

回路とシステム 第九回 2ポート回路

舟木 剛

2019年12月23日2限

講義計画

- 回路方程式 1回
 - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析 1回
- 線形回路の応答 2回
 - 零入力応答(重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性)
 - 零状態応答(伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答)
- 1ポート回路 3回
 - テブナン・ノートの定理
 - 安定性と正実性(開放安定性、短絡安定性、正実関数)
- 2ポート回路 4回
 - 2ポート回路の行列表現
 - 相反2ポート回路
 - 相互接続
 - 分布定数回路の等価回路(T形等価回路、 π 形等価回路)
- 状態方程式による回路解析 2回
 - 状態方程式の導出(状態変数、状態方程式、出力方程式)
 - 状態方程式の解(零入力応答、零状態応答)
- 三相交流 1回
 - 平衡三相回路

相反2ポート回路

- 相反条件

- 異なる条件で動作しているポート電流 $I^{(a)}$, $I^{(b)}$ とポート電圧 $V^{(a)}$, $V^{(b)}$ の積和が一致する

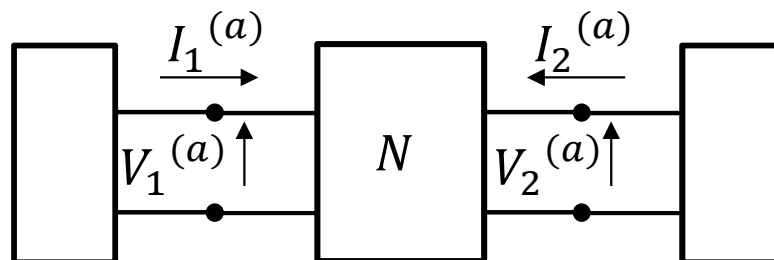
- $I^{(a)}(s)^T V^{(b)}(s) = I^{(b)}(s)^T V^{(a)}(s)$

- 内部の電圧・電流に依らない

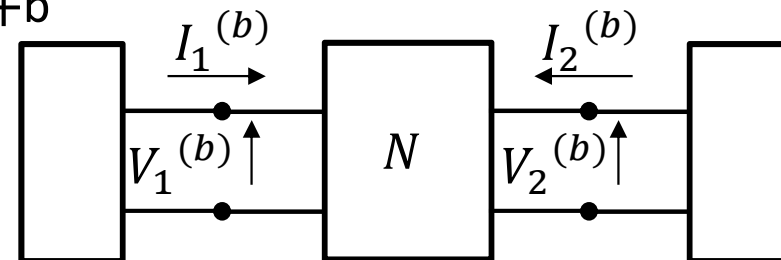
- 相反2ポート回路

- $I_1^{(a)} V_1^{(b)} + I_2^{(a)} V_2^{(b)} = I_1^{(b)} V_1^{(a)} + I_2^{(b)} V_2^{(a)}$

条件a



条件b



相反2ポート回路のT型等価回路

- $z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_1 + Z_3 \quad V_1 = (z_{11} - z_{12})I_1 + z_{12}I_2 = z_{11}I_1$

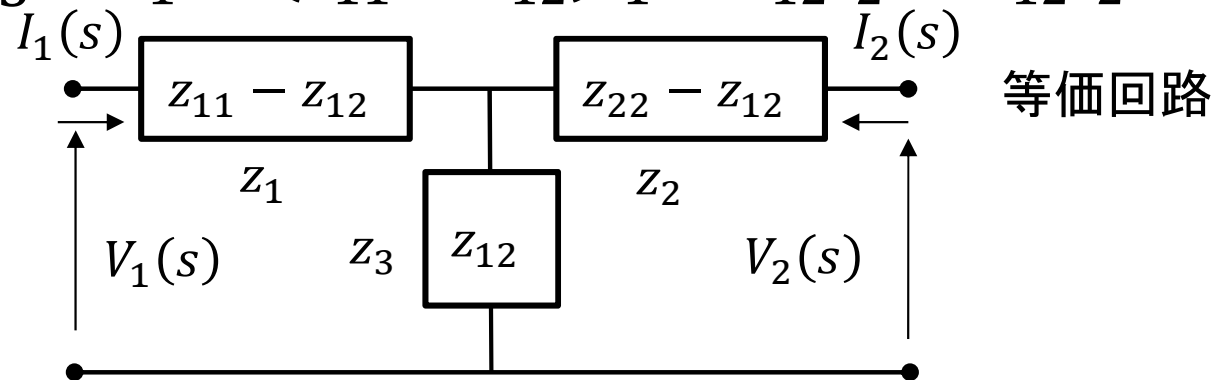
- $z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_3 \quad V_2 = z_{12}I_1 + (z_{22} - z_{12})I_2 = z_{12}I_1$

- $z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_2 + Z_3 \quad V_2 = (z_{22} - z_{12})I_2 + z_{12}I_2 = z_{22}I_2$

- $z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_3 \quad V_1 = (z_{11} - z_{12})I_1 + z_{12}I_2 = z_{12}I_2$

2ポート回路の相反条件

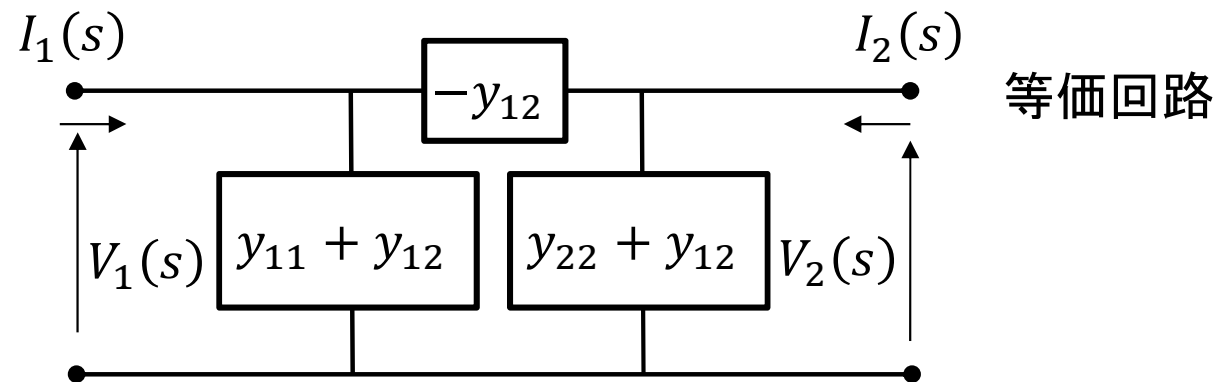
$$z_{12} = z_{21}$$



相反2ポート回路のπ型等価回路

- $y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$
 $I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}V_1 = y_{11}V_1$
- $y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$
 $I_2 = (y_{22} + y_{12})V_2 - y_{12}(0 - V_1) = y_{12}V_1$
- $y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$
 $I_2 = -y_{12}V_2 + (y_{22} + y_{12})V_2 = y_{22}V_2$
- $y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$
 $I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}(0 - V_2) = y_{12}V_2$

2ポート回路の相反条件
 $y_{12} = y_{21}$

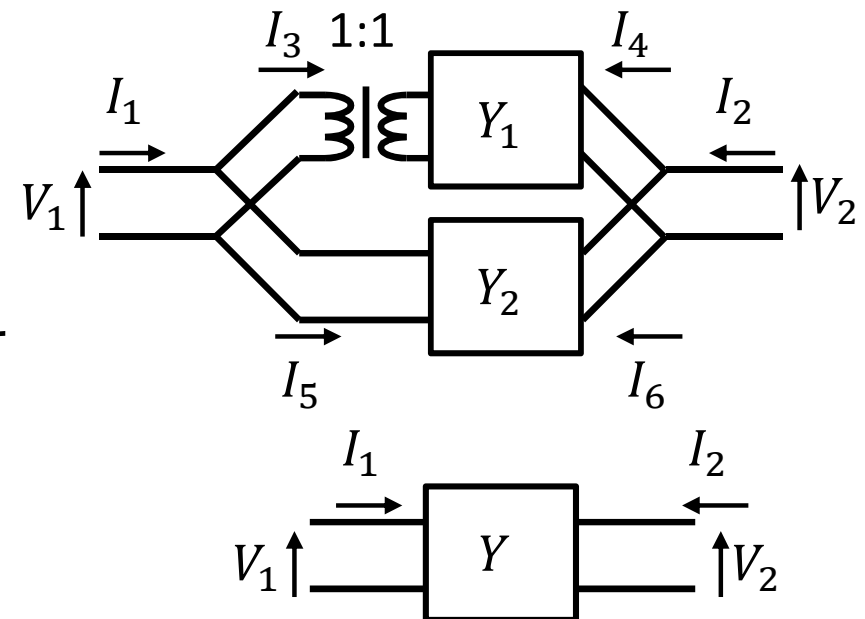
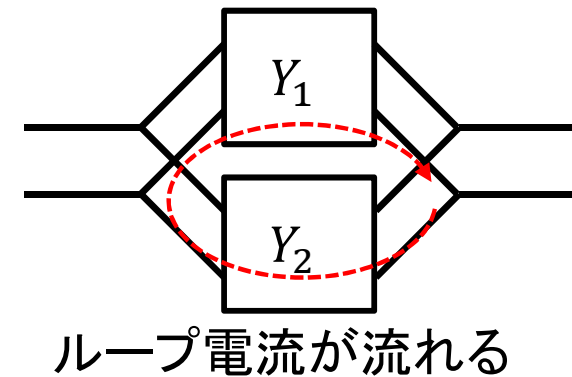


相互接続

- 2つの2ポート回路
 - 並列接続
 - 直列接続
 - 直並列接続
 - 並直列接続
 - 縦続接続

並列接続

- アドミタンス行列表現
 - 合成回路 Y
 - 部分回路 Y_1, Y_2
- ポート条件を満たす
 - 部分回路 Y_1, Y_2
 - 理想変成器を使用
 - 一次側, 二次側共に満たす
 - 部分回路が満たすため合成回路 Y も満たす



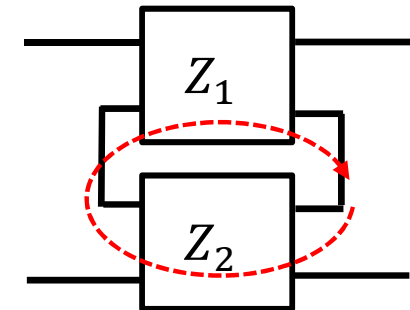
並列接続

- KCL
 - $I_1 = I_3 + I_5$
 - $I_2 = I_4 + I_6$
- アドミタンス行列
 - $\begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = Y_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = Y_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
 - $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$
 $= Y_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + Y_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 $= (Y_1 + Y_2) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 - $Y = Y_1 + Y_2$

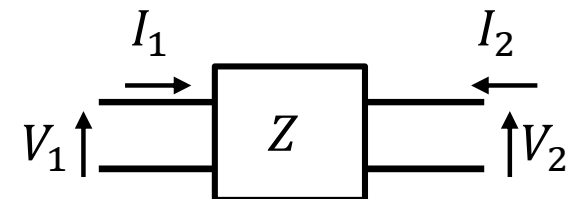
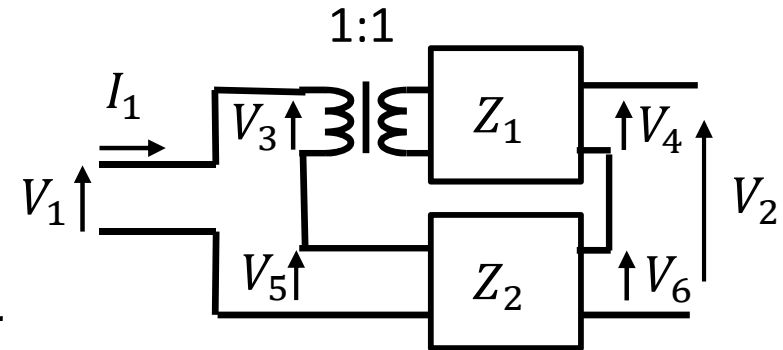
並列接続された合成2ポート回路のアドミタンス行列 Y は部分回路のアドミタンス行列 Y_1, Y_2 の和となる

直列接続

- インピーダンス行列表現
 - 合成回路 Z
 - 部分回路 Z_1, Z_2
- ポート条件を満たす
 - 部分回路 Z_1, Z_2
 - 理想変成器を使用
 - 一次側, 二次側共に満たす
 - 部分回路が満たすため合成回路 Z も満たす



ループ電流が流れる



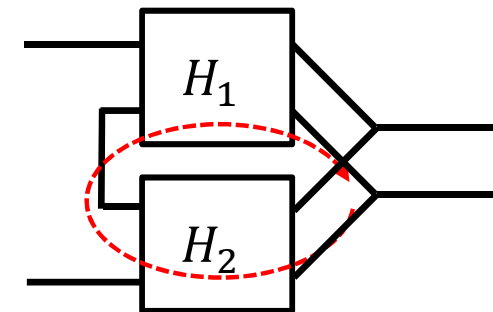
直列接続

- KVL
 - $V_1 = V_3 + V_5$
 - $V_2 = V_4 + V_6$
- インピーダンス行列
 - $\begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = Z_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = Z_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
 - $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}$
 $= Z_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + Z_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 $= (Z_1 + Z_2) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 - $Z = Z_1 + Z_2$

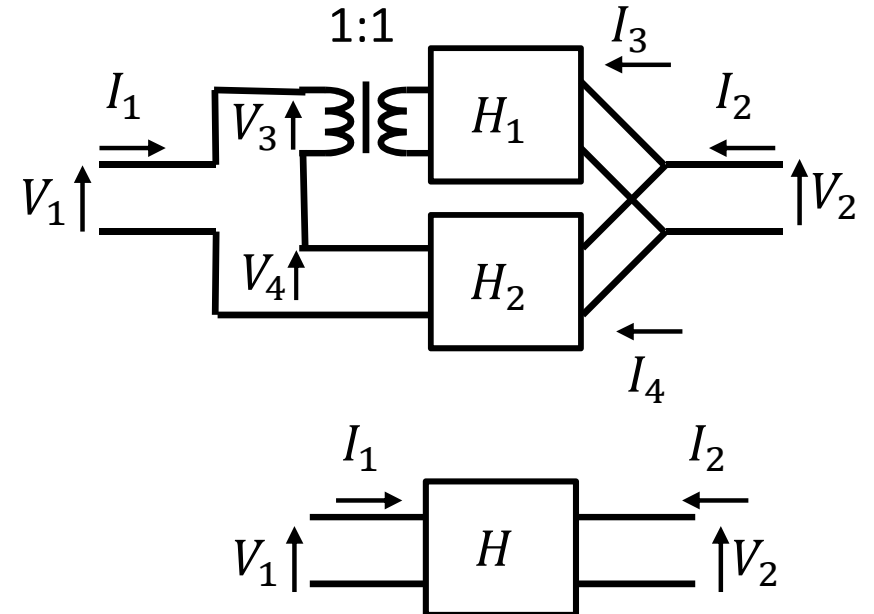
直列接続された合成2ポート回路のインピーダンス行列 Z は部分回路のインピーダンスアドミタンス行列 Y_1, Y_2 の和となる

直並列接続

- ハイブリッド行列表現
 - 一次側直列接続
 - 二次側並列接続
 - 合成回路 H
 - 部分回路 H_1, H_2
- ポート条件を満たす
 - 部分回路 H_1, H_2
 - 理想変成器を使用
 - 一次側, 二次側共に満たす
 - 部分回路が満たすため合成回路 Z も満たす



ループ電流が流れる



直並列接続

- KVL
 - $V_1 = V_3 + V_4$
- KCL
 - $I_2 = I_3 + I_4$
- ハイブリッド行列
 - $\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
 - $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix}$
 $= H_1 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + H_2 \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 $= (H_1 + H_2) \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
 - $H = H_1 + H_2$

直並列接続された合成2ポート回路のハイブリッド行列 H は部分回路のハイブリッド行列 H_1, H_2 の和となる

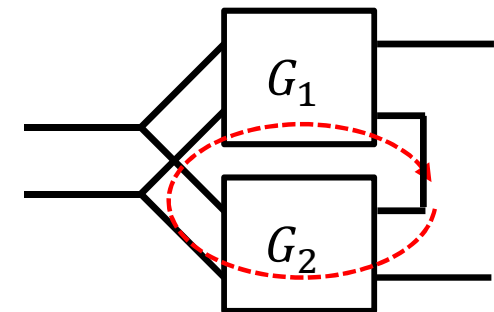
並直列接続

- 逆ハイブリッド行列表現

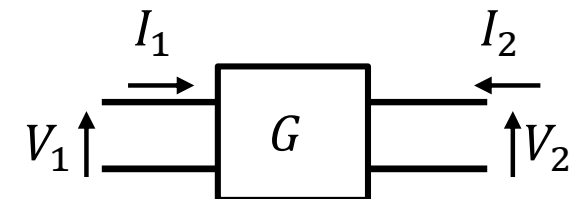
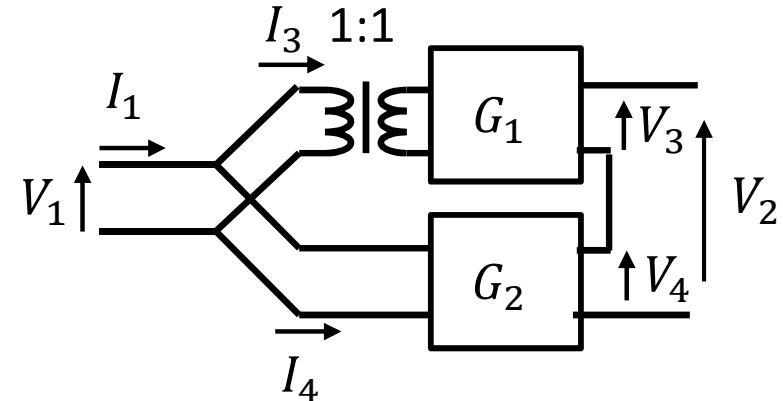
- 一次側並列接続
- 二次側直列接続
- 合成回路 G
- 部分回路 G_1, G_2

- ポート条件を満たす

- 部分回路 G_1, G_2
 - 理想変成器を使用
 - 一次側, 二次側共に満たす
- 部分回路が満たすため合成回路 Z も満たす



ループ電流が流れる



並直列接続

- KCL
 - $I_1 = I_3 + I_4$
- KCL
 - $V_2 = V_3 + V_4$
- 逆ハイブリッド行列
 - $\begin{bmatrix} I_3 \\ V_3 \end{bmatrix} = G_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} I_4 \\ V_4 \end{bmatrix} = G_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
- 合成2ポート回路
 - $\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ V_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_4 \\ V_4 \end{bmatrix}$
 $= G_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + G_2 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 $= (G_1 + G_2) \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
 - $G = G_1 + G_2$

並直列接続された合成2ポート回路の逆ハイブリッド行列 G は部分回路のハイブリッド行列 G_1, G_2 の和となる

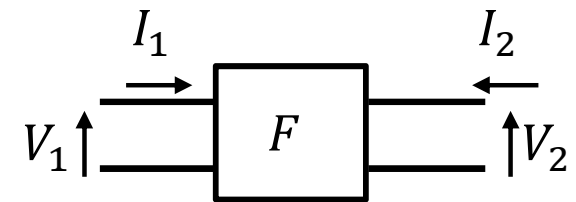
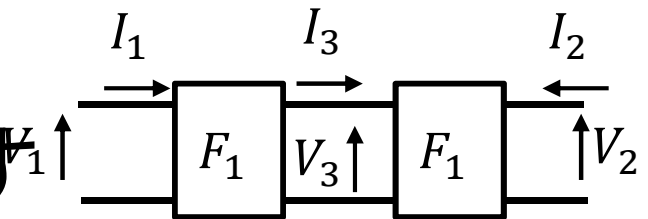
縦続接続

- 2ポート回路を鎖状に接続

- 縦続接続

- 部分回路がポート条件を満たす

- 理想変成器は不要



- $$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = F_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

- $$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = F_2 \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = F_2 F_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

- $$F = F_1 F_2$$

縦続接続された合成2ポート回路の伝送行列 F は部分回路の伝送行列 F_1 , F_2 の積となる

分布定数線路

- TEM波:電界 E と磁界 H が伝搬方向 z に直角な横断面のみに存在 $E_z = H_z = 0$

- $E = i_x E_x + i_y E_y \equiv E_T$

- $H = i_x H_x + i_y H_y \equiv H_T$

- Maxwell方程式

- $\nabla \times E_T = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$

- $\nabla \times H_T = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$

