} u(\tau)d\tau$
 - $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{p_i t} = 0$

正実関数

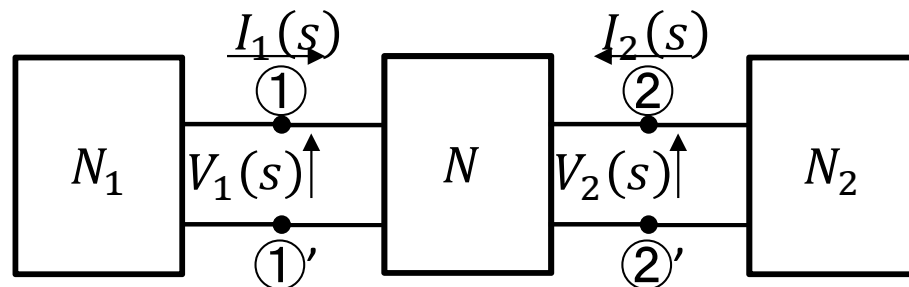
- 複素閉右半面 $\text{Re}[s] \geq 0$ を複素閉右半面 $\text{Re}[Z(s)] \geq 0$ に写像する複素関数
 - 正実関数 $V(s)$, $W(s)$ の非負係数 α, β による一次結合 $\alpha V(s) + \beta W(s)$ も正実関数
 - 正実関数 $W(s)$ の $\frac{1}{W(s)}$ も正実関数
 - $\text{Re} \left[\frac{1}{W(s)} \right] = \text{Re} \left[\frac{W^*(s)}{W(s)W^*(s)} \right] = \frac{\text{Re}[W^*(s)]}{|W(s)|^2} = \frac{\text{Re}[W(s)]}{|W(s)|^2} \geq 0$
 - RLCM回路の駆動点インピーダンス, アドミタンスは正実関数

RLCM回路の駆動点インピーダンスの性質

- RLCM回路の駆動点インピーダンス $W(s)$
 - $\text{Re}[W(s)] \geq 0 \forall \text{Re}[s] \geq 0$
 - $W(s)$ は実係数有理関数
 - $W(s)$ は正実関数
 - テレゲン定理
 - 電力の和が0
 - $I(s)V^*(s) = \sum_k I_k(s)V_k^*(s)$
 - $\text{Re}[I(s)V^*(s)] = \text{Re}[\sum_k I_k(s)V_k^*(s)] \geq 0$
 - $V(s) = Z(s)I(s) \quad I(s) = Y(s)V(s)$
 - $\text{Re}[I(s)V^*(s)] = \text{Re}[Z(s)]|I(s)|^2 = \text{Re}[Y(s)]|V(s)|^2$
 - $I(s)I^*(s) = |I(s)|^2 \quad V(s)V^*(s) = |V(s)|^2$

2ポート回路

- 大規模回路は分割して解析する方がやりやすい
- 1ポート回路 N_1, N_2 が接続された4端子回路 N
 - N_1, N_2 は結合していない
 - ポート条件
 - 端子①から出た電流 I_1 は端子①'から入る(端子対①-①')
 - 端子②から出た電流 I_2 は端子②'から入る(端子対②-②')
 - 4個の端子が2つの端子対を形成→2ポート回路
 - ①-①'一次側ポート, 入力ポート
 - ②-②'二次側ポート, 出力ポート



2ポート回路

- 線形時不変, 内部電源を持たない2ポート回路の零状態応答
 - ポート電圧 V_1, V_2 , ポート電流 I_1, I_2
 - 重ね合わせの理を適用可能
 - 独立変数 (x, y) , 従属変数 (p, q)
 - $$\begin{bmatrix} p(s) \\ q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}$$